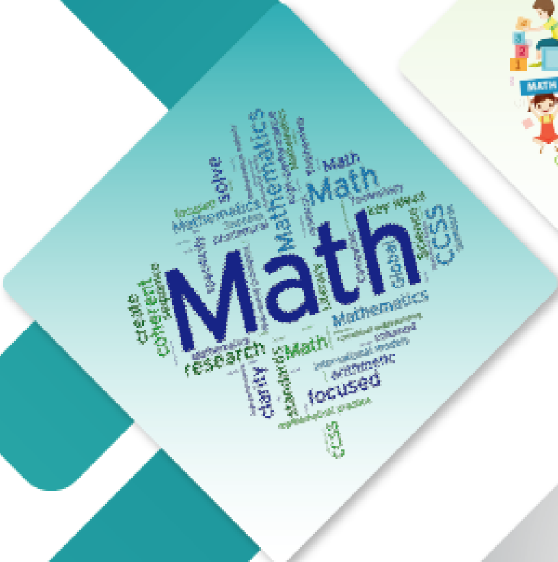


BUKU AJAR

KONSEP DASAR MATEMATIKA

MOHAMMAD FAIZAL AMIR, M.PD.

UMSIDA PRESS

UNIVERSITAS MUHAMMADIYAH SIDOARJO

BUKU AJAR
KONSEP DASAR MATEMATIKA

Penulis

Mohammad Faizal Amir, M.Pd.

Diterbitkan oleh
UMSIDA PRESS
Jl. Mojopahit 666 B Sidoarjo
ISBN: 978-602-5914-06-5

BUKU AJAR
KONSEP DASAR MATEMATIKA

Penulis :
Mohammad Faizal Amir, M.Pd.

ISBN :

978-602-5914-06-5

Editor :S
Septi Budi Sartika, M.Pd
M. Tanzil Multazam , S.H., M.Kn.

Copy Editor :
Fika Megawati, S.Pd., M.Pd.

Design Sampul dan Tata Letak :
Mochamad Nashrullah, S.Pd

Penerbit :
UMSIDA Press

Redaksi :
Universitas Muhammadiyah Sidoarjo
Jl. Mojopahit No 666B
Sidoarjo, Jawa Timur

Cetakan pertama,

KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadirat Allah SWT atas segala anugerah dan rahmat-Nya, sehingga Buku Konsep Dasar Matematika ini dapat terselesaikan dengan baik dan tepat waktu. Shalawat serta salam kami haturkan kepada Nabi Besar Muhammad SAW.

Tim penulis mengucapkan terimakasih kepada:

1. Dr. Hidayatulloh, M.Si., Rektor UMSIDA yang memberikan ksemepatan kami untuk berkarya dan menyumbangkan pikiran sehingga buku ajar ini terselesaikan.
2. Dr. Nur Efendi, M.Pd., Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan yang memberikan motivasi dan arahan.
3. Rekan-rekan dosen pengampu mata kuliah Konsep Dasar Matematika yang selalu berbagi pengalaman dan diskusi untuk membuat strategi-strategi inovatif pembelajaran.

Tujuan diterbitkan buku ini untuk membantu mahasiswa agar dapat menguasai konsep-konsep materi dasar matematika bagi guru sekolah dasar. Di samping itu pula, buku ini dapat digunakan sebagai acuan bagi dosen yang mengampu mata kuliah Matematika yang lain. Harapan melalui buku ini adalah agar dapat mencetak guru-guru sekolah dasar yang memiliki pemahaman matematika yang kuat dan kemampuan dasar problem solving matematik yang baik secara konsep dan pendekatan dalam mengajarkannya

Semoga Buku ini dapat bermanfaat bagi mahasiswa, dosen dan siapa saja yang menggunakannya untuk pendidikan yang berkemajuan di Indonesia.

Penulis

DAFTAR ISI

BATANG TUBUH BUKU DAN
INDIKATOR CAPAIAN
MATA KULIAH KONSEP DASAR MATEMATIKA

BAB	TOPIK	INDIKATOR CAPAIAN
I	Pemecahan Masalah	a. Mengidentifikasi pengertian masalah matematika b. Memahami pemecahan masalah Polya c. Menganalisis berbagai tipe masalah menggunakan strategi pemecahan d. Menyelesaikan soal-soal pemecahan masalah
II	**Himpunan dan Diagram Venn**	a. Memahami himpunan dan unsur-unsurnya b. Memahami diagaram venn dan unsur-unsurnya c. Mengidentifikasi hubungan antar himpunan d. Memahami operasi himpunan e. Menyelesaikan soal-soal himpunan dan diagram venn
III	Penalaran Deduktif dan Induktif	a. Memahami pengertian penalaran deduktif dan induktif b. Mengidentifikasi perbedaan penalaran deduktif dan induktif c. Mengidentifikasi pernyataan valid dan invalid d. Memahami pernyataan kondisional *kondisional statement* berserta unsur-unsurnya e. Mengidentifikasi hubungan pernyataan, konvers, invers, intarposisi f. Menyelesaikan soals-soal penalaran deduktif dan induktif

IV	Fungsi, Koordinat dan Grafik	a. Memahami pengertian fungsi b. Mengdentifikasi perbedaan fungsi dan bukan fungsi melalui suatu gambar c. Memahami kedudukan fungsi pada koordinat bidang datar d. Mengidentifikasi hubungan fungsi linier dan gradiennya e. Menginterpretasikan fungi pada suatu koordinat dan grafil linier f. Menyelesaikan soal-soal fungsi, koordinat, dan grafik
V	Persamaan dan Pertidaksamaan	a. Memahami pengertian persamaan b. Memahami sifat-sifat persamaan c. Memahami pengertian pertidaksamaan d. Memahami sifat-sifat suatu pertidaksamaan e. Mengidentifikasi perbedaan persamaan dan pertidaksamaan f. Menyelesaikan soal-soal persamaan dan pertidaksamaan
VI	Transformasi Geometri	a. Memahami pengertian transformasi geometri berserta unsur-unsurnya b. Mengidentifikasi simetri lipat dan simetri putar bangun datar. c. Memahami pengertian translasi, refleksi, rotasi, dilatasi suatu bangun geometri d. Mengidentifkasi hubungan translasi, refleksi, rotasi, dilatasi suatu bangun geometri e. Melakukan trasnformasi suatu bangun geometri

		f. Menyelesaikan soal-soal trasformasi geometri
VII	Statistika	a. Memahami pengertian statistika b. Mengidentifikasi perbedaan statistika deskriptif dan statistika inferensial c. Menyajikan data mentah ke dalam tabel, diagram, piktogram, histogram d. Menganalisis data menggunakan ukuran pemusatan data e. Menganalisis data menggunakan ukuran penyebaran data f. Menyelesaikan soal-soal statistika

BAB I
PEMECAHAN MASALAH

A. MASALAH MATEMATIKA

Setiap orang pasti pernah menghadapi masalah dalam kehidupannya dan mereka menggunakan cara-cara mereka sendiri yang sama atau berbeda satu sama lain untuk mencari solusi pemecahannya. Masalah akan terjadi bagi seseorang pada mata pelajaran matematika, jika seseorang itu menghadapi suatu situasi dalam mengerjakan tugas yang tidak mudah secara langsung dipecahkan dengan menggunakan prosedur rutin yang dimilikinya. Masalah bersifat subjektif bagi setiap orang, artinya suatu masalah dapat merupakan masalah bagi seseorang, namun bukan merupakan masalah bagi orang lain.

Dengan demikian masalah dapat diartikan sebagai suatu situasi yang dihadapi seseorang dalam mencari solusi pemecahan soal jika seseorang tersebut tidak memiliki cara-cara atau prosedur pemecahan rutin yang segera dapat digunakan untuk memecahkannya. Masalah bersifat subjektif bagi seseorang artinya suatu soal bisa merupakan masalah bagi seseorang, akan tetapi bisa bukan merupakan masalah bagi seseorang yang lain.

Soal akan merupakan masalah bagi seseorang dengan syarat mental berpikirnya mampu menjangkau soal dan sebelumnya sudah memiliki pengetahuan cukup untuk memecahkan soal. Sehingga meskipun seseorang tak mampu memecahkan soal, jika pemikirannya belum mampu menjangkau dan tidak memiliki pengetahuan terkait, maka soal tersebut tidak dapat dikatakan masalah baginya.

Jadi dapat disimpulkan masalah matematika merupakan suatu soal yang tidak bisa dipecahkan secara langsung dengan prosedur pemecahan rutin yang dimiliki oleh seseorang. Masalah juga bersifat subyektif bagi seseorang artinya suatu soal bisa merupakan masalah bagi seseorang tapi bukan masalah bagi seseorang yang lain.

Terdapat dua macam masalah dalam matematika, sebagaimana diungkapkan oleh Polya yaitu:

1. Masalah untuk menemukan

Masalah untuk menemukan adalah masalah yang dipecahkan dengan cara menemukan objek tertentu yang tidak diketahui dalam permasalahan. Bagian prinsip dari masalah untuk menemukan adalah (a) Apakah yang tidak diketahui?, (b) Apakah yang diketahui?, dan (c) Bagaimanakah syaratnya?

2. Masalah untuk membuktikan

Masalah untuk membuktikan adalah masalah yang dipecahkan dengan menunjukkan kebenaran dari suatu pernyataan benar atau salah, sehingga perlu dijawab pertanyaan; "apakah pernyataan tersebut benar atau salah?". Menjawab simpulan dengan membuktikan benar atau salah. Bagian prinsip dari masalah ini adalah jika masalahnya merupakan masalah matematika adalah konklusi dari suatu teorema yang harus dibuktikan atau disangkal kebenarannya.

B. PEMECAHAN MASALAH POLYA

Pemecahan masalah menjadi kemampuan mendasar yang harus dimiliki oleh mahasiswa khususnya calon guru sekolah dasar. Semasa hidupnya George Polya mewariskan 4 langkah pemecahan masalah yang sampai sekarang banyak menjadi acuan penelitian atau pengajaran untuk mengembangkan kemampuan pemecahan masalah mahasiswa. Setiap menyelesaikan masalah, umunya langkah-langkah pemecahan masalah Polya berikut dibutuhkan:

1. **Pahami Masalah (*Understand the Problem*)**

   Memahami terlebih dahulu soal yang diberikan, dibaca dan dipahami perkalimat yang ada, setelah memahami kalimat yang pertama, lanjut ke kalimat yang kedua begitu seterusnya hingga selesai membaca soal tersebut.

2. **Susun Rencana (*Devise Plan*)**

   Mencari dan mencatat hal-hal apa saja yang telah diketahui di dalam soal, misal panjang, luas, lebar dan lain lain. Setelah itu mencari apa yang harus dicari atau diminta pada soal. Serta menyiapkan langkah langkah pengerjaan.

3. **Laksanakan Rencana (*Carry out the plan*)**

   Bagian ini adalah bagian proses, dimana kita harus mampu mengetahui sekaligus menyelesaikan apa yang kita cari dengan rumus atau percobaan yang telah kita siapkan sebelumnya.

4. **Periksa Kembali (*Look Back*)**

   Melihat kembali soal serta jawaban yang telah kita kerjakan, bisa disebut sebagai langkah terakhir, kita harus memeriksa kembali soal dan jawaban tersebut. apakah kita sudah menemukan jawaban dari soal soal yang diberikan ? apakah sudah sesuai ? Bisa kita coba dengan mengulang kembali soal dengan jawaban yang ada, atau melakukan tes tertentu.

C. STRATEGI PEMECAHAN MASALAH

Strategi pemecahan suatu masalah berbeda-beda bergantung karakteristik soal.

1. Strategi dengan cara menggambar

Strategi ini digunakan apabila soal memiliki unsur-unsur sebagai berikut:

a. Memiliki bentuk fisik

Masalah harus memiliki bentuk fisik yang dapat dibayangkan, misal permasalahan berkaitan dengan meja (mengatur meja-meja kecil agar menjadi satu meja besar berbentuk persegipanjang) atau pizza utuh yang dibagi menjadi beberapa bagian yang bisa dibagi sama rata.

b. Memiliki representasi visual

Representasi visual dari suatu masalah berkaitan tentang situasi masalah apa yang sedang dan akan terjadi.

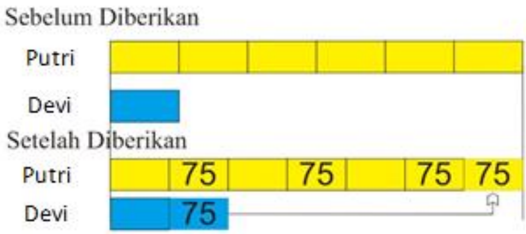
Setelah mendapatkan minimal 2 unsur tersebut, kita bisa melanjutkan untuk menggunakan strategi ini.

Contoh 1.1

Putri memiliki pita yang panjangnya 6 kali dari pita Devi. Setelah Putri memberikan pitanya yang memiliki panjang 75 cm kepada Devi, maka sekarang Putri memiliki pita yang panjangnya 3 kali dari pita Devi. Berapakah panjangnya pita mereka berdua saat ini ?

Memahami masalah, Awalnya Putri memiliki pita 6x lebih panjang dari pita Devi. Kemudian Putri memberikan pitanya yang berukuran 75 cm kepada Devi. Setelah Putri memberikan pitanya, panjang pitanya menjadi 3x lebih panjang dari pita Devi.

Menyusun Rencana, Pita Putri 6x lebih panjang dari pita Devi (Sebelum diberikan). Putri memberikan 75 cm pitanya kepada Devi. Pita Putri menjadi 3x lebih panjang dari pita Devi (Setelah diberikan). Berapa pita keduanya ?



Melaksanakan Rencana, Awalnya ada 7 pita (panjangnya belum diketahui) dari Putri dan Devi. (6:1)

Lalu setelah diberikan 75 cm kepada Devi, maka menjadi (4:3). Maka :

75 cm x 4 = 300 cm (milik Putri)

300 cm : 3 = 100 cm (100 cm perkotaknya)

100 cm x 7 = 700 cm (total keseluruhan pita)

Maka total panjang kedua pitanya adalah 700 cm.

Memeriksa kembali, Untuk melakukan pengujian, kita bisa dengan melihat gambar. Jika panjang pita keseluruhan adalah 700 cm, maka pita awal Putri 600 cm dan pita awal Devi 100 cm. Setelah diberikan 75 cm kepada Devi, maka pita Putri menjadi 525 cm dan pita Devi menjadi 175 cm. Lalu kita bisa kalikan 3 (3 kali lebih panjang) maka hasilnya 525 cm yang berarti pita Putri 3 lebih panjang dari pita Devi.

2. **Strategi Pemecahan dengan cara menebak dan memeriksa**

Strategi ini cukup efektif, akan tetapi strategi ini memerlukan waktu yang lumayan lama karena kita harus mengira-ngira tentang hasil yang ada.

Contoh 1.2

Alda memiliki 69 koleksi boneka besar dan boneka kecil. Koleksi boneka kecil lebih banyak 13 biji daripada koleksi boneka besar. Berapa koleksi boneka kecil dan boneka besar alda ?

Memahami Masalah, Alda mempunyai 69 Koleksi boneka besar dan boneka kecil. Koleksi boneka kecil lebih banyak 13 biji, daripada koleksi boneka besar.

Menyusun Rencana, Terdapat 69 Koleksi boneka besar dan boneka kecil. Koleksi boneka kecil lebih banyak 13 biji, daripada koleksi boneka besar. Berapa masing masing boneka yang dimiliki Alda ?

Melaksanakan Rencana, Mari kita mulai menebak , jika ada

35+ 27 = 62

50 + 17 = 67

41 + 28 = 69

Jadi boneka yang dimiliki alda adalah 41 boneka kecil dan 28 boneka besar. Dimana, selisih kedua boneka adalah 13 biji.

Memeriksa Kembali, Untuk melakukan pengujian, kita bisa mencoba dengan menghitung kembali 41 + 28 jika hasilnya sudah sesuai dengan jumlah boneka dan kecil yang dimiliki Alda, yaitu 69 biji. Maka kita bisa mencoba dengan mengurangi 13 (selisih antara ikat rambut berwarna unggu dan pink) 41 – 13 = 28.

3. Strategi Pemecahan dengan cara membuat tabel

Strategi ini sering digunakan banyak orang dalam menyelesaikan soal yang berbentuk perbandingan atau pecahan. Cara ini juga termasuk cara yang efektif dalam penyelesain suatu masalah, karena tabel merupakan suatu daftar sejumlah data, yang tersusun dengan sangat rapi. Untuk memahami isi dari tabel tersebut dapat dilakukan dengan fakta yang ada dalam tabel tersebut. Tabel biasanya terdiri dari kolom yang bentuknya memanjang ke arah kanan dan ke bawah, lalu tabel ini kemudian dihubungkan dengan isi tabel yang berupa data. Strategi tambahan yang bisa digunakan adalah mengidentifikasi pola data. Prosedur berikut bisa membantu untuk menyelesaikan masalah berbentuk tabel.

1) Daftar data diberikan.
2) Jika masalahnya kompleks, tuliskan kasus khusus untuk membantu Anda mengatasi masalah.
3) Buatlah prediksi atau generalisasi pola.
4) Buatlah table secara terorganisir.

Contoh 1.3

Lili memiliki 2 buah dadu, dimana pada setiap dadu memiliki mata dadu angka 1 sampai 6. Berapakah kemungkinan keluar total bilangan berjumlah 7 ?

Memahami Masalah, Lili memiliki 2 buah dadu dengan nilai 1 – 6 di setiap dadunya. Kemungkinan keluarnya total bilangan berjumlah 7 pada kedua dadu yang akan dilemparkan.

Menyusun Rencana, Mencari kemungkinan keluar total bilangan 7 pada kedua dadu yang akan dilemparkan.

Melaksanakan Rencana

- Susun data mata dadu kedalam tabel sebagai berikut.

No	Dadu 1	Dadu 2	Jumlah
1	1	6	7
2	2	5	7
3	3	4	7
4	4	3	7
5	5	2	7
6	6	1	7

- Pada tabel di atas, ada 6 percobaan untuk menghasilkan angka berjumlah 7. Jadi, terdapat 6 kemungkinan keluarnya angka berjumlah 7 pada kedua dadu.

Memeriksa Kembali

Mengecek ulang hasil yang telah didapat, apakah sudah benar ? apakah masih ada yang terlewat ? jika sudah benar, berarti cara ini bisa dilakukan dalam pengujian atau pencarian mata dadu dan soal soal serupa.

4. **Strategi Pemecahan dengan cara membuat model**

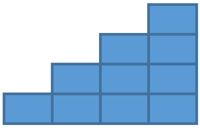
Model adalah alat bantu yang penting untuk memvisualisasikan suatu masalah dan menyarankan sebuah solusi agar masalah dapat cepat terselesaikan.

Contoh 1.4

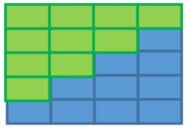
Temukan metode yang mudah untuk menghitung jumlah bilangan bulat berturut-turut dari 1 ke sembarang bilangan yang diberikan.

Memahami Masalah, Jika angka terakhir dalam jumlah adalah 4, maka jumlahnya adalah 1 + 2 +3 + 4. Jika angka terakhir dalam jumlah adalah 50, maka jumlahnya adalah 1 + 2 + 3 +. . . +50. **Pertanyaan 1.** Berapa jumlah bilangan bulat dari 1 sampai 4?

Menyusun Rencana, Salah satu pendekatan untuk memecahkan masalah ini adalah dengan membuat model tangga seperti yang ditunjukkan pada model (a) tangga 1-4: Ada 1 ubinpada tangga pertama (tangga atas), Ada 2 ubinpada tangga kedua, dan seterusnya, ke langkah terakhir, yang memiliki 4 tangga. Pada model tangga (a) dapat dengan mudah kita hitung jumlah bilangan bulat 1-4 yaitu 1+2+3+4. Dengan membuat salinan model tangga (a) dan menumpuknya sehingga jadi persegipanjang, maka kita mendapat model tangga lain seperti (b), pada model ini jumlah bilangan bulat direpresentasikan melalui jumlah kotaknya yang dapat ditemukan dengan mudah dengan mengalikan panjang dengan lebar. **Pertanyaan 2.** Berapakah dimensi persegi panjang model (b), dan berapa jumlah kotaknya? Pertanyaan ini kita butuhkan untuk membuat generalisasi jumlah bilangan bulat lebih lanjut.



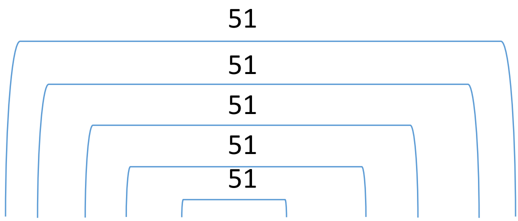
(a)



(b)

Melaksanakan Rencana, pada model (b) dengan menggunakan rumus persegipanjang, maka didapat jumlah ubinadalah 4 x 5, jika dikaitkan dengan model (a), maka jumlah kotaknya adalah $\frac{4X5}{2}$ = 10. Sehingga, jumlah keseluruhan bilangan dari 1 sampai 4 adalah 10. Melalui metode ini, kita melihat bahwa jumlah ubindi satu tangga adalah setengah dari jumlah ubindi persegi panjang. Jadi, jumlah keseluruhan bilangan bulat adalah hasil kali bilangan terbesar dan bilangan setelahnya, dibagi 2. Pertanyaan 3: Jika bilangannya 1 sampai 50, Berapakah jumlah bilangan bulatnya?

Memeriksa Kembali, Pendekatan lain untuk menghitung jumlah bilangan bulat dari 1 sampai 50 bisa menggunakan pendekatan Gauss di bawah ini. Jika bilangan 1 sampai 50 dipasangkan seperti diagaram (a) yang ditunjukkan, jumlah masing-masing pasangan adalah 51.



1 + 2 + 3 + 4 + ...+ 25 + 26 +...+ 47 + 48 + 49+ 50

Diagram (a)

Pertanyaan 4: Berapakah jumlah bilangan bulat 1 sampai 50, jika menggunakan metode Gauss.

Jawaban untuk **Pertanyaan 1.** 10, **Pertanyaan 2.** Dimensi 4 sampai 5, dan ada 4 x 5 = 20 ubinkecil, **Pertanyaan 3.** Pikirkan menggabungkan dua model tangga 1 sampai 50 untuk mendapatkan persegi panjang dengan 50x51 kotak. Jumlah keseluruhan bilangan dari 1 sampai 50 adalah $\frac{50\ X\ 51}{2}$= 1275. **Pertanyaan 4.** 51 x 25= 1275.

Strategi pemecahan masalah menggunakan model dapat dikatakan merupakan kombinasi strategi menggunakan model antara strategi menggunakan menebak dan memeriksa karena metode penyelesaiannya sama-sama menggunakan Informasi yang terlebih dahulu harus diatur dan disajikan.

5. Strategi Pemecahan Melalui suatu Variabel

Variabel adalah suatu simbol pengganti nilai tertentu yang belum jelas nilainya. Variabel sering disebut pula sebagai pengubah, biasanya juga paling sering dilambangkan dengan huruf x atau y, dan bisa dengan lambang-lambang huruf lainnya. Penggunaan variabel biasanya digunakan pada permasalahan persamaan linier satu variabel dan persamaan linier dua variabel.

Contoh 1.5

Buktikan bahwa jumlah bilangan asli memilki faktor 2.

Memahami Masalah, jumlah bilangan asli 1, 2, 3, 4, ..., n, artinya 1 + 2 + 3 +. . . + 8 + 9 + n. Tunjukkan bahwa jumlah bilangan-bilangan tersebut memiliki faktor 2.

Menyusun Rencana, agar lebih mudah menghitung jumlah bilangan asli dapat dimulai dengan memikirkan pola jumlah bilangan mulai dari bilangan 1 sampai 10, 1 sampai 100, serta 1 sampai 500. Menghitung jumlah bilangan asli 1, 2, 3, 4,. . . , sampai 10 akan menjadi 1 + 2 + 3 +. . . + 8 + 9 + 10. Demikian pula, jumlah bilangan asli sampai 100 maka jumlahnya adalah 1 + 2 + 3 +. . . + 98 + 99 + 100 dan jumlah bilangan asli sampai 500 adalah 1 + 2 + 3 +. . . + 498 + 499 + 500. Cara mencari dan menghitung jumlah semua bilangan asli akan berawal dari 1 dan berakir pada bilangan yang ditentukan. Dengan demikian, jumlah n hitung pertama akan dinyatakan sebagai 1 + 2 + 3 +. . . + (n - 2) + (n - 1) + n. Jumlah bilangan-bilangan ini dapat ditemukan dengan memperhatikan bilangan pertama 1 yang ditambahkan ke angka terakhir n yakni (n + 1), lalu (n - 1) + 2, (n - 2) + 3, dst. Menambahkan semua pasangan bilangan tersebut bisa dilakukan dengan menambahkan semua jumlahnya dua kali seperti ilustrasi pada bagian **melaksanakan rencana**, lalu membaginya dengan 2 (faktor 2).

Melaksanakan Rencana

$$\begin{array}{ccccccccccccc} & 1 & + & 2 & + & 3 & + \ldots + & (n-2) & + & (n-1) & + & n \\ + & n & + & (n-1) & + & (n-2) & + \ldots + & 3 & + & 2 & + & 1 \\ \hline & (n+1) & + & (n+1) & + & (n+1) & + \ldots + & (n+1) & + & (n+1) & + & (n+1) \\ & & & & & & = n\cdot(n+1) & & & & & \end{array}$$

Karena setiap bilangan ditambahkan dua kali, jumlah yang diinginkan akan diperoleh dengan membagi n.(n + 1) dengan 2, sehingga menghasilkan

$$1 + 2 + 3 + \ldots + (n - 2) + (n - 1) + n = \frac{n \cdot (n + 1)}{2}$$

Jadi 2 merupakan faktor dari jumlah bilangan asli berapapun.

Memeriksa Kembali, memeriksa hasil penyelesaian bisa dilakukan dengan menggantikan variabel n untuk menghitung Jumlah bilangan 1-10, 1-100, 1-500. Apakah sesuai dengan pola di atas.

$$1 + 2 + 3 + \ldots + 8 + 9 + 10 = \frac{10 \cdot (10 + 1)}{2} = 55$$

$$1 + 2 + 3 + \ldots + 98 + 99 + 100 = \frac{100 \cdot (101)}{2} = 5050$$

$$1 + 2 + 3 + \ldots 498 + 499 + 500 = \frac{500 \cdot 501}{2} = 125{,}250$$

6. **Strategi Pemecahan Melalui Bekerja Terbalik**

Contoh 1.6

Ibu fita sedang membuat beberapa puding coklat di malam hari. Seperlima puding coklat disimpan di lemari es untuk dimakan nanti siang. Tak lama kemudian puding coklat tersebut dibagikan kepada tiga anaknya sehingga setiap anak memperoleh 15 puding coklat. Berapa banyak puding coklat yang bu fita buat?

Memahami masalah, Bu fita sedang membuat puding coklat, dan berapa puding coklat yang dibuat bu fita.

Menyusun Rencana, Kita sudah mengetahui banyak pudding coklat yang dibagikan ke setiap anak bu fita yaitu 15 puding coklat. Dan yang jadi masalah adalah berapa puding coklat yang dibuat oleh bu fita sebelum ia bagikan kepada anak-anaknya. Untuk menyelesaikan sebuah masalah ini, kita memakai metode bekerja terbalik atau metode bekerja mundur. Pertama kita menghitung jumlah puding coklat yang anak-anaknya dapat dari bu Fita, lalu mengalikannya dengan tiga. Seperlima bagian puding coklat disimpan untuk dimakan nanti siang. Kemudian bu Fita bisa membagikan puding coklat kepada tiga anak-anaknya sehingga memperoleh masing-masing 15 puding coklat.

Melaksanakan Rencana, Kita bisa menggunakan simbol "p" untuk mencari berapa banyak puding coklat yang dibuat oleh Ibu Fita.

Puding coklat yang disimpan adalah ⅕ p.

Puding coklat dibagikan kepada tiga anak-anaknya masing-masing mendapat 15 puding coklat.

$\frac{1}{5}p : 3 = 15$

$$\left.\begin{aligned} p/5 \times \tfrac{1}{3} &= 15 \\ p/15 &= 15 \end{aligned}\right\} \text{Bekerja terbalik}$$

$p = 15 \times 15$

$p = 225$

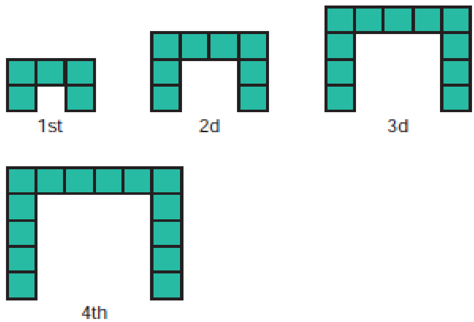
Memeriksa kembali, Jadi, Bu Fita membuat 225 puding coklat kecil. Dari penyelesaian di atas ada dua metode yang digunakan untuk menyelesaikan masalah tersebut yaitu dengan metode bekerja mundur / terbalik dan variabel.

7. Strategi Pemecahan Melalui Aljabar

Aljabar suatu bagian dari matematika yang berperan penting untuk menyelesaikan dan memecahkan masalah. Ilmu Aljabar berasal dari Babilonia dan Mesir lebih dari 4000 tahun yang lalu. Aljabar digunakan juga sebagai symbol atau huruf untuk menyatakan suatu nilai atau hasil tertentu. Strategi pemecahan menggunakan aljabar seringkali melibatkan penggunaan variabel. Untuk menerapkan strategi ini, kita harus memiliki pemahaman yang jelas dari apa itu variabel, bagaimana menulis dan menyederhanakan persamaan yang mengandung variabel. Contoh 1.7 membahas penggunaan variabel dalam strategi pemecahan masalah melalui aljabar.

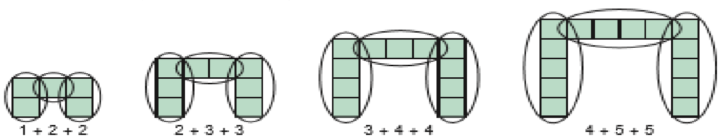
Contoh 1.7

Tentukan ekspresi aljabar yang dapat mewakili pola kumpulan ubinpada gambar di bawah ini.



Memahami masalah, diberikan 4 pola kumpulan ubinseperti gambar di atas, Buat ekspresi aljabar yang menyatakan jumlah ubin pada pola ke-n.

Menyusun Rencana, agar lebih mudah menyelesaikan, kita bisa mengidentifikasi pola yang lebih sederhana. **Pertanyaan 1.** Berapa banyak ubin pada pola ke-5? **Pertanyaan 2.** Pola ke-150? (**Petunjuk**: Jika pola ini berlanjut, maka akan menghasilkan jumlah ubin 260, pada pola ke berapakah ini terjadi?)



Pada ilustrasi di atas dapat diidentifikasi pola kumpulan ubin pertama bahwa 1 ubin di kaki pertama, 2 ubin di tengah, 2 ubin di kaki ke-2. Pola kumpulan ubin ke-2 yakni 2 ubin di kaki pertama, 3 ubin di tengah, 3 ubin di kaki ke-2. Demikian pula untuk pola ubin yang lain

Melaksanakan rencana, Pada **Pertanyaan 1.** Dengan mengikuti pola di atas jumlah kumpulan ubin ke-5 adalah 5 + 6 + 6 = 17 ubin. **Pada pertanyaan 2.** Pola kumpulan ubin ke-150 adalah 150+(2x151), sehingga jumlah kumpulan ubin ke-150 adalah 452. Dengan mengidentifikasi pola lebih lanjut diperoleh 3(150) + 2 = 452 atau dengan 150 + 150 + 150 + 2 = 452 ubin. Jadi pada kumpulan ubin ke-n diperoleh n ubin di kaki ubin pertama, (n+1) ubin di tengah, (n+1) ubin di kaki ke-2. Ungkapan aljabar untuk jumlah kumpulan ubin n adalah n+(n+1)+(n+1) atau 3n+2. Ungkapan angka ke n dengan cara 3n+2 untuk nilai 260.

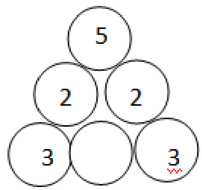
Memeriksa Kembali, dapat dilakukan dengan memeriksa apakah pada jumlah ubin 14 pada pola kumpulan ubin ke 4 dengan menggunakan ungkapan aljabar 3n+2, didapat 3(4)+2=14 (benar).

D. LATIHAN SOAL

1. Ada 6 orang ingin berangkat ke museum menggunakan angkot, sedangkan hanya terdapat satu angkot saja dan hanya bisa mengangkut maksimal 160 kilogram. Berat ke 6 orang itu adalah 70, 90,80,77, 60,dan 50 kilogram. Bagaimana cara 6 orang tersebut dapat pergi ke museum, dan berapa jumlah pemberangkatan minimal yang dibutuhkan untuk angkot tersebut?
2. Seorang peternak akan berpergian ke kota dengan membawa yaitu kambing, ayak dan rumput untuk dijual,

ketiganya memiliki berat yang hampir sama. Diperjalanan petani harus menyebrangi sebuah sungai menggunakan kapal kecil yang ada ditepi sungai, petani itu tidak boleh mengangkut semua bawaanya sekaligus karena melihat perahunya yang sudah cukup tua, untuk memindahkan barang-barang bawaanya apa yang harus dilakukan oleh petani tersebut?

3. Diberikan angka 1,2,3,4,5,6. Tempatkan angka-angka tersebut dalam lingkaran seperti gambar disamping sehinggga jumlah yang terdapat pada setiap sisi segitiga tersebut adalah 10. **Petunjuk:** kita akan menyelesaikan dengan tiga cara yang berbeda. jika salah maka sebaiknya terus mencoba hingga mendapatkan solusi yang benar dan tepat.



4. Andi mempunyai banyak sekali puzel yang bermacam-macam bentuknya diantara puzle tersebut terdapat puzel yang berbentuk segitiga kecil, dengan puzel tersebut Andi ingin membuat atap rumah, berapakah segitiga kecil yang dibutuhkan oleh Andi untuk membangun atap rumah ?
5. Misal kita mempunyai uang di saku, kita akan membeli air minum seharga Rp 2.500, lalu jika kita hitung ternyata sisa uang kita adalah Rp 8000. Tentukan berapa uang yang kita miliki sebelum membeli air minum?
6. Dani berfikir tentang suatu bilangan. Seandainya kita menambahkan bilangan 9 pada bilangan Dani, lalu dikurangi dengan bilangan 4, dibagi dengan bilangan 2, kemudian ditambah dengan bilangan 10 dan hasilnya 16. Berapa bilangan yang dipikirkan Dani?

7. Hitunglah nilai 1+2+3+……..+100 menggunakan pendekatan pola Gauss.Sebuah pemilik tokoh bunga ingin memesan total 120 bunga yang terdiri dari dua jenis yaitu bunga matahari pink dan bunga sakura. Harga beli setiap bunga matahari pink adalah Rp.45.000, sementara harga beli bunga sakura adalah Rp.338.000. Jika pemilik toko memiliki anggaran total 40 juta untuk dibelikan bunga. berapa banyak bunga yang dapat dibeli?
8. Suatu kolam pancing berbentuk persegi panjang memiliki lebar 6 kurangnya dari panjang dan keliling 144 m. Tentukanlah ukuran panjang dan lebarnya.
9. Umur Rafa 10 tahun yang lalu adalah empat kali umur Rayyan. Tahun ini umur Rafa 2 kali umur Rayyan. Berapa umur mereka masing-masing?

BAB II
HIMPUNAN DAN DIAGRAM VENN

A. HIMPUNAN DAN UNSUR-UNSURNYA

Himpunan adalah kumpulan dari beberapa benda atau objek, dan benda atau objek tersebut yang disebut dengan anggota atau anggota. Beberapa kalimat yang bisa disebut sebagai suatu himpunan misal: sekawanan angsa, sekawanan kambing, koleksi lukisan, sekelompok petani.

Ada 3 metode umum untuk menyatakan suatu himpunan.

1. Menyatakan himpunan dengan deskripsi secara lisan atau kata-kata

   Contoh 2.1

   a. "Himpunan 5 pulau yang ada di Indonesia"
   b. “Ibukota dari provinsi di pulau Jawa”
   c. “Bilangan kelipatan 2 dimulai dari 1- 60”

2. Menyatakan himpunan dengan daftar anggota atau anggota yang dipisahkan dengan koma, dan menggunakan kurung kurawal (“,...,...,....,”) sebagai penutup daftar anggota.

   Contoh 2.2

   a. { Jawa, Sumatera, Sulawesi, Kalimantan, Papua }.
   b. { DKI Jakarta, DI Yogyakarta, Surabaya, Bandung, ...}.
   c. { 2,4,6,8,10,12,14,16,18,20,22,24,26,28,30,....}.

3. Notasi Set-Builder

   Contoh 2.3

   a. $\{x \mid x$ adalah 5 pulau yang ada di Indonesia$\}$.
      Notasi Set-builder ini dibaca himpunan dari semua x sedemikian hingga x adalah 5 pulau di Indonesia.
   b. $\{x \mid x$ adalah ibukota dari provinsi di pulau Jawa$\}$.

Notasi Set-builder ini dibaca himpunan dari x sedemikian hingga x adalah ibukota dari provinsi di pulau Jawa.

c. {*x*| *x* adalah bilangan kelipatan 2 dimulai dari 1-60}.
Notasi Set-builder ini dibaca himpunan dari x sedemikian hingga x adalah bilanga kelipatan 2 dimulai dari 2-60.

Himpunan biasanya dilambangkan dengan huruf kapital seperti A, B, C, dan sebagainya. Apabila suatu himpunan tidak memiliki anggota (anggota) maka disebut dengan himpunan kosong yang disimbolkan dengan "{ }" atau "∅". Simbol " ∈ " dan " ∉" digunakan untuk menunjukkan bahwa sebuah benda merupakan anggota suatu himpunan atau bukan merupakan anggota suatu himpunan.

Contoh 2.4

Himpunan semua bilangan bulat antara 40 dan 40 yang dapat dibagi secara merata dengan 15, himpunan tersebut tidak memiliki anggota atau anggota sehingga bisa dilambangkan dengan { } atau ∅ .

B. DIAGRAM VENN DAN UNSUR-UNSURNYA

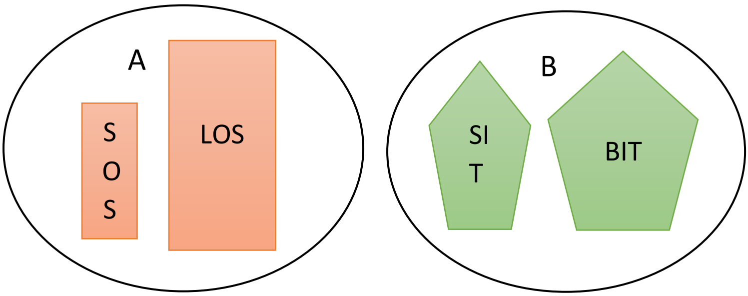
Diagram venn merupakan sebuah diagram yang menyatakan himpunan dengan menggunakan gambar. Diagram Venn sering digambarkan dengan menggunakan persegi panjang yang didalamnya terdapat lingkaran. Di dalam diagram venn terdapat yang namanya set dan anggota. Set merupakan kumpulan objek yang biasa disebut dengan himpunan, misalnya; sekelompok hewan ternak, sekelompok anak geng motor, dll. Sedangkan pengertian dari anggota itu sendiri yaitu kumpulan dari beberapa benda. Set biasanya ditulis dengan tanda kurung kurawal { }. Dan anggota adalah anggota dari kumpulan tersebut, yang terdapat pada tanda kurung kurawal.

C. HUBUNGAN ANTAR HIMPUNAN

Hubungan antar himpunan terdiri dari himpunan lepas, himpunan bagian, himpunan sama, korespondensi 1-1

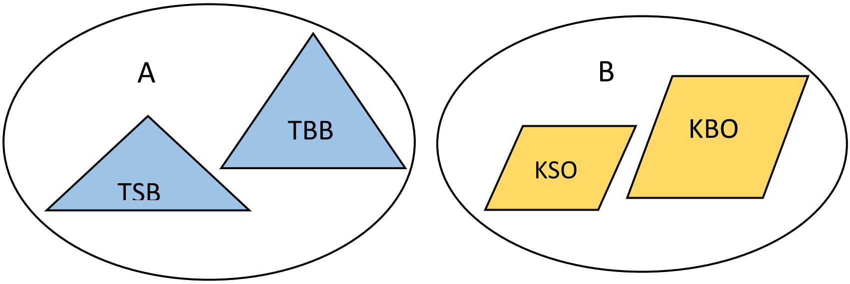
1. Himpunan Lepas

Himpunan ini dikatakan himpunan lepas apabila tidak ada anggota dari himpuan A dan B yang sama.



Dalam gambar di atas dapat dipahami bahwa anggota himpunan A dan angota himpunan B tidak ada yang sama. Pada himpunan A terdapat persegi panjang dengan ukuran kecil dan besar, tetapi pada himpuan B terdapat segilima kecil dan besar, dan dapat disimpulan bahwa himpuan A dan B himpunan lepas.

Contoh 2.5



Manakah dari rangkaian pasang anggota di atas yang terpisah? (Catatan: tuliskan unsur-unsurnya dari setiap himpunan, dan periksa untuk melihat apakah mereka memiliki anggota yang sama).

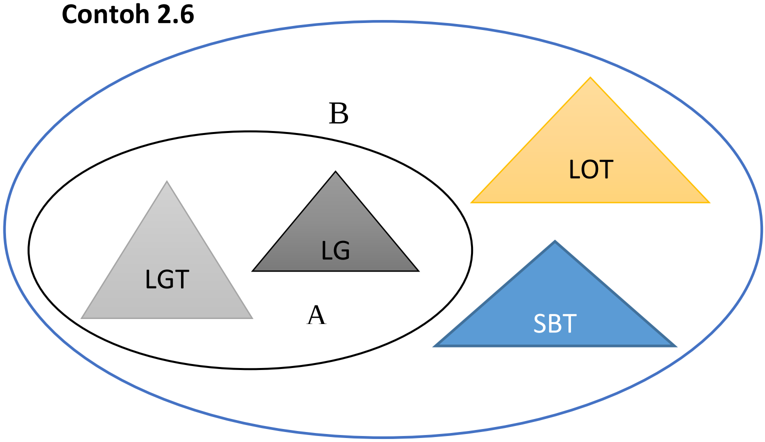
Solusi

Dalam himpunan A dan B diatas dapat dipahami bahwa anggota himpunan A dan angota himpunan B tidak ada yang sama. Pada himpunan A terdapat segitiga dengan ukuran kecil dan besar serta berwara biru, tetapi pada himpuan B terdapat jajargenjang kecil dan besar seta warna oranye, Jadi dapat disimpulan bahwa himpuan A dan B himpunan lepas.

2. Himpunan Bagian

Himpunan ini dikatakan himpunan bagian apabila seluruh anggota himpunan A menjadi bagian dari himpunan B. Simbol dari himpunan bagian ini adalah "⊆".

Contoh 2.6

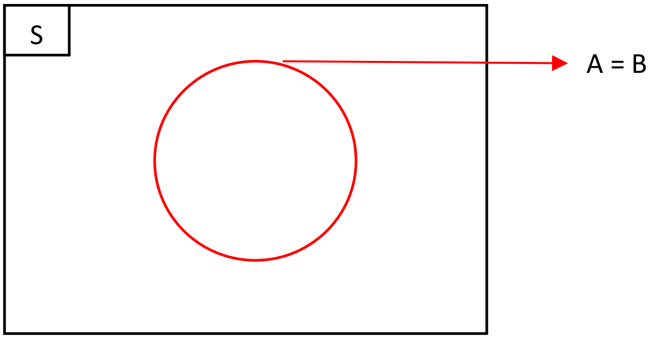


Setiap anggota dari himpunan A juga merupakan anggota dari B, maka himpunan A adalah himpunan bagian dari B. Hubungan ini ditulis $A \subseteq B$. Jika himpunan A bukan himpunan bagian dari himpunan B, kita tulis $A \subseteq B$.

3. Himpunan Sama

Himpunan ini dikatakan sama apabila anggota A merupakan anggota B dan sebaliknya. Simbol dari himpunan sama adalah “=”.

Contoh 2.7

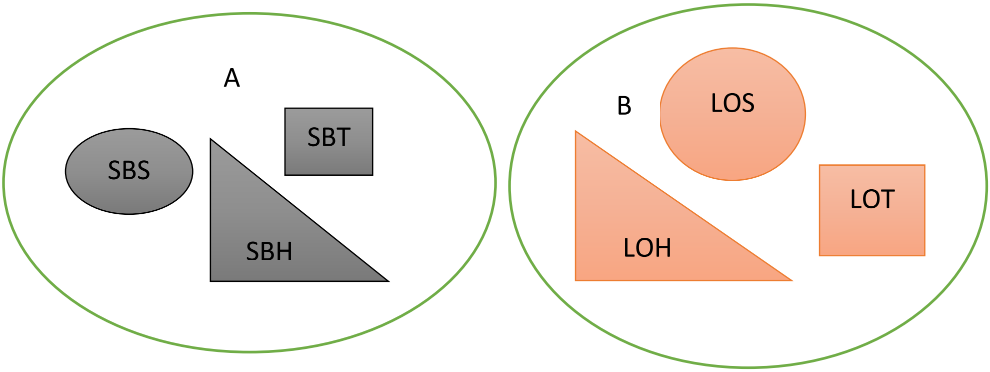


Pada gambar di atas seluruh anggota A dan anggota B sama, sehingga A=B

4. Korespondensasi 1-1

Dikatakan korespondensi 1-1 apabila banyak anggota himpunan A dan B sama dan sesuai dengan tepat antara anggota himpunan A dan anggota himpunan B. Jika ada korespondensi 1-1 antara himpunan A dan B, dapat ditulis dengan “A ~ B” dan dapat disebut bahwa A dan B adalah himpunan yang setara atau sesuai.

Contoh 2.8



Keterangan:

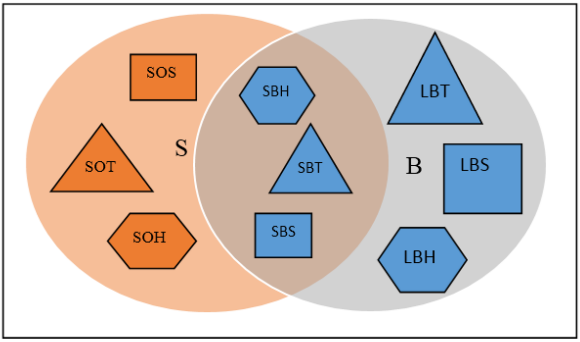
- SBT berpasangan dengan LOS
- SBS berpasangan dengan LOH
- SBH berpasangan dengan LOT

D. OPERASI HIMPUNAN

Operasi himpunan meliputi irisan dan gabungan dua himpunan atau lebih.

1. Irisan

Irisan dari dua himpunan adalah himpunan yang anggotanya atau anggotanya berada dalam anggota bagian kedua himpunan tersebut. Simbol irisan adalah “∩”.



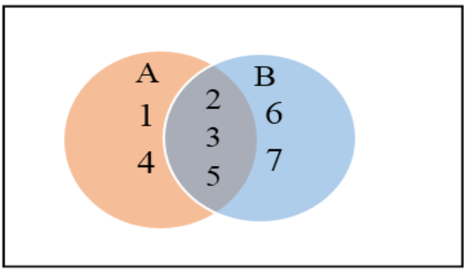
Dari gambar tersebut irisan dari himpunan S dan B adalah anggota yang berada tepat diantara lingkaran S dan B, jadi irisan tesebut adalah {SBS, SBT, dan SBH}.

$$S \cap B = \{SBS, SBT, SBH\}.$$

Contoh 2.9

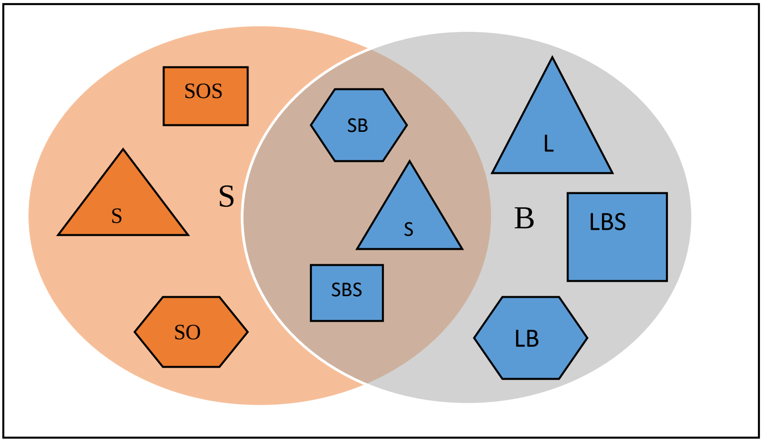
Gambar dan tentukan irisan dari himpunan A dan B berikut

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$
$$B = \{2, 3, 5, 6, 7\}$$
$$A \cap B = \{2, 3, 5\}$$



2. Gabungan

Gabungan dua himpunan adalah himpunan yang anggotanya atau anggotanya termasuk dalam kedua himpunan tersebut. Simbol dari gabungan adalah “∪”.



Dari gambar di atas gabungan antara himpunan S dan himpunan B adalah semua yang ada pada lingkaran S dan lingkaran B baik itu diantara dua lingkaran tersebut. Jadi gabungan himpunan tersebut adalah {SOS, SOH, SOT, SBT, SBS, SBH, LBT, LBS,dan LBH}.

S ∪ B = {SOS, SOH, SOT, SBT, SBS, SBH, LBT, LBS,LBH}.

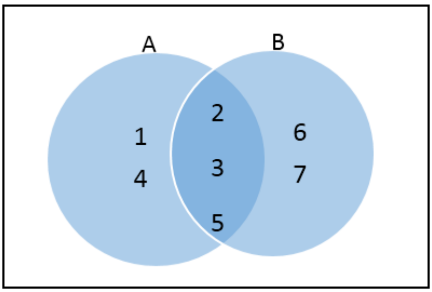
Contoh 2.10

A gabungan B dari himpunan tersebut adalah ?

A = {1, 2, 3, 4, 5}

B = {2, 3, 5, 6, 7}

A ∪ B = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}



E. LATIHAN SOAL

1. Diberikan :

   A = {2,4,6,8,10}

   B = {1,2,3,4,5,6,7}

   Tentukan dan Gambarkan:

   a. $A \cup B$
   b. $A \cap B$

2. Di sebuah sekolah sedang melakukan bersih-bersih kelas dengan 15 anggota, 7 orang menyapu lantai, 6 orang membersihkan kaca, dan 4 orang tidak melakukan hal tersebut. Berapa banyak orang yang menyapu dan mengepel ?

3. Diketahui :

   A = {Bilangan prima antara 2 sampai 12}

   B = {4 Bilangan kelipatan 3 yang pertama}

   Tentukan $A \cap B$ adalah ?

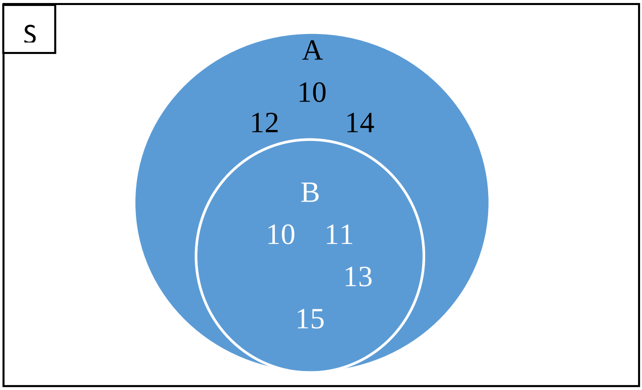
4. Gambarlah diagram venn untuk himpunan A, B, C, sesuai dengan pernyataan $A \subseteq B$, $B \subseteq C$

5. Dari beberapa anak di kelas diketahui 25 orang suka minum susu, 20 orang suka minum air putih dan 12 orang suka mimum susu dan air putih. Dari data di atas jawablah pertanyaan di bawah ini menggunakan diagram venn.

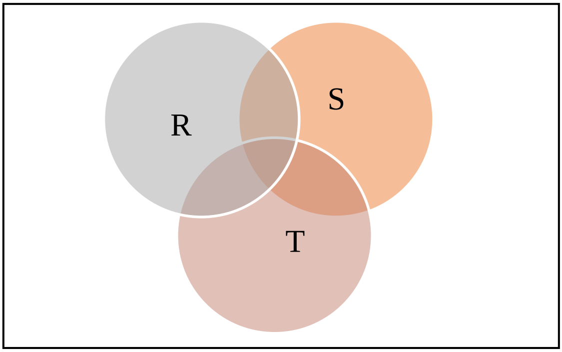
   a. jumlah semua anak di dalam kelas ?
   b. jumlah anak yang suka susu saja ?
   c. jumlah anak yang suka air putih saja ?
   d. jumlah anak yang suka kedua-duanya ?

6. Isilah "⊆" atau "⊈" pernyataan berikut.

   a. 10 . . . . A
   b. 12 . . . . B
   c. 15 . . . . . A



7. Buatlah diagram venn berdasar gambar berikut.



a. R ∩ S
b. T ∪ R
c. T ∩ S

8. Sebuah survei kelas menunjukkan bahwa 23 siswa menonton televisi pada hari Senin, 17 pada hari Selasa, dan 15 pada hari Rabu. Dari mereka yang menonton TV hanya satu pada hari ini, 11 memilih Senin, 7 memilih selasa, dan 6 memilih rabu. Setiap siswa menonton TV setidaknya satu pada hari ini, dan 7 siswa menonton tiga hari penuh. Jika 12 siswa menonton TV pada hari senin dan selasa, tentukan jumlah siswa yang berada di kelas.

BAB III
PENALARAN DEDUKTIF DAN INDUKTIF

A. PENGERTIAN DEDUKTIF DAN INDUKTIF

Penalaran deduktif adalah suatu cara yang digunakan untuk menarik kesimpulan yang bersifat khusus menggunakan logika dari pernyataan atau fakta umum yang dianggap benar. Penalaran deduktif bersifat silogisme yaitu berdasarkan argumen yang terdiri dari premis-premis dan kesimpulan, dimana hubungan antara premis-premis dengan kesimpulan tidak dapat terpisahkan satu sama lain.

Inti penalaran deduktif terletak pada tepat atau tidaknya hubungan antara premis-premis dan kesimpulan. Kesimpulan bisa ditarik dengan menganalisa premis-premis yang sudah ada. Kesimpulan semestinya sudah dapat tersirat dalam premis-premisnya. Kelebihan penalaran deduktif adalah bahwa kesimpulan yang diperoleh tidak akan pernah salah jika premis-premisnya bernilai benar.

Contoh 3.1

Diketahui bahwa

Jumlah dua bilangan adalah 623

Salah satu bilangan adalah 363

Solusi

Kesimpulan angka lainnya adalah 260. Kesimpulan ini mengikuti dari informasi (premis) yang diberikan.

Berbeda dengan penalaran deduktif yang bersifat umum ke khusus. Penalaran induktif adalah suatu cara yang digunakan untuk menarik kesimpulan didasarkan pada data (premis) yang bersumber dari suatu peristiwa bersifat khusus yang akan dijadikan ke suatu pernyataan yang lebih bersifat umum atau luas. Jadi dengan kata lain dalam penalaran induktif telah terjadi sebuah proses berpikir yang berusaha menjadikan atau menghubungkan fakta-fakta khusus yang sudah diketahui menuju kepada suatu kesimpulan yang bersifat umum. Kesimpulannya ditarik dengan cara menilai kasus-kasus yang digunakan sebagai premis-premis. Kesimpulan penalaran induktif belum tentu memiliki nilai kepastian mutlak, dalam hal ini mungkin saja ada aspek probabilitas. Jadi kelebihan penalaran induktif terletak pada proses mendapatkan pernyataan baru namun pada sisi lain hasil yang didapat tersebut masih berpeluang untuk menjadi salah.

Contoh 3.2

1. **Pertanyaan 1.** Jika dua bilangan ganjil dijumlahkan, maka akan menjadi bilangan genap, **Pertanyaan 2.** Jika dua bilangan prima dijumlahkan, maka akan menjadi bilangan genap. Buktikan menggunakan cara penalaran induktif ?

   Solusi:

   Membuktikan dengan menggunakan penalaran induktif bahwa dua bilangan ganjil akan menjadi bilangan genap, salah satunya dengan cara sebagai berikut :

   Misal bilangan-bilangan ganjil 1, 3, 5, 7, 9, 11, dan seterusnya. Maka $9 + 15 = 24$, $11 + 25 = 36$. Untuk kasus pada **pertanyaan 1** menggunakan penalaran induktif, penjumlahan dua bilangan ganjil berapapun akan menghasilkan bilangan genap. Penjumlahan bilangan-bilangan tersebut dapat dikatakan juga merupakan penjumlahan dua bilangan prima. Namun bagaimana jika bilangan prima $2 + 5 = 7$ (tidak genap). Hal ini menunjukkan penalaran induktif tidak selamanya bisa digunakan sebagai dasar argument yang valid.

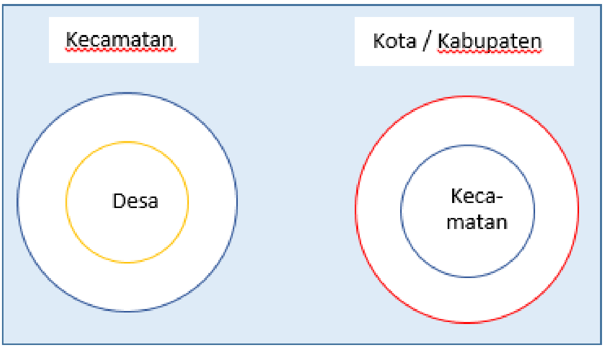
B. PERNYATAAN VALID DAN INVALID

Pernyataan valid adalah proses penentuan atau usaha untuk membuat suatu pernyataan menggunakan penalaran yang tepat dan benar agar menjadi pernyataan yang saling berkaitan atau berhubungan satu sama lain. Pernyataan yang valid dapat mempermudah untuk menarik kesimpulan logis suatu masalah. Suatu penalaran bisa dikatakan valid jika tepat dan konsisten dengan kesimpulannya yang ditarik dari premis-premis dan mengikuti informasi yang ada.

Contoh 3.3

Pernyataan valid dalam bentuk diagram venn :

1. Diagram berikut menyatakan hubungan desa, kecamatan, dan kabupaten. Buatlah premis dan kesimpulan yang valid.



Keterangan warna :
Kuning adalah Desa.
Biru adalah kecamatan.
Merah adalah kota/kabupaten.

Solusi

Premis : Semua desa adalah kecamatan.
Semua kecamatan adalah kota/kabupaten.
Kesimpulan: semua desa adalah kota/kabupaten. (valid)

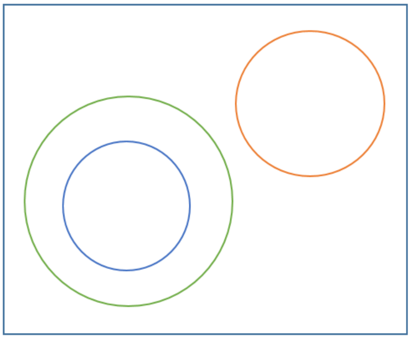
2. Buatlah diagram venn yang membuktikan pernyataan berikut valid?

   Premis : Ayam adalah unggas.

   Hewan mamalia bukanlah unggas.

   Kesimpulan : Ayam bukanlah mamalia.

   Solusi



Keterangan warna garis :

- Biru adalah ayam.
- Hijau adalah unggas.

Pernyataan invalid adalah kebalikan dari pernyataan valid yaitu proses penentuan atau usaha membuat pernyataan yang salah dan tidak lengkap atau kurang lengkap, hal ini dikarenakan cara menyusun premis-premis yang kurang tepat dan tidak benar, sehingga pembuatan pernyataan menjadi tidak saling berkaitan atau tidak berhubungan satu sama lain. Pernyataan yang invalid dapat mempersulit kita menarik sebuah kesimpulan (konklusi). Suatu penalaran bisa dikatakan invalid jika kurang tepat dan tidak konsisten terhadap kesimpulannya yang ditarik dari premis-premisnya.

Contoh 3.4

Diberikan diagram berikut, buatlah pernyataan invalid.

- Beberapa anggota Anak Futsal adalah anggota Anak Sidoarjo.
- Beberapa anggota Anak Sidoarjo berada di anggota Anak Karate.

  Kesimpulan: Beberapa anggota Anak Futsal adalah anggota Anak Karate. (tidak valid)

  Mungkin saja ada anggota Anak Futsal yang juga ada di anggota Anak Karate. Oleh karena itu, kesimpulan yang dinyatakan tidak valid.

C. PERNYATAAN KONDISIONAL

Dalam penalaran deduktif, informasi dari sebuah pernyataan yang diberikan seringkali merupakan pernyataan dari bentuk “jika….., maka…..”. Jika disebut sebagai “hipotesis” dan maka disebut sebagai “kesimpulan”.

Contoh 3.5

Hypothesis	Kesimpulan
Jika bilangan kurang dari 3	Maka kurang dari 8

Arti dalam pernyataan tersebut adalah jika sebuah bilangan lebih rendah daripada 3 yang merupakan hipotesis, Kesimpulan: maka hal itu lebih rendah daripada 8.

Pernyataan dalam bentuk seperti d iatas disebut sebagai pernyataan kondisional. Banyak pernyataan yang tidak termasuk kedalam jika-maka, namun pernyataan tersebut dapat ditulis ulang sebagai pernyataan kondisional.

Contoh 3.6

Contoh ini menunjukkan pernyataan-pernyataan yang ditulis tanpa menggunakan jika-maka dan diubah ke dalam bentuk pernyataan kondisional.

Pernyataan yang tidak ditulis menggunakan jika-maka

- Semua pantai yang merupakan wahana umum harus memiliki penjaga pantai.
- Anda akan tetap dalam kondisi baik saat berolahraga setiap hari.
- Siswa tidak akan diterima setelah jam 5 sore.
- Pasien akan memiliki kesempatan untuk sembuh jika menjalani perawatan.

Solusi yang ditulis ulang dalam bentuk jika-maka:

- Jika pantai sebagai wahana umum, maka harus memiliki penjaga pantai.
- Jika anda berolahraga setiap hari, maka anda akan tetap dalam kondisi baik.
- Jika anda seorang siswa, maka anda tidak akan diterima setelah jam 5 sore.
- Jika dia menjalani perawatan, maka pasien akan memiliki kesempatan untuk sembuh

D. PERNYATAAN, KONVERS, INVERS, DAN KONTRAPOSISI

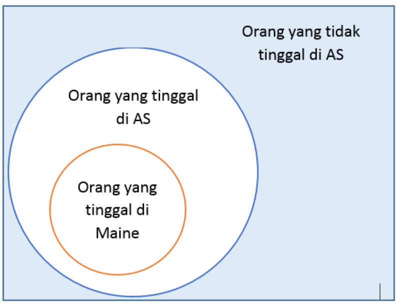
Unsur pernyataan “jika p, maka q”, memiliki 3 pernyataan kondisional lain yang terkait yang dapat diperoleh dengan merubah bagian jika dan bagian maka. Pernyataan yang baru memiliki istilah khusus masing-masing yang menunjukkan pernyataan kondisional baru dengan pernyataan awal. Berikut adalah masing-masing istilah khusus tersebut:

Pernyataan	**jika p, maka q**
Konvers	jika q, maka p
Inverse	jika tidak p, maka tidak q
Kontraposisi	jika tidak q, maka tidak p

Contoh 3.7

Berikut adalah contoh pernyataan kondisonal (convers, invers, kontraposisi) yang berasal dari suatu pernyataan.

Pernyataan:	jika orang tersebut tinggal di Maine, maka orang tersebut tinggal di Amerika Serikat.
Konvers:	jika orang tersebut tinggal di Amerika Serikat, maka orang tersebut tinggal di Maine.
Inverse:	jika orang tersebut tidak tinggal di Maine, maka orang tersebut tidak tinggal di Amerika Serikat.
Kontraposisi:	jika orang tersebut tidak tinggal di Amerika Serikat, maka orang tersebut tidak tinggal di Maine.



Pernyataan pada contoh ini mengatakan "jika orang tersebut tinggal di Maine, maka orang tersebut tinggal di Amerika Serikat". Gambar diagram di atas menjelaskan bahwa jika bagian hipotesis merupakan bagian dalam ke-2 lingkaran, orang-orang yang tidak tinggal di Amerika Serikat berada diluar lingkaran. Gambar diagram tersebut juga menggambarkan kontraposisi dengan pernyataan di contoh tersebut. “jika orang tersebut tidak tinggal di Amerika Serikat, maka orang tersebut tidak tinggal di Maine”.

Jadi diagram di atas mengilustrasikan fakta penting tentang pernyataan jika-maka, suatu pernyataan dan kontraposisinya memiliki nilai kebenaran sama. Artinya, jika ada yang benar begitu juga yang lain, dan jika ada yang salah begitu juga yang lainnya. Diagram tersebut juga menggambarkan fakta penting lain, jika pernyataan benar, konvers dan inverse belum tentu benar. Hal ini bisa dilihat pada konvers “jika orang tersebut tinggal di Amerika Serikat, maka orang tersebut tinggal di Maine”. Daerah diluar lingkaran kecil dan didalam lingkaran besar menunjukkan bahwa sangat mungkin seseorang tinggal di Amerika Serikat, namun tidak tinggal di Maine. Jadi, suatu pernyataan tidak memiliki nilai kebenaran setara (tidak logis) dengan konvers.

Mempertimbangkan inverse pada contoh tersebut “jika seseorang tidak tinggal di Maine, maka orang tersebut tidak tinggal di Amerika serikat”. Jika orang tersebut tidak tinggal di Maine, orang tersebut ada diluar lingkaran kecil, namun tidak selalu diluar lingkaran besar. Jadi kita tidak dapat menyimpulkan bahwa orang tersebut tidak tinggal di Amerika Serikat. Ini menunjukkan bahwa pernyataan tidak memiliki kebenaran setara dengan inverse, pernyataan mungkin benar dan konvers mungkin salah. Namun, ketika itu terjadi bahwa pernyataan dan konvers benar, gabungan dari pernyataan dan convers disebut dengan bikondisional dengan kata hubung istilah “jika dan hanya jika”.

Jadi dapat disimpulkan bahwa pernyataan setara dengan kontraposisi, sedangkan pernyataan tidak setara dengan konvers maupun invers. Jika diidentifikasi lebih lanjut convers setara dengan invers.

E. LATIHAN SOAL

1. Dengan menggunakan penalaran induktif, tunjukkan pernyataan berikut valid atau tidak.
   a. Jumlah besar sudut-sudut segitiga adalah 180^o
   b. Jika sebarang dua sisi segitiga dijumlahkan kurang dari sisi segitiga ketiga, maka tidak akan terbentuk segitiga.
   c. Akar dari suatu bilangan bulat negatif adalah bilangan real.
2. Diberikan pernyataan “Setiap kita memakai toilet umum harus membayar”. Buatlah invers, konvers, dan kontraposisinya.
3. Sebuah rumah mewah yang terletak di daerah Jakarta sedang dalam keadaan kosong karena ditinggal oleh pemiliknya liburan akhir tahun ke pulau Bali. Tetapi, dikabarkan bahwa rumah mewah tersebut telah mengalami perampokan. Sayangnya rumah mewah tersebut belum memiliki CCTV sehingga tidak mudah bagi polisi untuk menangkap perampoknya. Berdasarkan pernyataan yang diberikan oleh seorang waarga, tidak lama ini ada 4 orang yang mencurigakan yang sering mondar-mandir di depan rumah mewah itu. Berdasarkan kesaksian maka beberapa fakta berikut ditemukan.
   - Tidak ada orang lain yang ada saat kejadian tersebut
   - Perampok A dan perampok D memiliki kaki yang cacat, maka perampok A dan perampok. Artinya D butuh bantuan perampok B

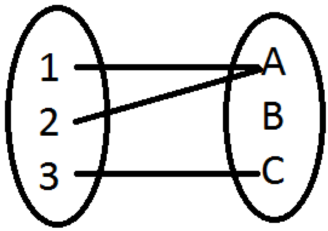
- Perampok C hanya berada di luar pagar rumah (mungkin untuk mengawasi situasi) Hanya perampok B yang bisa naik kendaraan

Gambar diagaram venn yang menyatakan situasi di atas untuk membantu polisi. Jika harus dihukum, identifikasi perampok yang memiliki hukuman paling berat dan ringan.

BAB IV
FUNGSI, KOORDINAT DAN GRAFIK

A. FUNGSI

Fungsi (pemetaan) adalah relasi yang menghubungkan setiap anggota himpunan domain (daerah asal) dengan tepat satu ke anggota dari himpunan kodomain (daerah kawan). Dua himpunan untuk sebuah fungsi memiliki nama. Himpunan pertama disebut domain, dan himpinan yang kedua disebut kodomain.



Keterangan :

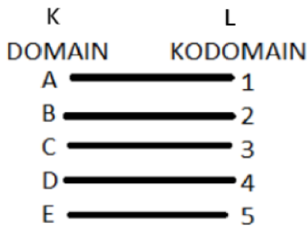
A = Himpunan Domain

B = Himpunan Kodomain

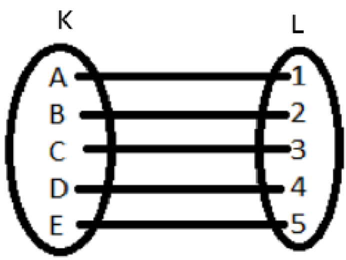
Fungsi digunakan untuk menggambarkan hubungan antara hal-hal seperti waktu dan jarak. Fungsi sering direpresentasikan melalui suatu persamaan, menggambar suatu fungsi dapat dilakukan dengan cara berikut.

1. Fungsi sebagai Diagram Panah

Karena fungsi juga merupakan bagian relasi yang memiliki sifat khusus, fungsi dapat direpresentasikan dalam bentuk diagram panah K dan L yang memiliki himpunan terbatas (beberapa anggota). Pada gambar (a) di bawah ini merupakan fungsi, jika fungsi tersebut akan direpesentasikan melalui diagram venn, maka akan menjadi seperti gambar (b). Agar relasi menjadi fungsi, maka relasi setiap anggota domain harus tepat satu dikawankan ke anggota kodomain. Namun, tidak semua anggota kodomain harus memiliki kawan atau terkena panah. Misal, jika fungsi yang ditunjukkan pada diagram L yang sebelumnya {1, 2, 3, 4, 5}, dirubah menjadi {1, 2, 3, 4, 5,. . .}, maka (6, 7, 8,. . . .} tidak akan terkena panah. Dalam hal ini, {1, 2, 3, 4, 5} merupakan range (daerah hasil) suatu fungsi.



(a)



(b)

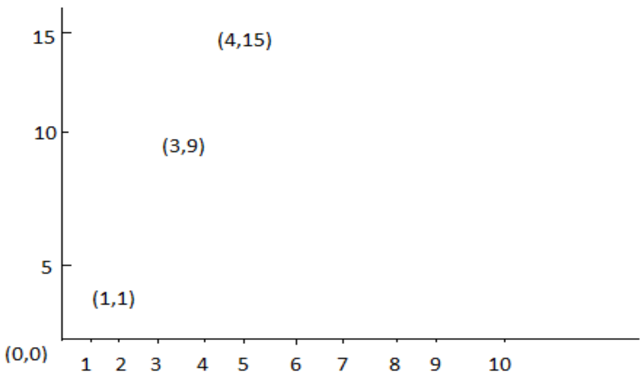
2. Fungsi sebagai Tabel

Fungsi pada Gambar (b) di atas dapat dinyatakan dengan menggunakan tabel. Perhatikan, jika kita menyatakan suatu fungsi melalui table, maka tersirat kodomain atau rangenya sama, yaitu set B.

A	B
a	1
b	2
c	3
d	4
e	5

3. Fungsi sebagai Grafik

Pasangan berurutan fungsi dapat digambarkan sebagai titik-titik pada sistem koordinat dua dimensi. Garis horizontal biasanya digunakan untuk anggota dalam domain fungsi dan garis vertikal digunakan untuk kodomain. Pasangan terurut dinyatakan dengan (x, f(x)), Empat pasangan terurut dari fungsi kuadrat, $f(x)=x^2$, dengan domain f adalah himpunan bilangan bulat, diilustrasikan pada Gambar dibawah ini. Penggunaan grafik sangat berguna jika fungsi terdiri dari beberapa pasang himpunan yang tidak terhingga.

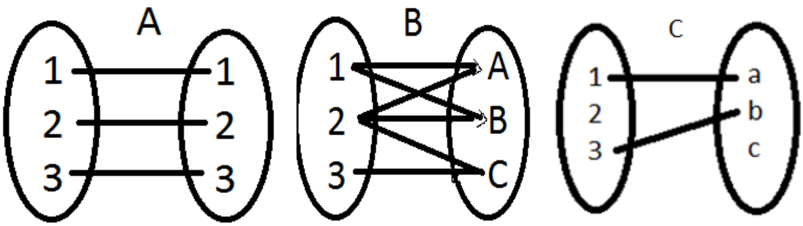


Membedakan Fungsi Dan Bukan Fungsi terkadang lebih mudah dilakukan melalui suatu Gambar, syarat penting suatu fungsi, yaitu:

a. Setiap anggota domain dipasangkan dengan anggota kodomain dan
b. Setiap anggota dalam domain dipasangkan tidak lebih dari satu anggota dalam kodomain.

Contoh 4.1

Tentukan relasi dalam bentuk diagram panah berikut, merupakan fungsi atau bukan dan beri alasanya.



a. Fungsi, karena setiap anggota domain dipasangkan dengan tepat satu anggota kodomain.
b. Bukan fungsi, karena terdapat anggota dalam domain yang mempunyai pasangan lebih dari satu di anggota dalam kodomain
c. Bukan fungsi, karena terdapat anggota dalam dominan yang tidak memiliki pasangan di anggota kodomain.

Contoh 4.2

Diketahui $C = \{2,3\}$ dan $D = \{4,9\}$, relasi dari C dan D adalah “faktor dari” dengan demikian terdapat pemasangan sebagai berikut.

Solusi

$2 \in C$ dipasangkan dengan $4 \in D$ dan

$3 \in C$ dipasangkan dengan $9 \in d$

Contoh 4.3

Diketahui $C = \{2,3\}$ dan $D = \{4,9\}$, relasi dari C dan D adalah “kurang dari” dengan demikian terdapat pemasangan sebagai berikut.

$2 \in C$dipasangkan dengan $4 \in D$ dan
$2 \in C$dipasangkan dengan $9 \in d$
$3 \in C$dipasangkan dengan $4 \in D$ dan
$3 \in C$dipasangkan dengan $9 \in d$

Pada contoh 4.3 setiap anggota C dipasangkan tidak tepat satu (dalam hal ini lebih dari satu pasangannya) pada anggota. Dengan demikian, relasi “kurang dari” dari C ke D bukan merupakan fungsi. Jadi, suatu pemetaan atau fungsi dari himpunan A ke himpunan B adalah relasi yang memasangkan setiap anggota A dengan tepat satu anggota B.

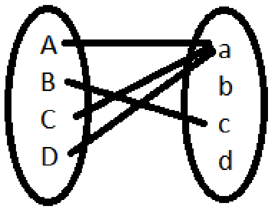
Contoh 4.4

Diketahui suatu fungsi dari himpunan H ke himpunan H sendiri atau dikatakan fungsi pada himpunan H = {a, b, c, d} didefinisikan sebagai f: a→a; f: b→ c; f: c→a; f: d→a.

a. Tentukan daerah asal dari fungsi f
b. Tentukan daerah kawan dari fungsi f
c. Tentukan daerah hasil dari fungsi f
d. Gambarkan diagram panah dari fungsi f

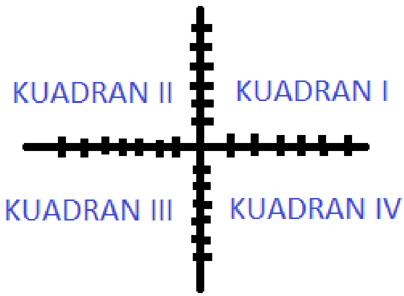
Solusi

a. Daerah asal (domain) H = {a, b, c, d}
b. Daerah kawan (kodomain) H = {a, b, c, d}
c. Dearah hasil (range) = {a, c}
d. Diagram panah fungsi f



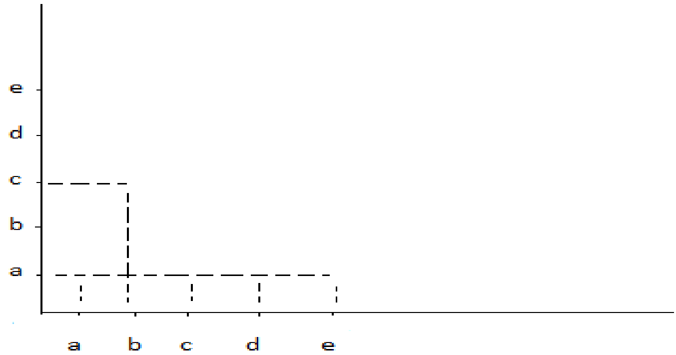
B. KOORDINAT BIDANG DATAR

Bilangan koordinat terbentuk jika sumbu x dan sumbu y berpotongan pada titik nolnya. Sumbu x dan sumbu y membagi 4 daerah bidang koordinat yang disebut kuadran, namun sumbu x dan y bukan bagian dari kuadran mana pun. Nilai kuadran I dan IV positif (x positif), sedangkan nilai kuadran II dan III negatif (x negatif). Demikian pula, nilai di kuadran I dan II memiliki koordinat y positif, sedangkan nilai di kuadran III dan IV memiliki koordinat y negatif.



Contoh 4.5

Diketahui suatu fungsi dari himpunan H ke himpunan H sendiri atau dikatakan fungsi pada himpunan H = {a, b, c, d} didefinisikan f: a→a; f: b→ c; f: c→a; f: d→a. Gambarlah diagram koordinatnya. Tentukan pula nilai kuadarannya.



Range (daerah hasil) f: a→a; f: b→ c; f: c→a; f: d→a memiliki nilai positif di kuadran 1.

C. FUNGSI LINIER DAN GRADIEN

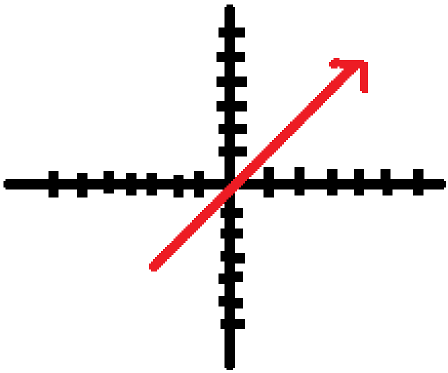
Funsi linier didefinisikan dengan rumus aljabar yang memiliki bentuk umum $f: x \to ax + c$ atau $f(x) = ax + c$ atau y = mx + c, dengan *a* adalah gradien (kemiringan atau kecondongan) dan c adalah konstanta. Unsur-unsur yang diperlukan untuk membentuk fungsi adalah variabel, koefisien, dan konstanta. Disebut fungsi linier karena grafiknya berupa garis lurus. Cara melukis grafik fungsi linier:

1. Menentukan titik potong sumbu x, y = 0 untuk memperoleh koordinat A.
2. Menentukan titik potong sumbu y, x = 0 untuk memperoleh koordinat B.
3. Hubungkan koordinat titik A dan koordinat itik B, sehingga membentuk garis lurus.

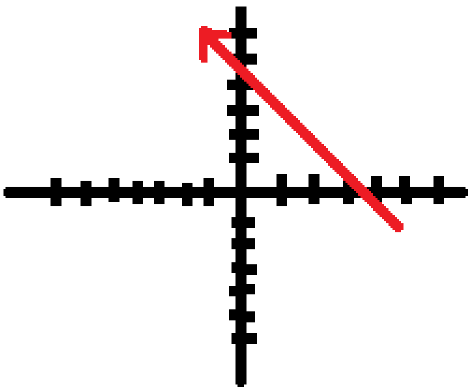
Konsep gradien sering digunakan dalam pemecahan masalah matematika. Gradien garis adalah persamaan garis yang melalui titik asal f(x) = ax, dimana a adalah konstanta. Gradien garis bisa didefinisikan dengan cara menarik garis dari koordinat satu ke koordinat lainnya. Secara umum dua garis dengan kemiringan yang sama adalah sejajar. Semua garis yang sejajar dengan sumbu horizontal akan mengalami kenaikan nol, oleh karena itu kemiringannya nol. Sedangkan semua garis yang sejajar dengan sumbu vertikal akan berjumlah 0, dan karena pembagian nol tidak terdefinisi. Gradien positif ialah garis yang meluas dari kiri bawah ke kanan atas, sedangkan gradien negatif ialah garis yang meluas dari kiri atas ke kanan bawah.

Contoh 4.6

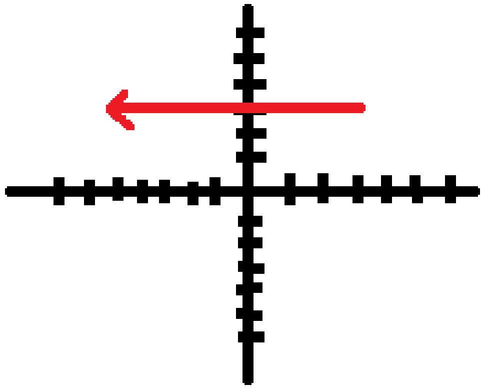
Grafik kemiringan positif



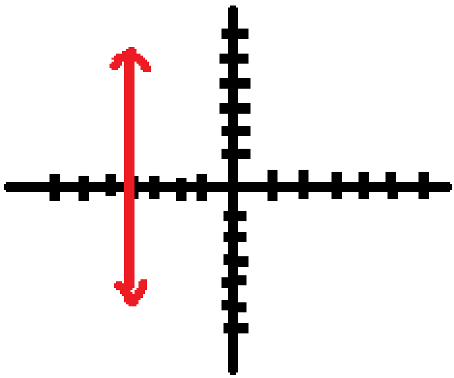
Grafik Kemiringan Negatif



Grafik kemiringan nol



Grafik kemiringan tak terdefinisi



Contoh 4.7

Sebuah meteran taksi 1.60 dolar dan meningkat pada tingkat 1.20 untuk setiap menit. Misalkan x mewakili jumlah menit dan f(x) mewakili total biaya. Tulislah sebuah persamaan untuk total biaya sebagai fungsi dari jumlah menit.

Solusi : biaya awalnya adalah 1.60 dolar dan setiap menit biaya meningkat sebanayak 1.20 dolar. Total biaya dalam dolar adalah $f(x) = 1.2x + 1.60$

Contoh 4.8

Diketahui fungsi linier f: $x \rightarrow f(x) = ax + b$ dengan nilai f(0) = 4 dan nilai f(4) = 4.

a. Hitunglah nilai a dan b lalu tuliskan rumus untuk fungsi f(x)!
b. Tentukan titik potong fungsi f dengan sumbu x maupun sumbu y!

Solusi

a. $F(x) = ax + b$

   Untuk f(0) = 4, diperoleh:

   $0 + b = 4$

   $b = 4$

   Untuk f(4) = -4

   $a(4) + b = -4$

   $4a + b = -4$

   $4a = -4 - 4$

   $4a = -8$

   a = -2, Karena nilai a = -2 dan b = 4, maka rumus fungsi untuk f(x) ialah :

   $f(x) = a + b$

   $f(x) = (-2)x + 4$

   $f(x) = -2x + 4$

b. $y = f(x) = -2x + 4$

   Titik potong dengan sumbu x diperoleh apabila nilai y= 0

   $y = -2x + 4$

   $0 = -2x + 4$

   $2x = 4$

   x =2, Sehingga koordinat titik y = 0 adalah (2,0)

   Titik potong dengan sumbu y diperoleh apabila nilai x = 0

   $y = -2x + 4$

y = -2(0) + 4

y = 0 + 4

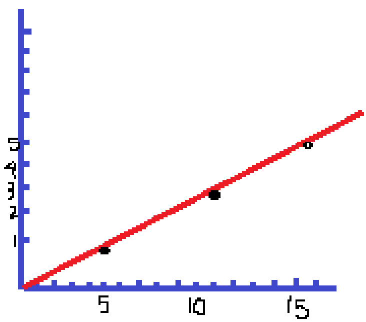
y = 4, Sehingga koordinat titik x = 0 (0,4)

Dengan demikian kurva grafik fungsi y = f(x) = -2x + 4 akan memotong sumbu x dititik (2,0) dan memotong sumbu y dititik (0,4).

D. GRAFIK

Grafik memberikan gambaran secara visual untuk menggambarkan suatu fungsi. Sumbu horizontal, disebut sumbu x, digunakan untuk anggota domain, dan sumbu vertikal, yang disebut sumbu y, digunakan untuk anggota-anggota kodomain. Setiap titik pada grafik terdapat dua bilangan, bilangan pertama disebut koordinat x, menunjukkan jarak ke arah kanan atau ke kiri sumbu vertikal. Bilangan kedua disebut koordinat y, menunjukkan jarak ke arah atas atau bawah sumbu horizontal. Pertemuan dari dua bilangan ini disebut titik koordinat.

Contoh 4.9



Ilustrasi contoh 4.9 suatu fungsi yang dinyatakan dengan grafik memiliki 4 titik koordinat. Perpotongan dua sumbunya x dan y disebut titik asal yang memiliki koordinat (0, 0).

Contoh 4.10

Fungsi F dan R ditentukan dengan rumus f(x)= x-1 dengan x ∈ {0, 1, 2, 3}. Tentukan :

a) Himpunan pasangan terurutnya
b) Gambarlah grafik fungsi f

Solusi :

a) Membuat tabel

X	0	1	2	3
F(x)	-1	0	1	2

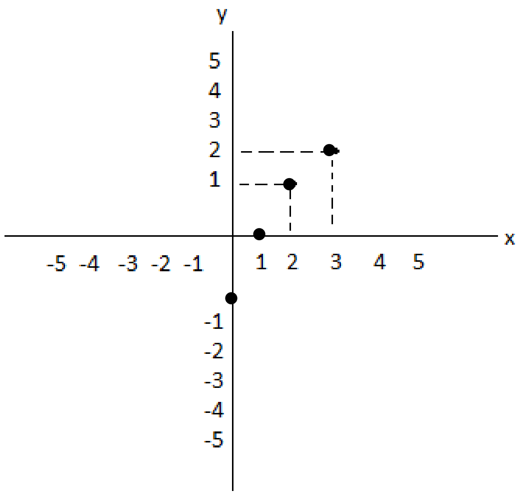
$f(x) = x-1$

$f(0) = 0-1$

$\quad = -1$

Himpunan pasangan terurutannya adalah {(0, -1), (1,0), (2,1), (3,2)}

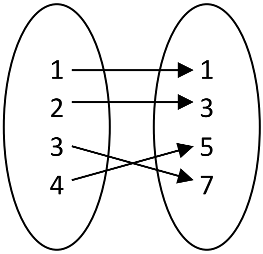
b) Dari himpunan pasangan terurut di atas dapat digambarkan grafik sebagai berikut.



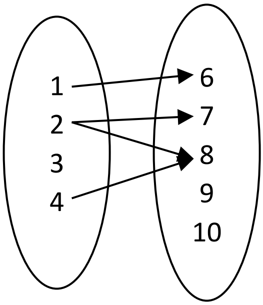
E. LATIHAN SOAL

1. Himpunan manakah yang termasuk fungsi dan sebutkan alasannya ?

   a.



   b.



2. Diketahui himpunan A = {2,3,4} dan himpunan B= {1,2,3,4,5,6,7 }. Suatu fungsi f : A → B ditentukan oleh f(x) = 2x-2.
   a. Tentukan range fungsi f
   b. Gambarlah fungsi f dengan diagram panah.
3. Tentukan letak koordinat titik A (-4,2) ,B (-3,2) dan c (4,2) pada bidang koordinat. Hubungkan titik-titik tersebut, bangun apakah yang terbentuk dan berapa luasnya?
4. Gambarlah suatu fungsi, jika diketahui f(x) = ax + b, dengan nilai f(0) = 4 dan nilai f(4) = 4.

BAB V
PERSAMAAN DAN PERTIDAKSAMAAN

A. PENGERTIAN PERSAMAAN

Persamaan merupakan salah satu perhitungan matematika yang identik dengan penggunaan simbol-simbol aljabar (x). Suatu perhitungan dapat dikatakan sebagai persamaan jika perhitungan tersebut memiliki jumlah atau hasil yang sama antar ruas atau bagian di ruas kanan dan ruas kiri. Menyelesaikan suatu persamaan merupakan suatu proses mencari suatu bilangan yang membuat suatu persamaan menjadi pernyataan bernilai benar

Dari pengertian di atas, maka dapat disimpulkan dan dibuat contoh suatu persamaan. Perhatikan contoh 5.1.

Contoh 5.1

Jika $4 + 5 = 9$ maka $(4 + 5) + 2 = 9 + 2$

$$11 = 11$$

Contoh lain dari persamaan ialah :

Jika $12 – 5 = 7$ maka $(12 – 5) – 3 = 7 – 3$

$$4 = 4$$

Inilah yang dinamakan persamaan, hasil atau jumlah dari ruas kanan dan kiri memiliki hasil atau jumlah yang sama.

B. SIFAT-SIFAT PERSAMAAN

Persamaan memiliki beberapa sifat, yaitu :

1. Sifat penambahan atau pengurangan

   Tambahkan atau kurangkan bilangan sama tertentu yang memiliki nilai sama di kedua ruas persamaan.

   Contoh 5.2

   a. Diketahui soal persamaan $4x + 7 = 9$

$4x + 7 = 9$

$4x - 7 + 7 = 9 + 7$ sifat penjumlahan persamaan, tambahkan 7

$4x = 16$

$x = \frac{16}{4}$

$x = 4$

b. Diketahui soal persamaan $5x – 7 = 3x + 5$

$5x – 7 = 3x + 5$

$5x – 7 – 3x = 3x + 5 – 3x$ sifat pengurangan Persamaan, kurangi dengan 3x

$2x – 7 + 7 = 5 + 7$ sifat penjumlahan Persamaan, tambahkan 7

$2x = 12$

$x = \frac{12}{2}$

$x = 6$

2. Sifat persamaan perkalian atau pembagian

Kalikan atau bagi kedua ruas persamaan dengan bilangan sama tertentu, dengan catatan bilangan yang akan dikalikan atau dibagikan tidak nol.

Contoh 5.3

a. Diketahui soal persamaan $3 (2x -1) + 4 (2x + 5) = 40$

$3 (\frac{2}{5}x -1) + \frac{4}{5} (2x + 5) = 40$ sifat distributif perkalian

$\frac{6}{5}x – 3 + \frac{8}{5}x + 20 = 40$

$5(\frac{14}{5}x + 17) = 5(40)$ sifat perkalian persamaan, kalikan 5

$14x + 85 = 200$

$14x = 115$

$\frac{14x}{14} = \frac{115}{14}$ sifat pembagian

Persamaan, bagi 14

$$x = \frac{115}{14}$$

3. Sifat Penyederhanaan : Ganti ekspresi aljabar dalam suatu permsanaan dengan ekspresi ekuivalen

   Contoh 5.3

   Pecahkan persamaan –2x + 9 = 29 – 4x

   $-2x + 9 - 9 = 29 - 4x - 9$

   $-2x = 20 - 4x$ sifat penyederhanaan persamaan

   $-2x + 4x = 20$

   $2x = 20$

   $x = 10$

   Contoh 5.4

   Selisih umur dua anak perempuan adalah 2 tahun. Jumlah umur mereka adalah 26 tahun. Tentukan umur masing-masing anak perempuan tersebut.

$$\begin{array}{ll} x - y & = 2 \\ x + y & = 26 \\ \hline -2y & = -24 \end{array} \;-$$

$$\begin{array}{ll} y & = 12 \\ x & = 2 + 12 \\ x & = 14 \end{array}$$

   Jadi, umur mereka masing-masing 12 tahun dan 14 tahun.

Pemecahan masalah suatu persamaan dapat dilakukan dengan 4 langkah yaitu :

1. Memahami masalah

   Dengan memahami masalah kita dapat dengan mudah untuk memecahkan atau mengerjakan masalah tersebut dengan baik.

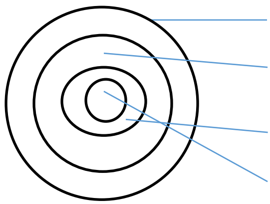
2. Menyusun rencana untuk memecahkan masalah

Menyusun rencana dapat menggunakan strategi pemecahan seperti membuat pola, menebak, mendaftar, membuat masalah menjadi lebih sederhana.

3. Melaksanakan rencana tersebut
   Misal menggunakan strategi aljabar.
4. Memeriksa atau memahami kembali masalah tersebut

Contoh 5.5

Dalam permainan anak panah, tiga anak panah dilempar. Jika semua mencapai target. Sebutkan beberapa kemungkinan skor yang akan didapat ?



Solusi

Memahami masalah, Asumsikan bahwa ketiga anak panah itu menancap di papan panah. Ada empat angka yang berbeda di papan panah, yaitu 3, 4, 7, dan 49. Misal tiga kemungkinan angka boleh berulang.

Menyusun rencana, Kita dapat membuat daftar sistematis dimulai dengan bilangan terkecil ke yang terbesar. Dengan cara ini kita akan lebih mudah untuk menemukan semua jumlahnya.

Melaksanakan rencana,

$$3 + 3 + 3 = 6$$
$$4 + 4 + 4 = 8$$
$$4 + 4 + 7 = 11$$
$$7 + 7 + 7 = 21$$

Memeriksa kembali, dengan mengkaitkan tujuan dan asumsi masalah dapat dipikirkan kemungkinan di atas tepat. Beberapa masalah serupa bisa dibuat dengan mengubah angka pada papan panah atau jumlah panah.

C. PERTIDAKSAMAAN

Pertidaksamaan dapat diperolah dengan menggunakan langkah-langkah yang sama seperti persamaan, namun hasil dari kedua ruas berbeda dan simbol pertidaksamaan yang digunakan adalah <, >, ≥, ≤, dan ≠. Perhitungan matematis yang digunakan juga identifk dengan symbol aljabar (*x*). Pemecahan masalah pertidaksamaan menggunakan proses pemecahan masalah Polya yang akan dijelaskan pada sub berikutnya.

Contoh 5.6

$$4(3x) + 5 < 80$$
$$2x + 4 > 5$$
$$5x + 2 \geq 6x - 2$$
$$9x - 5 \leq 5x + 7$$
$$2(x + 4) < 3(2x + 1)$$

D. SIFAT-SIFAT PERTIDAKSAMAAN

Pertidaksamaan memiliki beberapa sifat, yaitu :

1. Penambahan atau Pengurangan pertidaksamaan sifat. Tambahkan atau kurangkan bilangan sama tertentu di kedua ruas pertidaksamaan.
2. Perkalian atau Pembagian pertidaksamaan sifat
   Kalikan atau bagi kedua ruas pertidaksamaan dengan bilangan sama tertentu, dengan catatan bilangan yang akan dikalikan atau dibagikan tidak nol. JIka bilangan pengali negative, maka balik tanda pertidaksamaan.
3. Penyederhanaan

Ganti ekspresi aljabar dalam suatu pertidaksamaan dengan ekspresi ekuivalen.

Representasi visual suatu pertidaksamaan melalui garis bilangan menggunakan bulatan kosong dan bulatan penuh. Apabila > dan <, maka menggunakan bulatan kosong. Sedangkan, apabila ≤ dan ≥, maka menggunakan bulatan penuh.

Contoh 5.7

Selesaikan pertidaksamaan $4x - 2 > 6$

$4x - 2 + 2 > 6 + 2$	sifat penjumlahan pertidaksamaan, tambahkan 2
$4x > 8$	sifat penyederhanaan pertidaksamaan

Contoh 5.8

Selesaikan pertidaksamaan $2x \leq 6$

$\frac{2x}{2} \leq \frac{6}{2}$	sifat pembagian pertidaksamaan, bagi 2
$x \leq 3$	penyederhanaan

Contoh 5.9

Selesaikan pertidaksamaan $4(3x + 5) < 80$

$$12x + 20 < 80$$
$$12x + 20 - 20 < 80 - 20$$
$$12x < 60$$
$$\frac{12x}{12} < \frac{60}{12}$$
$$x < 5$$

Contoh 5.10

Selesaikan pertidaksamaan $4(4x) + 12 < 50$

$$4(4x) + 12 < 76$$
$$16x + 12 < 76$$

$$16x + 12 - 12 < 76 - 12$$
$$16x < 64$$
$$\frac{16x}{16} < \frac{64}{16}$$
$$x < 4$$

Cek: Kita bisa mendapatkan beberapa indikasi apakah pertidaksamaan di atas dipecahkan dengan tepat benar dengan metode substitusi bilangan kurang dari 4, apa benar memiliki solusi dan kurang dari 76. Jika kita mengganti x dalam pertidaksamaan dengan 2, kita dapat melihat bahwa pertidaksamaan berlaku.

$$4[4(2)] + 12 = 4(8) + 12$$
$$= 32 + 12$$
$$= 44 \text{ (44 kurang dari 76)}$$

Garis Bilangan: Solusi untuk pertidaksamaan dalam satu variabel dapat divisualisasikan melalui garis bilangan. Pada titik 4 secara visual diberi tanda bulatan kosogn, karena *x* kurang dari 4 (*x < 4*).

Contoh 5.11

Pemecahan masalah menggunakan pertidaksamaan menggunakan aljabar

p = x + 6 cm

l = x – 2 cm

t = x cm

Jika panjang kawat yang digunakan seluruhnya tidak lebih dari 120 cm, maka tentukan ukuran maksimum balok tersebut.

Solusi

Misal: kawat yang diperlukan = K, maka model matematika seperti berikut.

$$K = 4\,(p + l + t)$$
$$= 4p + 4l + 4t$$
$$= 4(x + 6) + 4(x - 2) + 4x$$
$$= 4x + 24 + 4x - 8 + 4x$$
$$K = 12x + 16$$

Panjang kawat tidak lebih dari 120 cm. maka,

K = $12x + 16 \leq 120$ cm, sehingga diperoleh

$$12x + 16 \leq 120$$
$$12x + 16 - 16 \leq 120 - 16$$
$$12x \quad \leq 104$$
$$12x \times \frac{1}{12} \leq 104 \times \frac{1}{12}$$
$$x \leq 8.6$$

Nilai maksimum $x = 8.6$ *cm*, maka diperoleh

$$p = (x + 6)\text{ cm} = 14.6\text{ cm}$$
$$l = (x - 2)\text{ cm} = 6.6\text{ cm}$$
$$t = x = 8.6\text{ cm}$$

Jadi, ukuran maksimum balok tersebut $(14.6 \times 6.6 \times 8.6)$ cm.

Contoh 5.12

Jumlah dari dua bilangan bulat berurutan yang lebih dari 7 dan kurang dari 15. Tentukan bilangan bulat terkecil.

Solusi

Misal: Bil. Bulat terkecil = x

Bil. Bulat terbesar = $x + 1$

Jumlah dua bilangan bulat = $x + x + 1 = 2x + 1$

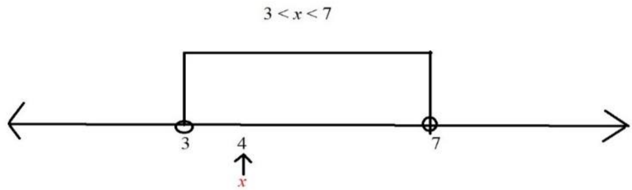
Jumlah dari dua bilangan bulat berurutan lebih dari 6 dan kurang dari 15 adalah $7 < 2x + 1 < 15$.

$$7 < 2x + 1 < 15$$
$$7 - 1 < 2x + 1 - 1 < 15 - 1$$
$$6 < 2x < 14$$

$\frac{6}{2} < \frac{2}{2}x < \frac{14}{2}$

$3 < x < 7$

Jadi, bilangan bulat terkecil berurutan dan terdekat lebih dari 3 yang memnuhi $3 < x < 7$ adalah 4.



Bilangan bulat terkecil adalah 4

Pemecahan masalah suatu pertidaksamaan dapat dilakukan dengan empat langkah, yaitu:

a. Pahami masalah

   Melihat seberapa rumit permasalahan tersebut dan memahami yang diketahui itu apa saja.

b. Rencanakan sebuah Rencana

   Mencari strategi pemecahan seperti, menebak, menemukan pola, membuat tabel, atau menggunakan aljabar, dll

c. Melaksanakan Rencana

   Misalnya menggunakan strategi penggunaan aljabar, maka harus tahu terlebih dahulu aljabar.

d. Melihat kembali

   Mengecek hasil pemecahan masalah pertidaksamaan.

Contoh 5.13

Pak Roni memiliki sebuah truk pengangkut barang yaitu kayu dengan daya angkut tidak lebih dari 500 kg. Berat pak Roni adalah 60 kg dan beliau akan mengakut kayu tersebut, setiap kayu memiliki berat 20 kg.

a. Tentukan berapa maksimal kayu yang bisa diangkut oleh pak Roni dalam sekali pengangkutan.
b. Jika pak Roni akan mengangkut 90 kg kayu, paling sedikit berapa kali pengangkutan kayu itu akan terangkut semua.

Solusi:

Misal: x menyatakan banyaknya kayu yang akan diangkut oleh truck dalam seklai jalan.

Setiap kayu beratnya 20 kg, sehingga x kayu beratnya 20x.

Total berat sekali jalan ditambah berta pak Roniyaitu 20x + 60.

Daya angkut tidak lebih dari 500 kg yaitu $20x + 60 \leq 500$.

a. $20x + 60 \leq 500$

   $20x + 60 - 60 \leq 500 - 60$

   $20x \leq 440$

   $\frac{20x}{20} \leq \frac{440}{20}$

   $x \leq 22$

   Jadi, maksimal jumlah kayu yang bisa diangkut adalah 22 kayu, artinya setiap kali truck jalan mampu mengangkut paling banyak 22 kayu.

b. Truk setiap kali jalan harus bisa mengangkut paling banyak 22 kayu, agar pengangkutan dilakukan sesedikit mungkin. Jadi misal untuk untuk y perjalanan akan terangkut 22y kayu.

   $22y \geq 90$

   $\frac{22y}{22} \geq \frac{90}{22}$

   $y \geq 4.1$

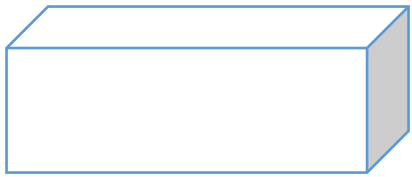
   y bilangan bulat positif (banyaknya perjalanan), maka nilai terkecil dari y yaitu 5.

   Jadi, paling sedikit 5 kali jalan untuk mengangkut 90 kayu.

E. LATIHAN SOAL

1. Kakak berusia dua kali umur adik. Enam tahun yang lalu umur adik adalah setengah umur kakak. Tentukan usia mereka sekarang!
2. Dengan menggunakan sifat-sifat persamaan, tentukan himpunan penyelasaian dari
   a. 2(x – 1) + 4(x+2) = 5x + 2
   b. ½ (2x + 10) – 2/3 (2x + 3) = 1/6
   c. $\frac{3x-4}{4x-12}$ = 2, x $\neq$ 3, x bilangan rasional.

3. Dengan menggunakan sifat-sifat pertidaksamaan, berapakah penyelesaian dari pertidaksamaan
   a. 2x – 1 ≤ 1 x (3x + 5)
   b. 8x – 2 < 2x + 1
4. Jika panjang kawat yang digunakan untuk membuat balok disamping , seluruhnya tidak lebih dari 300 cm, maka tentukan ukuran maksimum balok tersebut.



p = y + 8 cm
l = *y* – 4 cm
t = y cm

BAB VI
TRANSFORMASI GEOMETRI

A. PENGERTIAN TRANSFORMASI GEOMETRI

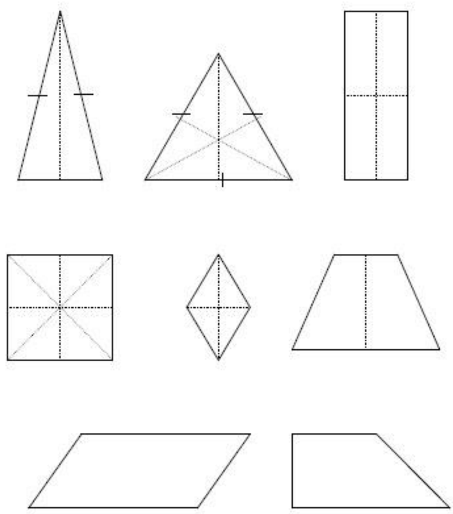
Pada bab ini kita akan membahas secara spesifik pemetaan antar titik atau bidang, pemetaan ini disebut dengan transformasi. Transformasi sebagai bagian ilmu geometri menyebabkan perubahan letak atau bentuk bangun geometri. Perubahan tersebut bisa terjadi terhadap suatu kedudukan, arah, dan ukuran tertentu. Transformasi geometri meliputi 4 yaitu translasi (pergeseran), refleksi (pencerminan), rotasi (perputaran), dan dilatasi (perbesaran atau perkalian).

Dengan adanya transformasi, suatu bangun geometri memiliki sifat simetri (simetri putar dan lipat), bagian ini akan kita bahas di sub berikutnya. Dalam pembahasan Transformasi ini, ada aksioma dasar geometri yang lebih baik terlebih dahulu kita ketahui seperti titik, garis, sinar garis, dan kesejajaran.

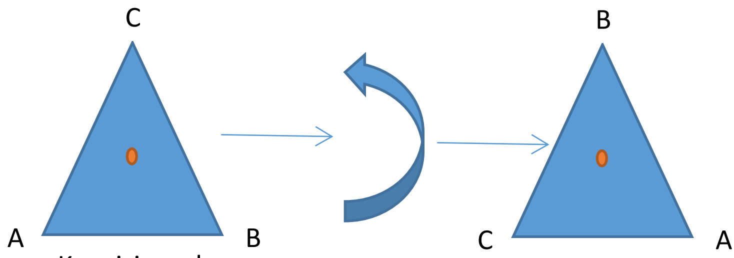
1. **Titik.** Dalam geometri titik bisa kita sebut sebagai konsep yang tidak terwujud, tidak mempunyai bentuk, tidak mempunyai ukuran, tidak mempunyai panjang, tinggi, maupun lebar.
2. **Garis.** Garis adalah suatu penghubung dari 2 titik sebarang ataupun lebih. Secara intuitif, garis merupakan himpunan titik-titik yang saling berkesinambungan.
3. **Sinar garis.** Sinar garis adalah sebuah garis yang memiliki satu titik ujung dan titik ujung lainnya yang tidak terbatas.
4. **Kesejajaran.** Dalam hal ini kesejajaran dapat diartikan sebagai konsep jarak. Dimana sebarang 2 garis sejajar akan memiliki jarak yang sama disepanjang kedua garis tersebut, sehingga 2 garis tersebut tidak akan bertemu atau saling berpotongan.

B. SIMETRI

Penggunaan simetri biasanya pada bangun-bangun datar, ada 2 macam simetri yaitu simetri lipat atau bisa disebut dengan simetri cermin dan simetri putar atau rotasi. Simetri lipat terjadi jika suatu garis pada bangun tertentu yang apabila dilipat akan menutup setengah bagian bangun lainnya. Garis yang membangi sebuah bangun tersebut menjadi dua bagian kongruen disebut sebagai garis simetri atau **sumbu simetri**. Pada gambar disamping, jika kita melipat atau memotong bangun datar tersebut sesuai dengan simetrinya, maka akan terbentuk 2 bidang yang sama besar. Sedangkan simetri putar atau rotasi akan dapat mengalami transformasi, jika suatu bangun memiliki titik pusat, serta jika bangun tersebut kita putar satu putaran penuh (360^o), maka bangun akan menempati tempat semula

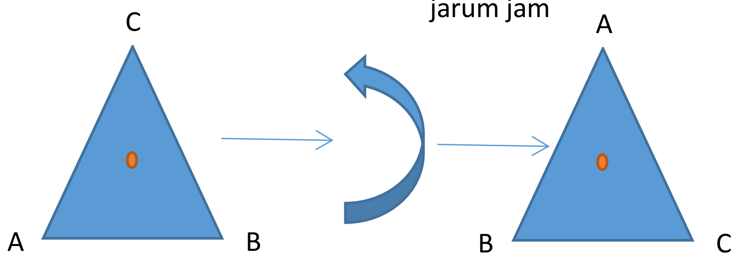


Contoh 6.1



Konsisi awal

Setelah diputar 1/3 putaran berlawanan arah dengan arah jarum jam



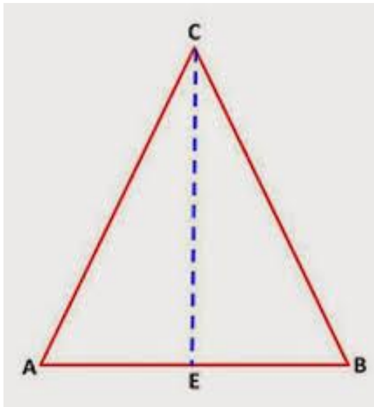
Konsisi awal

Setelah diputar 2/3 putaran berlawanan arah dengan arah jarum jam

Pada contoh 6.1, dapat kita lihat bangun segitiga sama sisi. Jika kita putar segitiga tersebut sebanyak 1/3 putaran berlawanan arah jarum, maka bentuknya akan tetap seperti semula. Lalu jika kita putar segitiga tersebut sebanyak 2/3 putaran maka hasil putaran bayangannya masih sama persis dengan semula. Itu artinya segitiga sama sisi mempunyai 3 simetri putar. Jika kita memutar sebuah bidang datar dan hanya bisa memperoleh bayangan seperti bidang awalnya dalam 1 putaran penuh, maka artinya bangun datar tersebut tidak mempunyai simetri putar sama sekali. Misal bangun trapesium, bangun ini tidak memiliki simetri putar sama sekali karena kita membutuhkan lebih dari setengah putaran untuk memperoleh bentuk trapezium awal (sebelum diputar).

Pada segitiga kongruen yang memiliki bentuk dan ukuran sama. Setiap titik segitiga dapat berkorespondensi satu sama lain. Perhatikan konsep simetri lipat segitiga dapat kita terapkan pada simetri lipat layang-layang dengan melipat kedua ruas menjadi bagian sama di bagian tingginya.

Ketika segitiga itu dilipat pastikan terlebih dahulu korespondensi antar satu titik ke titik lainnya yang bersesuaian. Misal titik A dan B jika saling berkorespondensi, diikuti dengan korespondensi titik-titik lainnya. Korespondensi antar satu titik dengan titik yang lainnya tersebut yang saling bersesuaian seperti ini disebut sebagai Transformasi. Transformasi yang tidak merubah bentuk dan ukuran bangun geometri disebut isometris (Iso berarti sama dan Metry berarti ukuran). Secara umum, Transformasi T terhadap titik P (x,y) menghasilkan suatu bayangan *P' (x', y')*



Contoh 6.2

Tentukan bayangan dari titik-titik A (-2,3), B (3,3), C (3,6) Jika dicerminkan pada sumbu X.

Solusi

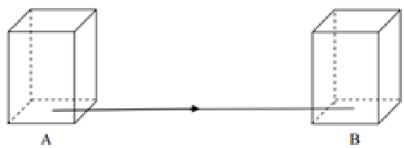
- Bayangan dari A (-2,3), jika dicerminkan terhadap sumbu X adalah A' (-2,-3)
- Bayangan dari B (3,3), Jika dicerminkan terhadap sumbu X adalah B' (3,-3)

- Bayangan dari C (3,6), jika dicerminkan terhadap sumbu X adalah C’ (3,-6)

Jadi, bayangan dari titik-titik A (-2,3), B (3,3), C (3,6) jika dicerminkan terhadap sumbu X adalah titik-titik A’ (-2,-3), B’ (3,-3), dan C’ (3,-6) karena Titik P (a,b) direfleksikan maka *P’* (a,-b).

C. TRANSLASI

Translasi adalah pemetaan khusus yang dideskripsikan sebagai pergeseran bangun geometri tertentu. Setiap titik pada bangun berpindah dengan jarak dan arah yang sama. Gambar (a) di bawah ini mengilustrasikan perpindahan suatu kubus sepanjang garis AB.

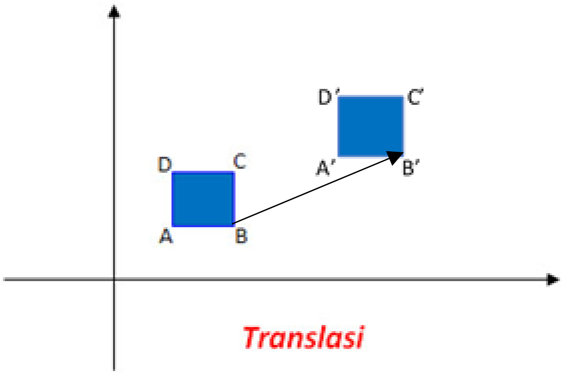


Secara intuitif, translasi suatu bidang menyebabkan bidang tersebut bergerak ke arah kanan, kiri, bawah, atau ke atas dengan jarak yang sama. Selain bidang , titik dan garis juga bisa bertranslasi. Translasi mempunyai 2 sifat yaitu:

1. Bidang yang bergeser tidak mengalami perubahan bentuk dan ukuran.
2. Bidang yang bergeser mengalami perubahan posisi.

Contoh 6.3

Titik-titik pada kubus ABCD bergeser, titik A ke A’, titik B ke B’, titik C ke C’, titik D ke D’. Demikian kubus ABCD berpindah ke kubus A’B’C’D’. Perpindahan kubus ABCD berpindah searah dan sejauh garis BB’. Konsekuensi dari perpindahan ini adalah garis AA’=CC’=DD’= BB’, serta garis AA’, CC’, DD’ memiliki arah yang sama.

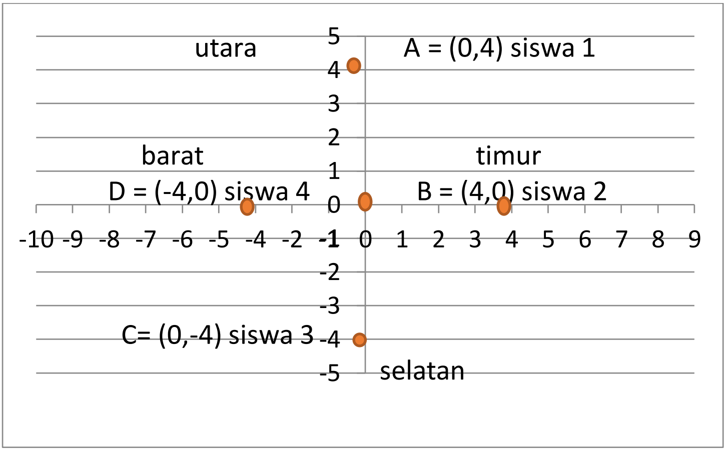


Perpindahan titik atau bangun dapat digambarkan dengan menentukan jarak dan arah perpindahannya, sebagaimana contoh 6.3 perpindahan kubus ABCD dapat digambarkan sepanjang garis BB'. Sebuah transformasi dari titik ke titik yang lain dengan jarak dan arah perpindahan yang sama disebut sebagai Translasi.

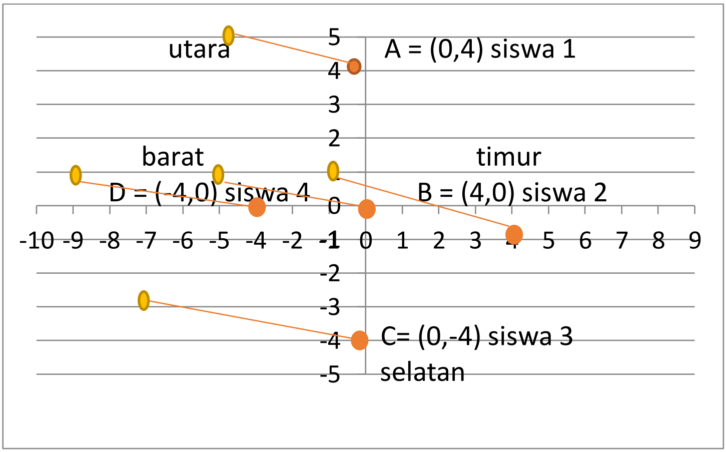
Contoh 6.4

Empat orang siswa dan seorang guru olahraga berlatih bola voli di lapangan, dengan formasi : Keempat anak berdiri di empat penjuru (utara, selatan, timur, dan barat), sedangkan guru mereka berdiri sebagai pusat penjuru. Setiap anak berdiri dan berjarak 4 meter dari guru olahraga mereka. Gambarlah posisi mereka dalam koordinat cartesius!. Bagaimana jika posisi guru dan siswa bergeser 5 meter ke barat, lalu bergeser 1 meter ke utara ?

Posisi Awal



Setelah bergeser :



Melalui contoh 6.4 dapat kita amati translasi suatu titik dalam bidang koordinat, bahwa jika titik bergeser ke kiri berarti nilai X nya akan berkurang. Jika bergeser ke kanan nilai X nya bertambah. Begitu pula nilai Y jika bergeser ke atas nilainya bertambah. Jika nilai Y bergeser kebawah maka nilainya berkurang.

D. REFLEKSI

Refleksi sering disebut sebagai pencerminan. Sebuah objek yang mengalami refleksi akan memiliki bayangan yang dihasilkan oleh sebuah cermin. Hasil refleksi suatu objek dalam bidang cartesius tergantung pada sumbu yang menjadi cerminnya. Seseorang dapat membayangkan refleksi di garis I dengan membayangkan cermin di garis I tegak lurus dengan terhadap objek. Kemudian titik-titik kedua ruas di petakan kepada ruas lain dari I dan titik yang lainnya tetap tegak.

Refleksi mempunyai sifat-sifat diataranya:

1. Bangun (objek) yang dicerminkan tidak mengalami perubahan bentuk dan ukuran.
2. Jarak bangun (objek) dari cermin adalah sama dengan jarak bayangan pada cermin tersebut.
3. Titik satu dengan titik lain yang menghubungkan garis pada pencerminan selalu tegak lurus

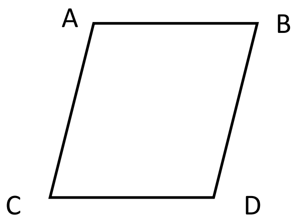
Refleksi suatu objek dapat diperoleh, sebagai berikut:

1. Menentukan sumbu cerminnya atau sumbu simetri terlebih dahulu.
2. Tiap-tiap sudut bangun (titik) yang akan dibuat pencerminannya pada garis tegak lurus sumbu cermin.
3. Gambar bangunan dengan titik sudut pencerminannya harus sama ukuranya terhadap sumbu simetri yang berjarak diantara titik sudut

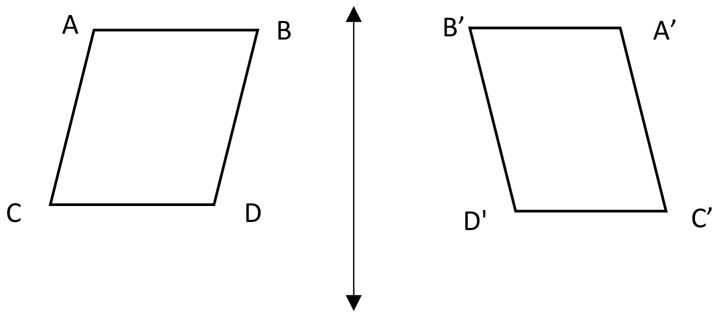
Sehingga dapat disimpulkan bahwa refleksi adalah suatu pemetaan objek dimana titik-titik pada objek yang dicerminkan akan berimpit dengan titik-titik objek hasil pencerminan, jika garis antara kedua objek tersebut dilipat.

Contoh 6.5

Translasi bangun datar jajar genjang berdasar garis tegak lurus



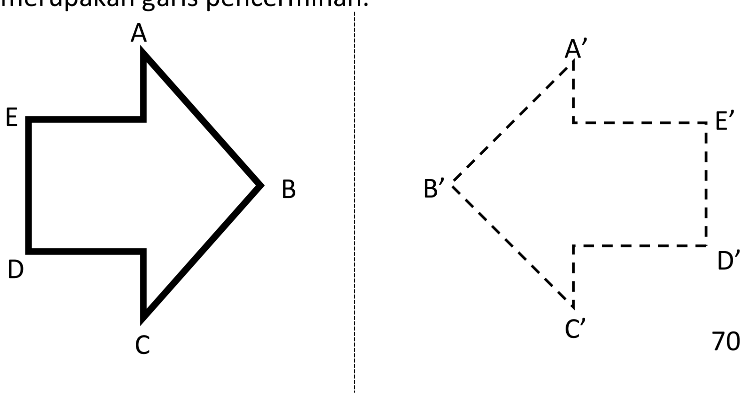
Solusi



Titik A bergerak ke A’, B bergerak ke B’, C bergerak ke C’, dan D bergerak ke D’. Maka jajar genjang ABCD berpindah ke ABCD’. Untuk mengetahui benar atau tidaknya dapat dilakukan dengan cara menggambar dikertas lalu dilipat.

Contoh 6.6

Gambar translasi panah ABCD, dengan garis putus-putus merupakan garis pencerminan.



Keterangan:

- Titik A’ hasil pencerminan titik A
- Titik B’ hasil pencerminan titik B
- Titik D’ hasil pencerminan titik D
- Titik E’ hasil pencerminan titik E

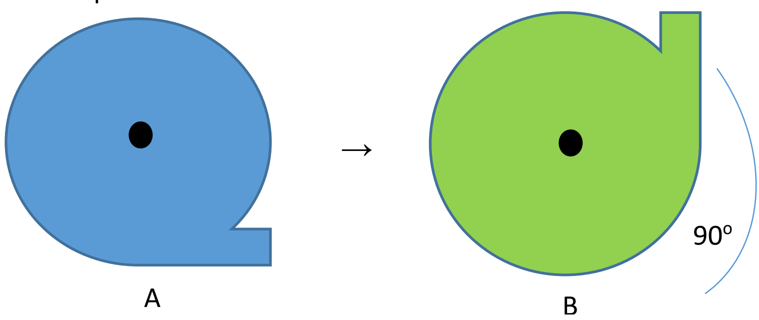
Secara fisik berlaku tidaknya pernyataan diatas dapat dibuktikan dengan melipatnya tepat di garis pencerminan. Jika ukuran dan bentuk kedua objek sama dan letak titik A’ dengan titik A dan seterusnya saling berimpitan satu sama lain maka dapat dipastikan jika pernyataan tersebut berlaku dan peristiwa di atas merupakan pencerminan.

E. ROTASI

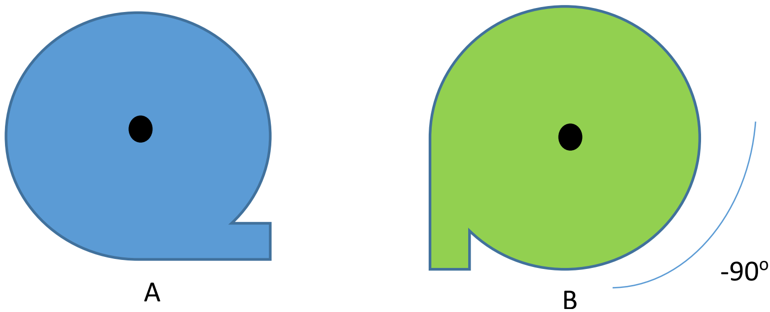
Rotasi merupakan suatu pemetaan objek yang berdasarkan pemutaran objek tetapi titik-titik pada objek yang dirotasikan akan tetap memiliki bentuk dan ukuran yang sama. Ilustrasi proses rotasi seperti contoh berikut.

Contoh 6.7

Rotasi positif 90^0



Rotasi negatif 90^0



Keterangan:

A merupakan keadaan awal objek

B merupakan keadaan objek setelah dirotasi

Pada proses rotasi objek yang berlawanan arah dengan jarum jam dengan perubahan sudut 90^o, dapat diamati jika objek memiliki ukuran yang sama besar dan bentuk yang sama namun dengan posisi titik-titiknya tidak berimpit jika dilipat seperti pada proses translasi. Kesepakatan umum yang dipakai dalam rotasi, jika rotasi objek dilakukan dengan searah jarum jam, maka sudut rotasi bernilai negatif. Sebaliknya, jika rotasi objek dilakukan dengan berlawanan arah jarum jam, maka sudut rotasi bernilai positif.

1. Sifat-sifat Rotasi

a. Rotasi memiliki titik pusat yang berguna untuk mengetahui besar sudut dan arah.
b. Jika negatif berarti searah dengan arah jarum jam.
c. Jika positif berarti berlawanan dengan arah jarum jam.
d. Sudut rotasi ditentukan dengan pecahan dan patokannya yaitu 360o seperti 1 lingkaran penuh.

2. Cara Menentukan Rotasi

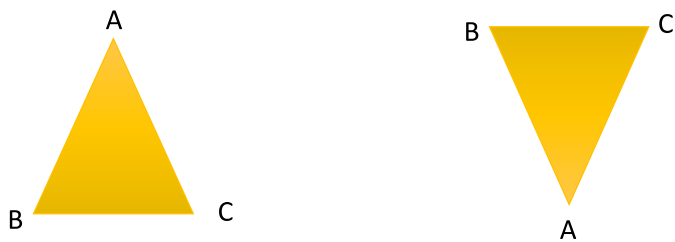
Menggunakan konsep directangle. Sudut ∠ABC dikatakan sebagai sudut yang diarahkan jika memenuhi sifat berikut:

a. Jika m (∠ABC) = 0, maka ukuran sudut yang diarahkan adalah 0.

b. Jika ∠ABC adalah sudut lurus, maka ukuran sudut yang diarahkan adalah 180^0.

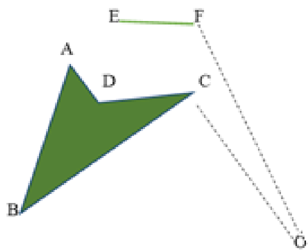
   1) Sebuah segitiga diputar di sekitar titik B melalui sudut sekecil mungkin.

   2) Jika arah putaran berlawanan arah jarum jam, ukuran yang diarahkan sudut adalah angka positif m (∠ABC). Jika arah searah jarum jam, ukurannya adalah angka negatif m (∠ABC).



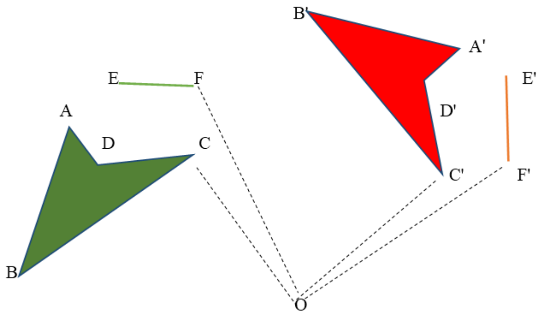
Contoh 6.8

Rotasikan searah jarum jam segiempat ABCD dan segmen EF dengan titik pusat O dan sudut pusat 90^o.

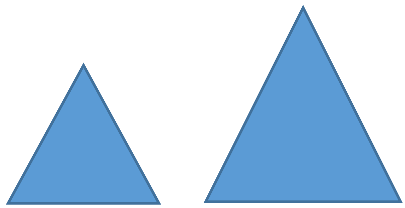


Solusi

Setiap titik dari segiempat ABCD dan segmen garis EF, jika diputar 90˚ searah jarum jam (tegak lurus) segmen yang ditarik dari titik O sebagai titik pusat putaran, akan menghasilkan segiempat A’B’C’D’ dan segmen E’F’.



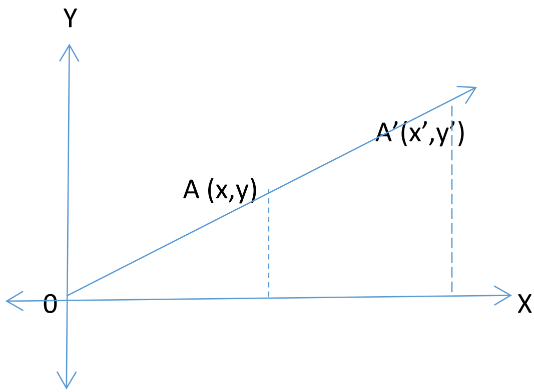
F. DILATASI



Ilustrasi berikut menggambarkan dilatasi suatu segitiga. Segitiga yang “didilatasi” akan menjadi segitiga yang lebih besar atau lebih kecil dari bentuk sebelumnya. Sehingga dilatasi dapat juga didefinisikan sebagai sebuah transformasi yang mengubah ukuran (memperkecil maupun memperbesar) suatu objek tetapi tidak mengubah bentuk objek tersebut. Dilatasi ditentukan oleh titik pusat dan factor skala dari dilatasi tersebut. Perubahan tersebut terjadi karena jarak titik yang berada di objek tersebut diubah secara relative dengan melihat titik tertentu. Transformasi ini dibagi menjadi 2 kelompok berdasarkan titik yang menjadi acuannya yaitu dilatasi terhadap titik pusat dan dilatasi oleh sembarang titik.

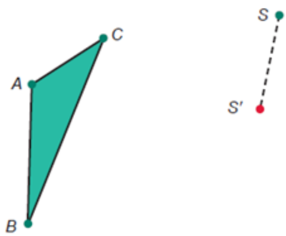
Contoh 6.9

Dilatasi dengan pusat 0(0,0) skala K



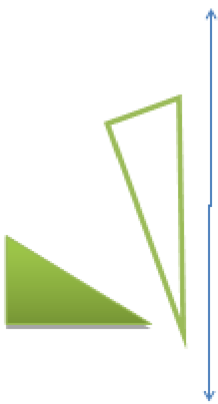
G. LATIHAN SOAL

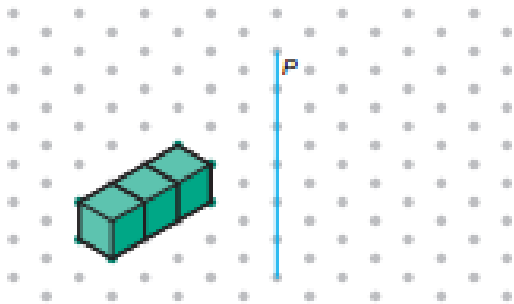
1. Lakukan translasi bangun segitiga ABC sepanjang pemetaan S ke S’.

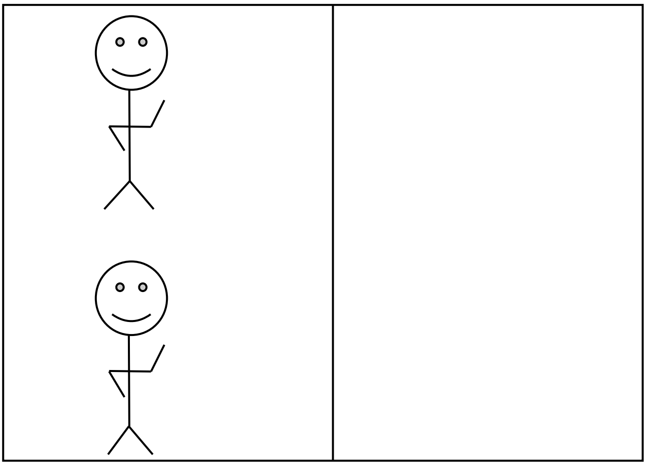


2. Gambar refleksi objek-objek di bawah ini

   a.

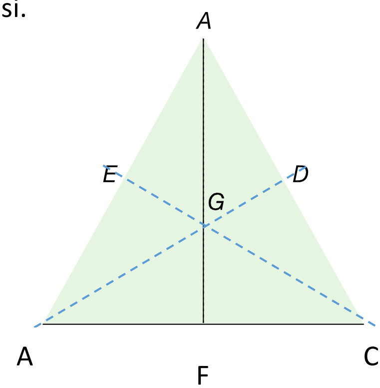


b. 

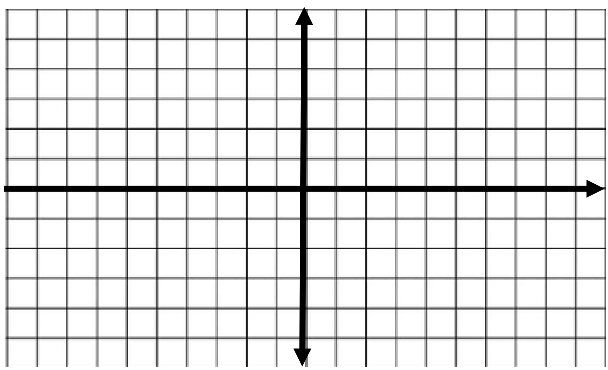
c. 

3. Periksalah apakah bangun datar persegipanjang, persegi, trapesium, jajar genjang, bujur sangkar, lingkaran memiliki simetri lipat dan simetri putar. Jelaskan. Tentukan pula besar masing-masing simetri lipat dan simetri putar bangun-bangun tersebut.

4. Segitiga ABC sama ruas. Titik G adalah titik pusat. Carilah refleksi dan rotasi.
   a. $R_{OA,120}$
   b. M_l



5. Gambarkan jika trapesium dirotasikan sebesar 180^0, dengan titik pusat salah satu titik sudut.
6. Misal M_x merupakan refleksi di sumbu *x*. Grafik segitiga dengan titik A (1,2), B (3,5), dan C (6,1) dan gambarnya dibawah bayangan M_x. Kemudian tentukan koordinat gambar titik A', B', dan C' di bawah refleksi M_x. Dan jika titik P memiliki koordinat (a,b), apa koordinat gambarnya di bawah M_x? Gambar yang terbentuk tersebut, lakukan dilatasi (perbesaran) 2 kali.



BAB VII
STATISTIKA

A. PENGERTIAN STATISTIKA

Statistika adalah ilmu yang mempelajari tentang bagaimana cara mengumpulkan, menyajikan, mengolah atau menganalisis, dan menyimpulkan suatu data. Dalam penelitian pengumpulan data statistitik dapat diperoleh dengan cara kuesioner, observasi, tes, dsb. Lebih lanjut teknik pengumpulan data akan diperdalam pada matakuliah metode penelitian. Penyajian data merupakan interpretasi visual yang lebih mudah dari data mentah yang didapat peneliti di lapangan. Penyajian data dapat berupa tabel, grafik, diagram.

Menganalisis data statistik berkaitan dengan penggunaan rumus yang digunakan untuk mengolah data, lebih lanjut analisis data akan diperoleh mahasiswa pada matakuliah statistika dasar. Pada sub ini, secara spesifik analisis data yang dibahas mengenai statistika deskriptif karena berkaitan dengan pendekatan pembelajaran. Secara umum statistika dibagi menjadi statistika deskriptif dan inferensial.

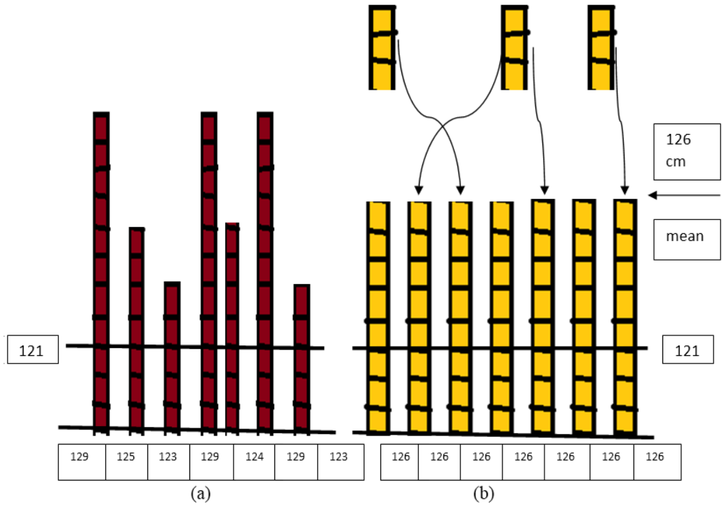
Dalam ilmu statistika terdapat dua jenis ukuran yaitu ukuran pemusatan data dan ukuran penyebaran data. Ukuran pemusatan data meliputi Mean, Median, dan Modus, sedangkan dalam ukuran penyebaran data terdapat Range (jangkauan), simpangan rata-rata, Variansi (ragam), dan Standar deviasi (simpangan baku).

1. Statistika Deskriptif

Karakteristik statistik deskriptif adalah simpulan yang dibuat hanya berdasar dari data yang dikumpulkan. Artinya jika kita melakukan perhitungan dari data yang dikumpulkan, lalu menyimpulkannya. Maka kesimpulan tersebut tidak memiliki unsur generalisasi. Dalam statistik deskriptif seringkali kita akan menghitung rata-rata, standar deviasi, median, dsb dari suatu data tertentu.

Contoh 7.1

Data tinggi badan siswa kelas V SD Sidokumpul 1 sebagai berikut, tentukan rata-ratanya dan bagaimana interpretasi datanya.



Solusi

Dari ilustrasi gambar (a) dan (b) di atas, diperoleh jumlah tinggi badan 7 siswa adalah

123 + 123 + 124 + 125 + 129 + 129 +129 = 882.

Dan kemudian dibagi dengan banyak data yaitu 7, Jadi dapat kita hitung rata-rata tinggi badan 7 siswa kelas V SD Sidokumpul 1 adalah 882 / 7 = 126.

Interpretasi data ini adalah rata-rata tinggi badan 126 cm, hanya mewakili 7 siswa kelas V SD Sidokumpul 1, bukan seluruh siswa SD Sidokumpul 1.

2. Statistika Inferensial

Berbeda dengan statistik deskriptif, simpulan yang dibuat pada statistik inferensial lebih luas dari data yang dikumpulkan. Jadi perhitungan data statistik inferensial berdasar data sampel representatif untuk menyimpulkan populasi.

Contoh 7.2

Diantara contoh kasus statistik inferensial adalah

a. Seorang peneliti akan meneliti kualitas sapi Amerika dan sapi lokal, dari kedua sampel tersebut diambil sampel, lalu diteliti kesehatannya. Hasil datanya diperoleh sapi lokal memiliki berat 2 ton dan sapi amerika memiliki berat 4 ton, sapi lokal memiliki postur relatif kecil dibandingkan sapi Amerika. Jadi dapat disumpulkan sapi Amerika memiliki kualitas lebih baik dari pada sapi lokal.
b. Peternak burung secara acak memilih 100 burung dari penangkaran, setelah dilakukan pemeriksaan 3 burung sakit. Berdasarkan data tersebut, peternak bisa memperikirakan atau membuat hipotesis bahwa jumlah burung yang tidak sehat dari 500 burung adalah 150 burung.

B. PENYAJIAN DATA

Penyajian data statistik dimaksudkan untuk mempermudah dalam melakukan interpretasi dan analisis data. Penyajian data statistik dapat melalui tabel, diagram, piktogram, histogram.

1. Tabel

Tabel merupakan rangkaian sistematis yang terdiri dari kolom dan baris yang berisikan informasi data/gambaran hasil penelitian.

Contoh 7.3

Tabel 1.1 Nilai Ulangan Konsep Dasar Matematika Mahasiswa Kelas A-1 PGSD UMSIDA

Interval Nilai	**Frekuensi**
40 – 44	3
45 – 49	4
50 – 54	6
55 – 59	8
60 – 64	10
65 – 69	11
70 – 74	15
75 – 79	6
80 – 84	4
85 – 89	2
90 – 94	2

Informasi pada Tabel 1.1 mengenai data nilai Ulangan Konsep Dasar Matematika Mahasiswa Kelas A-1 PGSD UMSIDA. Baris 1 terdiri dari interval nilai dan frekuensi disebut sebagai **kepala tabel**. Tabel 1.1 disebut **nomor tabel**, sementara keterangannya disebut **judul tabel**.

2. Diagram

Berdasar karakteristik datanya, diagram terdiri dari diagram batang, diagram garis, diagram lingkaran, piktogram, histogram.

a. Diagram batang

Diagram batang digunakan untuk menyajikan data diskrit secara visual, data diskrit yang dimaksud adalah data berbentuk kategori yang tidak berlanjut (*uncontinou*) setiap periode waktu tertentu. Melalui diagram batang, kita dapat membandingkan per-sub kategori pengamatan, misal kategori tahun sehingga kita dapat membandingkan frekuensi tertentu pada tahun sekarang, dan tahun-tahun lain. Kategori data ditulis pada sumbu x (sumbu vertikal), sementara frekuensi dari masing-masing kategori ditulis pada sumbu y (sumbu vertikal).

Contoh 7.4

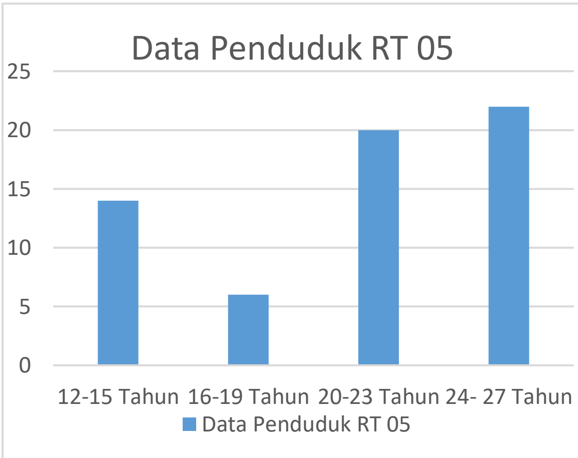
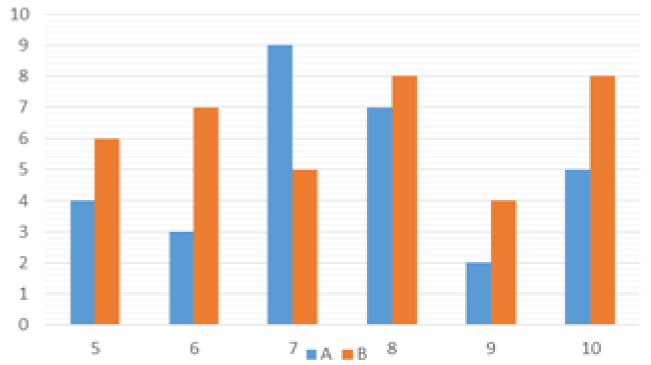


Diagram batang di atas merupakan data penduduk RT 5 berdasarkan kategori umur. Umur 12-15 tahun sebanyak 14 orang, umur 16-19 tahun sebanyak 6 orang, umur 20-23 tahun sebanyak 20 orang, umur 24-27 tahun sebanyak 22 orang.

Contoh 7.5

Hasil nilai UTS IPA kelas A dan B Siswa Kelas V SD 1 Muhammadiyah Sidoarjo sebagai berikut. Tentukan Berapa anak di kelas B dan A yang mendapat nilai 10 ?

Data Nilai UTS IPA Siswa Kelas V
SD Muhammadiyah 1 Sidoarjo



Solusi

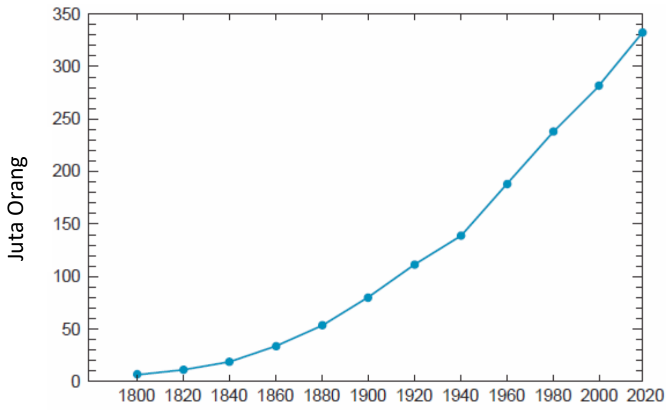
Dari data tersebut dapat sumbu vertikal atau garis tegak menyatakan frekuensi atau banyak siswa, sementara sumbu horizontal atau garis mendatar menyatakan nilai yang diperoleh siswa. Diagram berwarna biru menyatakan kelas, diagram berwarna orange menyatakan kelas B. Jadi, banyak siswa dikelas B yang mendapat nilai 10 sebanyak = 8 anak dan banyak siswa dikelas A yang mendapat nilai 10 sebanyak = 5 anak.

b. Diagram garis

Metode lain untuk menggambarkan data secara visual yaitu grafik garis. Grafik garis adalah titik-titik yang dihubungkan oleh segmen garis dan sering digunakan untuk menunjukkan perubahan selama periode waktu tertentu. Grafik garis juga bisa digunakan untuk menampilkan dua buah informasi yang berbeda secara simultan. Berbeda dengan diagram batang yang memiliki sifat data diskrit, diagram garis memiliki sifat data berlanjut (*continou*) setiap periode waktu tertentu.

Contoh 7.6

Pertumbuhan Populasi Amerika Serikat

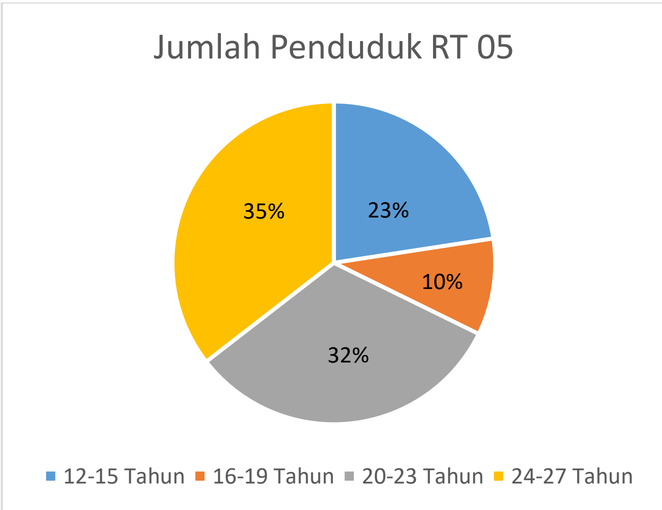


Tahun

Diagram garis pada contoh 7.6 menunjukkan peningkatan populasi Amerika Serikat dari tahun 1800 sampai 2000 dengan interval 20 tahun, estimasi (perkiraan) data jumlah populasi tahun 2020 adalah 332 juta orang.

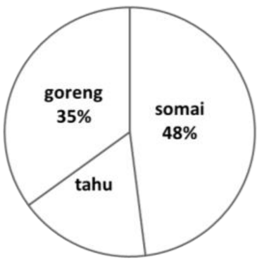
c. Diagram Lingkaran

Diagram lingkaran adalah metode selain diagram batang untuk meringkas data diskrit secara visual. Diagram lingkaran digunakan untuk mewakili kategori dan sektor berbentuk potongan lingkaran (juring lingkaran) yang mewakili bagian-bagian kategori secara proporsional. Nilai kategori merupakan frekuensi data (biasanya dalam bentu persen). Untuk menentukan Sudut utama juring lingkaran, kita dapat mengalikan masing-masing pecahan ini dengan 360^{o}. Cara menggambar diagram lingkaran: (1) Buat juring-juring lingkaran yang mewakili nilai setiap kategori, dengan terlebih dahulu menentukan sudut pusat. (2) Setiap juring diberi label sehingga pembaca dapat dengan mudah menafsirkan hasilnya. Dengan menggunakan diagram batang pada contoh 7.4, diagram lingkaran yang dibentuk adalah



Contoh 7.7

Diketahui total makanan yang dijual pedagang gorengan adalah 400 buah. Jika makanan yang dijual dibentuk dalam diagram lingkaran sebagai berikut.



Berapakah persen tahu yang terjual dan berapakah jumlah goreng, somai, dan tahu yang terjual ?

Solusi

Jumlah gorengan yang terjual = 400

Goreng = 35%

Somai = 48%

Persentase tahu

= 100% - (goreng + somai)

= 100% - (35% + 48%)

= 100% - 83%

= 17%

Jumlah goreng

= 35% / 100% x 400 = 140

Jumlah somai

= 48% / 100% x 400 = 192

Jumlah tahu

= 17% / 100% x 400 = 68

d. Piktogram

Piktogram mirip dengan diagram batang, peredaannya terletak pada penggunaan simbol yang mewakili kategori, setiap simbol yang digunakan mewakili nilai tertentu yang sama.

Contoh 7.8

Mesin	Jumlah Permen (֍= 100 biji)
1	֍֍֍֍֍
2	֍֍֍
3	֍֍

Pada contoh di atas, setiap ֍ mewakili 100 biji permen. Dapat diinterpretasikan mesin 1 menghasilkan

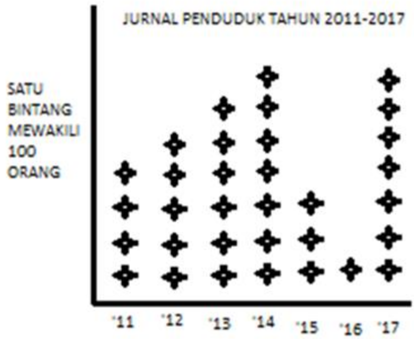
200 permen, mesin 2 menghasilkan 300 permen, dan mesin 1 menghasilkan 500 permen.

Contoh 7.9

Pada suatu wilayah telah dilakukan survey kependudukan tahun 2011 sampai tahun 2017 (perhatikan data pada diagram pencar). Tentukan berapakah jumlah penduduk pada tahun 2017? Apakah meningkat dari tahun 2016 ke tahun 2017?

Solusi

Dengan menggunakan diagram piktogram maka akan memperoleh data jumlah penduduk secara mudah.



Jumlah penduduk tahun 2017 berjumlah 700 orang. Pada tahun 2016 jumlah penduduk berjumlah 100 orang. Jadi, antara tahun 2016 ke 2017 jumlah penduduk sangat meningkat pesat karena dari 100 orang menjadi 700 orang.

e. Histogram

Grafik suatu data yang dikelompokkan berdasar tabel frekuensi disebut histogram. Sumbu vertikal pada histogram menunjukkan frekuensi data kategori setiap intervalnya, sementara sumbu horisontal menunjukkan kategori data. Yang dimaksud frekuensi data kategori pada histogram adalah berapa kali setiap interval kategori terjadi dalam pengumpulan data.

Contoh 7.10

Tabel frekuensi dan Grafik histogram :

Hari	1	2	3	4	5	6	7	8
Frekuensi siswa absen	4	15	10	15	20	25	15	10

Perbedaan antara histogram dan grafik batang adalah jenis data yang digunakan pada kategori. Jika kategori mewakili angka yang berkelanjutan dan dapat dikelompokkan kembali dalam interval yang berbeda maka disebut histogram, tetapi bila kategori mewakili nilai cacahan, maka disebut grafik batang.

C. UKURAN PEMUSATAN DATA

Ukuran pemusatan data berkaitan dengan seberapa baik data yang diwakili oleh suatu parameter populasi, parameter tersebut terdiri dari mean, median, modus.

1. Mean

Mean atau nilai rata-rata merupakan jumlah data keseluruhan yang dibagi dengan banyaknya data. Data yang ada dijumlahkan seluruhnya lalu dibagi dengan banyaknya data. Dari cara tersebut kita dapat menentukan berapa mean dari suatu data. Mean merupakan ukuran pemusatan data yang sangat representative (mewakili) pusat data dari pada median dan modus.

Misalkan x_1, x_2, x_3,......., x_n adalah kumpulan dari angka data, maka untuk dapat mencari nilai rata-rata dengan mengunakan cara

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$$

Keterangan:

$\bar{x}$: Mean atau rata-rata

x_1: angka data 1

x_2 : angka data 2

x_n : banyak data sampai akhir

n : jumlah banyak angka

Contoh 7.11

Berapa rata – rata nilai matematika kelas 4B SDN 1 Sukamaju ?

Solusi

Data nilai Matematika siswa kelas 4B SDN 1 Sukamaju

90,100,80,75,89,80,92,97,88,93,85,90,88,95
78,81,80,80,89,79

1) Jumlahkan semua nilai matematika siswa kelas 4B SDN 1 Sukamaju dan dibagi banyak siswa kelas 4B SDN 1 Sukamaju

$$x = \frac{90+100+80+75+89+80+92+97+88+93+85+90+88+95+78+81+80+80+89+79}{20}$$

2) Jumlah nilai matematika siswa kelas 4B SDN 1 Sukamaju dibagi banyak siswa

$X = \frac{1729}{20}$

3) Maka diketahui nilai rata rata nilai matematika kelas 4B SDN 1 Sukamaju

$X = 86{,}45$

Jadi, rata rata nilai matematika siswa kelas 4B SDN 1 Sukomaju adalah 86,45

2. Median

Median adalah cara untuk mengetahui nilai tengah dari suatu data, dengan mengurutkan data dari nilai yang terkecil hingga nilai terbesar atau sebaliknya, lalu mengambil nilai tengah dari jumlah banyak data tersebut.

Mencari median pada data yang banyaknya ganjil dan genap memiliki cara berbeda. Setelah data diurutkan dari nilai terkecil ke terbesar atau sebaliknya. Jika banyak data ganji maka kita dapat dengan mudah menentukan nilai tengah, namun jika banyak data genap maka kita harus mengambil dua nilai tengah lalu menjumlahkan dan dibagi dua maka hasil dari pembagian itulah yang disebut dengan nilai tengah (median).

Contoh 7.12

Tentukan median ukuran sepatu siswa SMA PGRI 21 Jakarta

Data ukuran sepatu siswa SMA PGRI 21 Jakarta

42,40,38,36,40,37,43,41,39,40,41,38,37

Solusi

1) Urutkan angka dari yang terkecil hingga yang terbesar
36, 37, 37, 38, 39, 40, 40, 40, 41, 41, 42, 42, 43
2) Carilah letak nilai tengah data

X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}	X_{13}
36	37	37	38	39	40	40	40	41	41	42	42	43

3) Carilah angka tengah dari banyak data
   Letak Nilai tengah data ganjil sebanyak 13 adalah X_7
   Maka diketahuilah angka median dari data ukuran sepatu siswa SMA PGRI 21 Jakarta $X_7 = 40$
4) Jadi, Median dari data ukuran sepatu siswa SMA PGRI 21 Jakarta adalah 40

Sekarang kita akan memperdalam konsep median, quartil merupakan nilai tengah setelah kita membagi letak data menjadi 3 bagian. Kuartil terdiri dari kuartil bawah yang biasa dilambangkan Q1, kuartil tengah atau median dilambangkan dengan Q2, kuartil atas yang biasa dilambangkan Q3.

Untuk mencari letak kuartil bawah (Q1) maka harus diketahui terlebih dahulu menentukan kuartil tengah atau median (Q2). Selanjutnya bagilah kembali dari angka paling kecil hingga kuartil tengah (Q2), sehingga mengetahui letak Q1, angka tersebut merupakan nilai median (Q2). Dengan prosedur sama, mencari kuartil atas (Q3) yaitu dengan membagi data atau mecari nilai tengah diantara kuartil tengah atau median (Q2) dengan nilai terbesar data.

Untuk mencari jangkauan interkuartil (Qr) yaitu dengan cara Q3 – Q1.

$$Qr = Q3 - Q1$$

Contoh 7.13

Data sebuah data nilai bahasa Indonesia siswa kelas X SMA 6 Pelangi

80, 90, 95, 88, 85, 95, 93, 80, 91, 80, 100

Solusi

1) Urutkan data nilai di atas dari
   80,80,80,85,88,90,91,93,95,95,100
2) Cari median (Q2).

X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}
80	80	80	85	88	90	91	93	95	95	100

Jadi median (Q2) adalah 90

3) Setelah kita menemukan Q2, baru selanjutnya kita dapat mencari nila Q1 yaitu dengan cara mengambil data dari nilai terkecil hingga nilai median.

X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}
80	80	80	85	88	90	91	93	95	95	100
		Q1			Q2					

Q1 = nilai tengah dari data di atas,

Q1 = 82,5

4) Untuk mencari nilai Q3 yaitu dengan cara mengambil angka dari data nilai siswa mulai dari nilai tengah atau median (Q2) hingga nilai terbesar.

X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}
80	80	80	85	88	90	91	93	95	95	100
		Q1			Q2		Q3			

Q3 = nilai tengah dari data diatas

Q3 = 94

5) Untuk mencari jangkauan interkuartil yaitu Q3 - Q1

Qr = Q3 – Q1

= 94 – 82,5

= 11,5

Jadi, nilai jangkauan interkuartil data nilai bahasa indonesia siswa SMA 6 Pelangi adalah 11,5

3. Modus

Modus adalah suatu nilai yang paling sering muncul dalam sebuah data. Satu data bisa memiliki lebih dari satu modus, misal jika beberapa angka paling sering terjadi. Jika setiap data muncul dengan banyak yang sama lebih dari dua kali, maka data tidak memiliki modus.

Contoh 7.14

Temukan mode dari data berikut ini.

Data Harga Kerudung Saudia di Beberapa Toko di Sidoarjo

NAMA TOKO	HARGA
Lily Hijab	20.000
Lotus Hijab	18.000
Ulya Hijab	21.000
Zahra Hijab	20.000
Ummi Hijab	18.500
Putri Hijab	18.000
Sania Hijab	20.000

Solusi

1) Carilah angka yang paling banyak muncul dari data harga kerudung saudia di beberapa toko di sidoarjo

   18.000 = 2

   18.500 = 1

   20.000 = 3

   21.000 = 1

2) Maka diketahuilah mode dari data harga kerudung Saudia di beberapa toko di sidoarjo adalah 20.000 karena nilai yang paling sering muncul adalah 20.000

Contoh 7.15

Berikut diberikan gaji (dalam jutaan rupiah) beberapa profesi pekerjaan.

- Satu presiden 210.000
- Satu wakil presiden 120.000
- Satu pramugania 40.000

- Satu supervisor 32.000
- Satu operator mesin 28.000
- Lima pabrik bekerja
  (masing-masing penghasilan) 25.000
- Enam pekerja magang
  (masing-masing perusahaan) 22.000

Tentukan mean, median, modus data gaji. Mana diantara mean, median, modus yang paling repesentatif (mewakili) data gaji.

Solusi

Jumlah dari 16 gaji tersebut adalah

210.000 + 120.000 + 40.000 +32.000 + 5(25.000) + 6(22.000) = 687.000

Mean (rata-rata) = $\frac{687.000}{16} = 42.937.50.$

Median adalah rata-rata dari gaji kedelapan dan kesembilan setelah gaji diurutkan. Karena gaji kedelapan dan kesembilan keduanya 25.000, maka

Mediannya adalah = $\frac{25.000+25.000}{2}$ = 25.000

Modusnya adalah 22.000, karena gaji ini paling sering terjadi.

Mean 42,937.50 sangat besar dibandingkan median dan modus, serta tidak mewakili kisaran mayoritas gaji profesi. Hal ini disebabkan besaran gaji presiden 120.00 dan wakil presiden 210,000 yang terlalu besar dan tidak mewakili kisaran standar profesi yang dibicarakan atau dapat dikatakan range data terlalu besar (lebih lanjut range, akan dibahas dalam sub ukuran penyebaran data berikutnya). Jadi dalam hal ini median maupun modus lebih representatif dari mean.

D. UKURAN PENYEBARAN DATA

Ukuran penyebaran data merepresentasikan sejauh mana suatu data menyimpang dari pusatnya. Ukuran penyebaran data terdiri dari Range (jangkauan), simpangan rata-rata, Variansi (ragam), dan Standar deviasi (simpangan baku).

1. Range

Range atau yang disebut jangkauan (kisaran) angka biasa digunakan untuk mengetahui jarak data antara nilai terendah (Xmin) dan nilai tertinggi (Xmax). Semakin kecil range berarti tingkat kepercayaan data semakin tinggi karena range semakin mendekati pusat data, sebaliknya semakin besar range berarti tingkat keperayaan data semakin rendah karena range semakin menjauhi pusat data.

Range termasuk pengukuran paling sederhana dalam pengukuran penyebaran. Cara mengetahui range suatu data yaitu dengan mengurangi nilai atau angka tertinggi (Xmax) dengan nilai atau angka terendah (Xmin).

$$R = Xmax - Xmin$$

Keterangan

R : range

Xmax : data nilai terbesar

Xmin : data nilai terkecil

Contoh 7.16

Data nilai Uas Kelas 1C SMP Harapan Bangsa

Fisika : 87, 90, 88, 90, 92, 85, 87, 90, 90,95

Kimia : 85, 88, 89, 90, 90, 79, 90, 85, 75, 87

Penyelesaian :

1) Urutkan data dari nilai paling terkecil sampai yang terbesar

Fisika : 85, 87, 87, 88, 90, 90, 90, 90, 92, 95

Kimia : 75, 79, 85, 85, 87, 88, 89, 90, 90, 90

2) Carilah nilai terkecil (Xmin) dan nilai terbesar (Xmax)

   Fisika : Xmin = 85 dan Xmax = 95

   Kimia : Xmin = 75 dan Xmax = 90

3) Kurangi Nilai terbesar (Xmax) dengan nilai terkecil (Xmin)

   Fisika : Xr = 95 – 85

   = 10

   Kimia : Xr = 90 – 75

   = 15

   Jadi, Range dari pelajaran Fisika adalah 10 dan Range dari pelajaran Kimia adalah 15

2. Varians dan Standar Deviasi

Standar deviasi atau yang disebut simpangan baku merupakan ukuran penyebaran data yang paling sering digunakan. Standar deviasi (simpangan baku) adalah akar kuadrat dari varians. Standar deviasi biasa digunakan dalam kehidupan sehari hhari untuk mengetahui apakah data yang kita punya baik atau tidak, data kita dikatakan baik apabila simpangan baku atau standar daviasinya kecil. Artinya, data tersebut tidak terlalu tersebar atau tidak terlalu menyimpang dari pusat data.

Hubungan Varians dan standar deviasi

$$\mathbf{S} = \sqrt{\boldsymbol{S}^2}$$

Rumus Varian

$$\mathbf{S}^2 = \frac{\boldsymbol{n\sum_{i=1}^{n} Xi2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x1\right)^2}}{\boldsymbol{n\,(n-1)}}$$

Rumus standar deviasi

$$\mathbf{S} = \sqrt{\frac{n \sum_{i=1}^{n} Xi2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x1\right)^2}{n\,(n-1)}}$$

Contoh 7.17

Didapat data beberapa nilai PKN siswa kelas 6 SDN 3 Porong

80, 90, 88, 92, 87, 78, 89, 84, 96, 89

Tentukan nilai standar deviasi dari data di atas.

Solusi

1) Hitunglah setiap nilai menjadi kuadrat, untuk mempermudah hitungan, buatlah tabel.

i	Xi	Xi^2
1	80	6400
2	90	8100
3	88	7744
4	92	8464
5	87	7569
6	78	6048
7	89	7921
8	84	7056
9	96	9216
10	89	7921
Σ	873	76439

2) Dari tabel tersebut dapat diketahui

   $\sum_{i=1}^{n} Xi$ = 873

   $\sum_{i=1}^{n} Xi^2$ = 76439

   $(\sum_{i=1}^{n} Xi)^2 = 873^2 = 762129$

3) Dengan demikian, jika dimasukkan dalam rumus varian, maka hasilnya sebagai berikut

$S^2 = \frac{= (10).(76439) - (762129)}{(10).(9)}$

$S^2 = \frac{(764390)-(762129)}{(10).(9)}$

$S^2 = \frac{2261}{(10).(9)}$

$S^2 = \frac{2261}{90}$

$S^2 = 25{,}12$

4) Dari perhitungan di atas, diperoleh nilai varian sama dengan 25,12
5) Dari nilai tersebut dapat langsung diperoleh nilai standar deviasi (simpangan baku) dengan cara mengakar kuadratkan nilai varian

   $S = \sqrt{25{,}12} = 5{,}01$

   Jadi hasil standar deviasi (simpangan baku) dari data nilai PKN siswa kelas 6 SDN 3 Porong yaitu 5,01

3. Simpangan Rata-rata

Simpangan rata-rata atau yang disebut dengan deviasi rata-rata merupakan ukuran yang menyatakan seberapa besar penyebaran tiap nilai data terhadap nilai meannya (rata-ratanya). Simpangan rata-rata terdapat dua macam yaitu simpangan rata-rata data tunggal dan simpangan rata-rata data berkelompok.

a. Simpangan rata-rata data tunggal

Jika diketahui data tunggal *x1,x2,x3,...xn* dengan rata-rata *x*, maka simpangan dari *x1* adalah *x1-x2,* sedangkan simpangan dari *x2* adalah *x2-x1* dan seterusnya, sehingga diperoleh jumlah nilai mutlak simpangan data tunggal adalah:

$$SR = \sum_{i=1}^{n} \frac{xi - \bar{x}}{n}$$

Keterangan:

SR : simpangan rata-rata

Xi : data ke-i

X : rataan hitung

N : banyak data

Contoh 7.18 (Simpangan rata-rata data tunggal)

Tentukan simpangan rata-rata dari data 4,6,8,5,4,9,5,7

Solusi:

$$SR = \frac{|4-6|+|6-6|+|8-6|+|5-6|+|4-6|+|9-6|+|5-6|+|7-6|}{8}$$

$$= \frac{2+0+2+1+2+3+1+1}{8}$$

$$= \frac{12}{8}$$

$$= 1{,}5$$

Jadi simpangan rata-ratanya dalah 1,5.

b. Simpangan rata-rata data bekelompok

Dapat dihitung menggunakan rumus

$$SR = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i |x_i - \bar{x}|}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$$

Keterangan:

SR : simpangan rata-rata

Xi : data ke-i (nilai tengah ke-i)

$\bar{x}$: rataan hitung

fi : frekuensi data ke i

Contoh 7.19 (Simpangan rata-rata data berkelompok)

Nilai ulangan Fisika dari siswa Kelas X SMA Nusantara

Interval Nilai	**Frekuensi**
40 – 44	3
45 – 49	4

Interval Nilai	Frekuensi
50 – 54	6
55 – 59	8
60 – 64	10
65 – 69	11
70 – 74	15
75 – 79	6
80 – 84	4
85 – 89	2
90 – 94	2

Solusi

Dari tabel tersebut, diperoleh $\bar{x} = 65{,}7$ (dibulatkan)

Kelas Interval	Nilai Tengah (x_i)	f_i	|x – x|	f_i |x – x|
40 – 44	42	3	23,7	71,1
45 – 49	47	4	18,7	74,8
50 – 54	52	6	13,7	82,2
55 – 59	57	8	8,7	69,6
60 – 64	62	10	3,7	37
65 – 69	67	11	1,3	14,3
70 – 74	72	15	6,3	94,5
75 – 79	77	6	11,3	67,8
80 – 84	82	4	16,3	65,2
85 – 89	87	2	21,3	42,6
90 – 94	92	2	26,3	52,6
		Σf_i = 71		**Σf_i |x – x| = 671,7**

Jadi, simpangan rata-rata (S_R) = $\frac{671{,}7}{71}$ = 9,46.

E. LATIHAN SOAL

1.

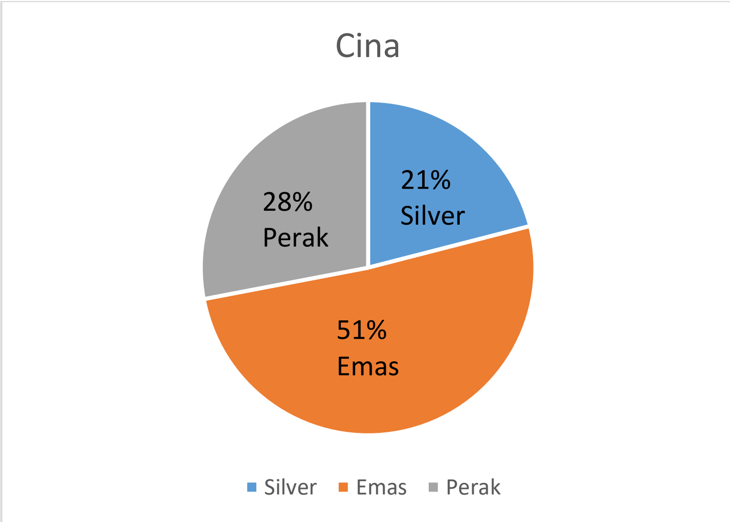


Diagram lingkaran di atas menunjukkan perolehan medali yang diperole Cina pada Olimpiade

a. Berapakah masing-masing medali yang diperoleh Cina?

b. Buatlah diagaram batang dari data perolehan medali yang anda peroleh.

c. Buat pula histogram dari data perolehan medali yang anda peroleh.

d. Menurut anda, mungkinkah data perolehan medali digambarkan dengan menggunakan diagaram garis? Jelaskan.

2. Tentukan mean, median, Kuartil (Q1, Q2, Q3), modus kumpulan data berikut

a. 5, 6, 10, 8, 2, 9, 7, 5, 8, 3

b. 50, 85, 88, 90, 75, 83, 73, 55, 100

c. 55, 100, 60, 55, 80, 89, 67, 55, 100, 97, 90

3. Hitunglah range dari data

   15,20,8,18,13,7,17,19,16,6,10,12,9,11,14

4. Temukan Varians, standar deviasi, dan simpangan rata-rata untuk kumpulan angka 5, 7, 7, 8, 10, 11.
5. Tentukan mean, median, dan modus untuk data gaji bulanan (dalam juta rupiah) pegawai pada perusahaan A dan perusahaan B.

   Perusahaan A: 3.300, 2.500, 4.200, 3.100, 6.200, 3.300, 3.500, $ 5.100

   Perusahaan B: 2.500, 9.200, 3.100, 5.100, 3.300, 3.500, 4.200, $ 3.300

   Setelah menentukan mean, median, modus, interpretasi pula hubungan mean, median, modus pada dua perusahaan tersebut.

BIODATA PENULIS

Mohammad Faizal Amir, lahir di Sidoarjo, Jawa Timur pada tanggal 17 September 1989. Pendidikan S1 bidang Pendidikan Matematika ditempuh di prodi pendidikan matematika FMIPA, Universitas Negeri Surabaya, pada tahun 2007. Selanjutnya penulis menempuh pendidikan S2, juga pada prodi pendidikan matematika, Pascasarjana Universitas Negeri Surabaya, pada tahun 2011. Penulis aktif mengajar di Universitas Muhammadiyah Sidoarjo mulai tahun 2012 yang berhombase di Prodi Pendidikan Guru Sekolah Dasar (PGSD). Penulis juga aktif melakukan tridarma, dalam bidang pengajaran, penulis mengampu matakuliah Konsep Dasar Matematika mulai tahun 2011 di PGSD UMSDIA. Kegiatan pengembangan diri yang dilakukan yakni mengikuti workshop ataupun pelatihan pendidikan matematika ke-SDan tingkat regional ataupun nasional. Bidang penelitian pendidikan matematika dilakukan secara aktif dan konsisten mulai tahun 2015 dengan subjek penelitian siswa sekolah dasar ataupun mahasiswa calon guru sekolah dasar. Bidang pengabdian masyarakat dilakukan dengan menjadi pembicara workhsop ataupun lokakarya pendidikan, serta pernah menjadi juri dalam lomba pendidikan tingkat regional ataupun nasional. Beberapa Buku yang pernah ditulis sebelumnya Buku Matematika Dasar, Buku Metodologi Penelitian Dasar Bidang Pendidikan.

DAFTAR PUSTAKA

Adjie, Nahrowi dan R. Deti Rostika. (2009). *Konsep Dasar Matematika*. Bandung: UPI Press

De Walle, John A. Van. (1990). *Elementary School Mathematics, Teaching Developmentally*. White Plains, New York.

Musser, G. L., & Burger, W. F. (1991). *Mathematics for anggotatary teachers*. New York: Maxwell Macmellan International.

Musser, G. L., Burger, W. F., & Peterson, B. E. (1988). *Mathematics for anggotatary teachers: A contemporary approach*. New York: Macmillan.

Musser, G. L., Burger, W. F., & Peterson, B. E. (2003). *Mathematics for elementary teachers: A contemporary approach*. J. Wiley.

Nelson, T., Burton, L., & Bennett, A. (2010). *Mathematics for Elementary Teachers: A conceptual Approach*. McGraw-Hill Science.

Polya, G. (2014). *How to solve it: A New Aspect of Mathematical Method*. Princeton university press.

Soedjadi, R. (2000). *Kiat Pendidikan Matematika di Indonesia*. Jakarta: Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi Departemen Pendidikan Nasional

Soedjadi, R. (2007). Masalah Kontekstual Sebagai Batu Sendi Matematika Sekolah. Depdiknas, Unesa, dan PSMS.