BUKU AJAR MATA KULIAH
BILANGAN
Bilangan untuk Guru Sekolah Dasar: Suatu Pendekatan Konseptual

Oleh
Mohammad Faizal Amir, M.Pd.

Diterbitkan oleh
UMSIDA PRESS

BUKU AJAR MATA KULIAH
BILANGAN
Bilangan untuk Guru Sekolah Dasar: Suatu Pendekatan Konseptual

Oleh
Mohammad Faizal Amir, M.Pd.

Diterbitkan oleh
UMSIDA PRESS

BUKU AJAR BILANGAN

Penulis :
Mohammad Faizal Amir, M.Pd.

ISBN :
978-602-5914-98-0

Editor :
Septi Budi Sartika, M.Pd

M. Tanzil Multazam , S.H., M.Kn.

Copy Editor :
Fika Megawati, S.Pd., M.Pd.

Design Sampul dan Tata Letak :
Mochamad Nashrullah, S.Pd

Penerbit :
UMSIDA Press

Redaksi :
Universitas Muhammadiyah Sidoarjo
Jl. Mojopahit No 666B
Sidoarjo, Jawa TImur

Cetakan pertama, Agustus 2019

KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadirat Allah SWT atas segala anugerah dan rahmat-Nya, sehingga Buku Ajar Bilangan ini dapat terselesaikan dengan baik.

Buku ini terdiri dari 4 Bab, yakni terdiri dari (1) Sistem Numerasi; (2) Bilangan Cacah; (3) Teori Bilangan; (4) Pecahan. Tujuan diterbitkan buku ini untuk membantu mahasiswa agar dapat menguasai konsep-konsep materi dasar matematika bilangan bagi guru sekolah dasar. Harapan melalui buku ini adalah agar dapat mencetak guru-guru sekolah dasar yang memiliki pemahaman matematika bilangan yang kuat dan kemampuan dasar problem solving matematik bilangan yang baik secara konsep dalam mengajar maupun sebagai makhluk sosial.

Semoga Buku ini dapat bermanfaat bagi mahasiswa, dosen dan siapa saja yang menggunakannya untuk pendidikan yang berkemajuan di Indonesia

Penulis

DAFTAR ISI

BATANG TUBUH BUKU DAN CAPAIAN MATA KULIAH BILANGAN

BAB	TOPIK DAN SUB TOPIK	INDIKATOR CAPAIAN
I	**Topik: Sistem Numerasi** 1. Pengenala n Sistem Numerasi	a. Mengidentifikasi Bilangan dan Angka b. Mengidentifikasi sistem numerasi tali c. Mengidentifikasi sistem numerasi mesir d. Mengidentifikasi sistem numerasi e. romawi Mengidentifikasi sistem numerasi babilonia f. Mengidentifikasi sistem numerasi maya
	2. Sistem Penulisan Hindu Arab	a. Mengidentifikasi sistem numerasi hindu arab b. Menjelaskan penamaan angka sistem bilangan hindu arab c. Mengidentifikasi cara membaca dan menulis sistem bilangan hindu arab d. Mengidentifikasi pembulatan sistem bilangan hindu arab beserta aturannya e. Mengidentifikasi sistem numerasi hindu arab non desimal

	3. Model Numerasi	a. Mengidentifikasi model numerasi melalui bilangan dasar 10 (base ten) dan 5 (base five) menggunakan stik (batang) b. Mengidentifikasi model numerasi melalui bilangan dasar 10 (base ten) dan 5 (base five) menggunakan model persegi
II	**Topik**: **Bilangan Cacah**	a. Mengidentifikasi penjumlahan bilangan cacah menggunakan model algoritma

	1. Penjumlahan Bilangan Cacah	b. Mengidentifikasi sifat tertutup penjumlahan bilangan cacah c. Mengidentifikasi sifat identitas penjumlahan bilangan cacah d. Mengidentifikasi sifat asosiatif penjumlahan bilangan cacah e. Mengidentifikasi sifat komutatif penjumlahan bilangan cacah f. Mengidentifikasi ketaksamaan bilangan cacah menggunakan model algoritma
	2. Pengurangan Bilangan Cacah	a. Mengidentifikasi pengurangan bilangan cacah menggunakan model algoritma berdasar konsep *take-away* b. Mengidentifikasi pengurangan bilangan cacah menggunakan model algoritma berdasar konsep perbandingan c. Mengidentifikasi pengurangan bilangan cacah menggunakan model algoritma berdasar konsep *missing addend*

		d. Mengidentifikasi konsep estimasi pengurangan bilangan cacah menggunakan model algoritma
	3. Perkalian Bilangan Cacah	a. Mengidentifikasi perkalian bilangan cacah menggunakan model algoritma b. Mengidentifikasi sifat tertutup perkalian bilangan cacah c. Mengidentifikasi sifat identitas perkalian bilangan cacah d. Mengidentifikasi sifat asosiatif penjumlahan bilangan cacah
		e. Mengidentifikasi sifat komutatif perkalian bilangan cacah f. Mengidentifikasi sifat distributuf perkalian terhadap penjumlahan bilangan cacah g. Mengidentifikasi konsep estimasi perkalian bilangan cacah
	4. Pembagian Bilangan Cacah	a. Mengidentifikasi konsep pengurangan berulang pembagian bilangan cacah menggunakan model algoritma b. Mengidentifikasi konsep partisi pembagian bilangan cacah menggunakan model algoritma c. Mengidentifikasi konsep pembagian bilangan cacah menggunakan garis bilangan

		d. Mengidentifikasi konsep estimasi pembagian bilangan cacah
	5. Eksponen	a. Mengidentifikasi dan menyimpulkan konsep eksponen b. Mengidentifikasi operasi order (biner) eksponen
III	**Topik: Teori Bilangan** 1. Faktor	a. Menjelaskan pengertian teori bilangan b. Mengidentifikasi faktor bilangan menggunakan model algoritma
	2. Kelipatan	a. Menjelaskan pengertian kelipatan

		b. Mengidentifikasi kelipatan menggunakan model algoritma
	3. FPB	c. Menjelaskan pengertian FPB d. Mengidentifikasi FPB bilangan menggunakan model garis bilangan e. Menjelaskan konsep faktorisasi prima f. Mengidentifikasi faktorisasi prima melalui teorema aritmatik g. Mengidentifikasi konsep pohon faktor
	4. KPK	a. Menjelaskan pengertian KPK

		b. Mengidentifikasi KPK bilangan menggunakan model algoritma c.
	5. Bilangan Prima dan Komposit	a. Mengidentifikasi bilangan prima dan komposit menggunakan model b. algoritma Memecahkan masalah menggunakan definisi *prime number test*
	6. Tes Pembagian	a. Mengidentifikasi bilangan genap dan ganjil b. Menjelaskan sifat-sifat pembagian menggunakan model algoritma
IV	**Topik: Pecahan** 1. Pengenala n Pecahan	a. Mengidentifikasi terminologi pecahan b. Mengidentifikasi konsep pecahan part to whole menggunakan model algoritma

		c. Mengidentifikasi konsep pecahan pembagian menggunakan model algoritma d. Mengidentifikasi konsep pecahan rasio menggunakan model algoritma e. Mengidentifikasi dan menyimpulkan pecahan senilai menggunakan model algoritma
	2. Penjumlah an Pecahan	a. Mengidentifikasi dan menyimpulkan penjumlahan pecahan berpenyebut sama menggunakan model algoritma

		b. Mengidentifikasi dan menyimpulkan penjumlahan pecahan berpenyebut berbeda menggunakan model algoritma
	3. Pengurangan Pecahan	a. Mengidentifikasi dan menyimpulkan pengurangan pecahan berpenyebut sama menggunakan model algoritma b. Mengidentifikasi dan menyimpulkan pengurangan pecahan berpenyebut berbeda menggunakan model algoritma
	4. Perkalian Pecahan	a. Mengidentifikasi dan menyimpulkan perkalian bilangan cacah dengan pecahan menggunakan model algoritma b. Mengidentifikasi dan menyimpulkan perkalian pecahan dengan bilangan cacah menggunakan model algoritma c. Mengidentifikasi dan menyimpulkan perkalian pecahan dengan pecahan menggunakan model algoritma

BAB I SISTEM NUMERASI

A. PENGENALAN SISTEM NUMERASI

Sistem Numerasi adalah sekumpulan lambang dan aturan pokok yang dapat digunakan untuk menuliskan bilangan. Bilangan dahulu hanya digunakan sebagai pengganti suatu benda, misalnya kerikil, ranting, dan lain-lain, dimana setiap suku memiliki cara tersendiri untuk menggambarkan bilangan dalam bentuk simbol. Seiring dengan berkembangnya zaman, bilangan juga mengalami perkembangan. Jika pada zaman dahulu menggunakan simbol-simbol, yang hanya dimiliki dan diketahui oleh suku atau individu tertentu, sekarang telah universal dan dapat digunakan di berbagai belahan dunia. Banyaknya suku bangsa di dunia, menyebabkan banyaknya pula sistem penomoran yang berbeda tiap bangsa. Pengidentifikasian bilangan dan angka beserta sistem numerasi di berbagai bangsa seperti tali, Mesir, Romawi, Babilonia, dan Maya dijelaskan di bagian bawah berikut.

1. Mengidentifikasi Bilangan dan Angka

Bilangan adalah suatu konsep dalam matematika yang digunakan untuk pencacahan dan pengukuran, bilangan bukanlah simbol atau lambang bilangan, melainkan deretan angka yang memberikan keterangan mengenai banyaknya suatu kuantitas. Untuk membedakan bilangan yang satu dengan bilangan yang lain diperlukan suatu nama. Misalnya bilangan asli, bilangan bulat, bilangan riil, dan lain-lain.

Angka adalah suatu tanda atau lambang yang dapat digunakan untuk melambangkan suatu bilangan. Angka disebut juga digit. Berbeda dengan bilangan, angka adalah anggota dari sebuah bilangan. Angka pada suatu bilangan memiliki arti yang berbeda, tergantung dari letak atau urutan yang biasa kita kenal dengan nilai tempat.

Contoh 1.1

Pada “1.876” merupakan suatu bilangan yang terdapat tiga angka, yaitu angka 1, angka 8, angka 7 dan angka 6. 1 menempati nilai ribuan sehingga sama artinya dengan seribu atau 1.000, 8 menempati angka ratusan sehingga sama artinya dengan delapan ratus atau 800, 7 menempati angka puluhan sehingga sama artinya dengan tujuh puluh atau 70, dan 6 menempati angka satuan sehingga sama artinya dengan enam satuan atau 6.

2. Mengidentifikasi Sistem Numerasi Tali

Tidak ada catatan sejarah pertama dalam penggunaan angka, nama, dan simbol. Nomor adalah suatu ide atau abstrak yang mewakili suatu kuantitas. Tulisan simbol untuk angka disebut angka dan mungkin dikembangkan sebelum kata nomor, karena lebih mudah mengurangi takik (batang pohon) pada tongkat daripada membuat ungkapan untuk mengidentifikasi nomor. Angka-angka yang disusun secara logis disebut sistem penomoran. Sistem bilangan awal tampaknya telah berkembang sejak penghitungan. Dalam banyak sistem ini, 1, 2, dan 3 diwakili oleh I,II, danIII . Beberapa simbol bilangan pertama mereka menunjukkan pengaruh goresan sederhana.

I II III IIII IIIII IIIIII IIIIIII IIIIIIII

1 2 3 4 5 6 78

Sistem numerasi tali ini biasa disebut dengan ijir, dengan memakai goresan atau tongkat untuk satu objek yang dihitung. Di Indonesia sistem Numerasi tali ini masih digunakan pada beberapa penyusunan data untuk membuat tabel distributif frekuensi dalam matematika, Misalnya pemilihan ketua kelas di sekolah hingga pemilihan Lurah bebererapa desa (digunakan untuk pemilihan pada pemungutan suara).

Contoh 1.2

Untuk menghitung buku, jika buku sebanyak 4, maka menyusun goresan sebanyak 4 (IIII) atau ingin menghitung 2 pensil dan 5 bolpoint maka menyusun goresan 2 (II) dan menyusun goresan lagi 5 (IIIII) sehingga banyaknya goresan menjadi 7 (IIIIIII).

3. Mengidentifikasi Sistem Numerasi Mesir

Sistem numerasi Mesir adalah contoh sistem numerik aditif karena masing-masing simbol mewakili kelipatan sepuluh. **Additive Numeration System** dalam sistem numerik aditif, beberapa nomor b dipilih untuk basis dan simbol yang mewakili 1, b, b^2, b^3, dan lain-lain, untuk kekuatan basis. Angka ditulis dengan cara mengembalikan kekuatan dasar pada jumlah waktu yang diperlukan. Dalam sistem penomoran Mesir, b = 10 dan kekuatan basis adalah 1, 10, 10^2, 10^3, dll. Pada dasarnya sistem numerasi mesir kuno belum mengenal lambang nol (0), sehingga tidak diketahui penggunaan atau simbol nol selain itu penggunaan sistem nilai belum diterapkan sehingga penulisannya bebas sesuai dengan banyaknya bilangan yang ada. Berikut ini adalah simbol orang mesir dan namanya:

1.000.000	100.00	10.000	1000	100	10	1

Keterangan nama simbol:

1 = *Stick*	10.000 = *Pointing Finger*
10 = *Heel Bone*	100.000 = *Tadpole*
100= *Coiled rope*	1.000.000 = *Astonished Man*

Contoh 1.3

Cara penggunaanya misalnya pada angka berikut 567 maka penulisannya adalah ∩∩∩∩IIIIIII. Dari contoh tersebut menjelaskan bahwa penulisan orang mesir dilakukan dari kanan ke kiri. Dari angka 567 (baca dari kanan) 7 merupakan angka satuan sehingga stick (I) ditulis sebanyak 7 kali. Angka 6 menempati puluhan sehingga Heel bone (∩) ditulis sebanyak enam kali. Selanjutnya angka 5 menempati ratusan sehingga coiled rope ( ) ditulis sebanyak lima kali.

4. Mengidentifikasi Sistem Numerasi Romawi

Sistem numerasi Romawi berkembang sekitar permulaan tahun 100 SM. Angka Romawi dapat ditemukan di sebuah jam, bangunan, batu nisan, dan halaman kata pengantar buku. Seperti orang Mesir, orang Romawi menggunakan basis sepuluh. Mereka memiliki sistem penghitungan aditif yang dimodifikasi, karena selain simbol untuk kekuatan basis, ada simbol untuk 5, 50, dan 500. Tujuh simbol umum adalah

I	**V**	**X**	**L**	**C**	**D**	**M**
1	5	10	50	100	500	1.000

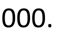
Bukti historis menunjukkan bahwa C berasal dari centum, yang berarti seratus, dan M adalah dari mili, yang berarti seribu. Asal simbol lain tidak pasti. Orang Romawi menuliskan angka mereka sehingga angka yang mereka wakili dalam urutan menurun dari kiri ke kanan. misalnya nomor 2341, maka apabila ditulis dalam angka Romawi menjadi MMCCCXXXXI. Bila angka Romawi ditempatkan di sebelah kiri sebuah angka untuk jumlah yang lebih besar, posisinya menunjukkan pengurangan, seperti pada IX untuk 9, XL untuk 40, XC untuk 90, CD untuk 400, atau CM untuk 900.

Contoh 1.4

1996 maka penulisannya menjadi MDCCCCLXXXXVI. Penjelasan dari soal tersebut adalah (M=1000), (D=500 + CCCC=400, sehingga menjadi 900), (L=50 + XXXX=40, sehingga menjadi 90), dan (VI=6).

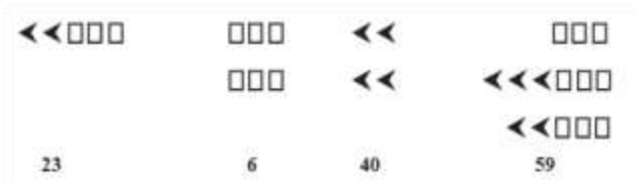
Agar lebih mudah dalam penulisan angka romawi, menjumlahkan digunakan jika lambang pada bagian kanan menyatakan bilangan yang lebih kecil, sedangkan pengurangan digunakan apabila lambang pada bagian kiri menyatakan bilangan yang lebih kecil. Agar lebih mudah, pahami aturan berikut ini:

a. Mengurangkan hanya pada satu huruf dari angka tunggal
b. Huruf pengurangan hanyalah pangkat 10, seperti I, X, C.
c. Pada tahun pertengahan, angka Romawi N adalah lambang “nullae” yang menyatakan nol.

Orang Romawi memiliki kebutuhan yang relatif kecil untuk jumlah yang besar, jadi mereka tidak mengembangkan hal yang umum untuk sistem menuliskannya pada prasasti di sebuah monumendalam memperingati kemenangan Carthaginians, simbol untuk 100.000 diulang 23 kali untuk mewakili 2.300.000.

5. Mengidentifikasi Sistem Numerasi Babilonia

Mengembangkan sistem penomoran enam puluh basis. Simbol dasar mereka untuk 1 sampai 59 dibentuk secara aditif dengan mengulangi untuk 1 dan untuk 10. Empat angka tersebut ditunjukkan di sini.



Untuk menulis angka lebih besar dari 59, huruf Babel menggunakan simbol dasar mereka untuk 1-59 dan konsep nilai tempat. Nilai tempat adalah kekuatan pangkalan, dan tempat Babilonia nilai adalah 1, 60, 60^2, 60^3, dll. Simbol dasar mereka memiliki nilai yang berbeda tergantung pada posisi atau lokasi simbol. Misalnya, 135 = 5 2 (60) + 1 15 (1), jadi orang Babilonia menulis angka mereka untuk 2 untuk mewakili 2 x 60 dan angka mereka untuk 15 untuk jumlah unit, seperti yang ditunjukkan selanjutnya. Umumnya, posisi pertama dari kanan ke kiri mewakili nomor dari unit, posisi kedua yaitu angka 60an, posisi ketiga yaitu angka 602s, dll. **Contoh 1.5**

Misalkan 10. 821 ditulis dalam angka Babilonia menjadi □□□

□

$3(60^2)$ + 21(1)

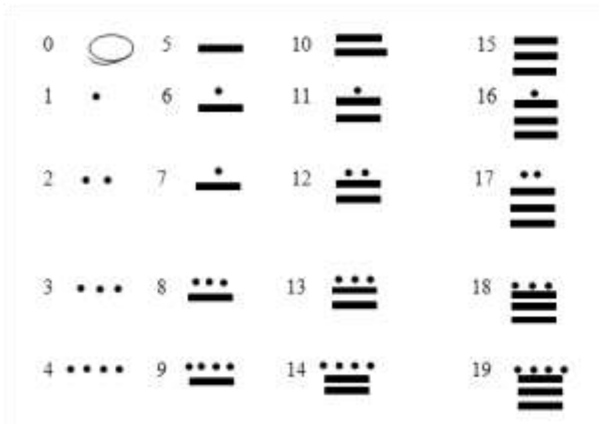
Jumlah 10.821 sama dengan 3 (60^2) + 0 (60) + 21 (1), tapi karena tidak ada simbol untuk nol dalam sistem Babilonia, tidak ada cara untuk menunjukkan 0 (60), yaitu, kekuatan yang hilang 60. Babel yang melihat simbol di bagian ketiga mungkin mengira itu mewakili 3 (60) + 21 (1). Kesenjangan yang lebih besar antara simbol adalah Terkadang digunakan untuk menunjukkan bahwa kekuatan basis hilang, dan kemudian, simbolnya ada digunakan untuk menunjukkan kekuatan dasar yang hilang.

6. Mengidentifikasi Sistem Numerasi Maya

Pada sistem penomoran maya kuno terlihat lebih berkembang dibandingkan dengan orang-orang dunia baru lainnya. Penomoran mereka sistemnya sederhana, namun canggih. Sistem mereka dimanfaatkan tiga angka dasar: titik, ●, untuk mewakili 1; horisontal bar, -, untuk mewakili 5; dan cangkang kerang, mewakili 0. Mereka menggunakan ketiga simbol ini, dalam kombinasi, untuk mewakili angka 0 sampai 19. Simbol dasar mereka untuk 0 sampai 19 ditampilkan di pengelompokan 5s dalam 20 nomor pertama.

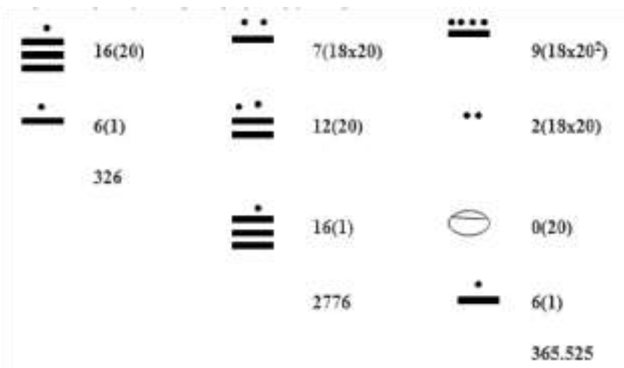
Penulisan bilangan Maya ini ditemukan oleh Francisco de Cordoba pada tahun 1517 M di kota peninggalan mereka di Mexico, tepatnya di Jazirah Jucatan. Maya ini adalah gabungan antara nokta dan garis, pada setiap satu nokta mempunyai nilai satu dan pada tiap satu garis mempunyai nilai lima. Mereka menulis angka mereka secara vertikal dengan satu angka di atas huruf yang lain, dengan kekuatan basis meningkat dari bawah ke atas. Dimulai dari koefisien tertinggi ke koefisien terenfah. Posisi di posisi bawah mewakili jumlah unit. Angka di posisi kedua mewakili angka 20-an.

Karena kalender Maya masing-masing 18 bulan 20 hari, nilai tempat dari posisi ketiga adalah 18x20 daripada 20^2. Di atas dasar ini, nilai tempat berikutnya adalah $18x20^2$, $18x20^3$, dll.



Contoh 1.6

Ketiga angka Maya ini mewakili angka berikut: 16(20)+6(1)=**326**; 7(18x20)+12(20)+16(1)=**2776**; dan 9(18x20^2) + 2(18x20) + 0(20) + 6(1) = **65,526.**



B. SISTEM PENULISAN HINDU ARAB

1. Sistem Numerasi Hindu – Arab

Sistem penomoran Hindu – Arab yang saat ini banyak digunakan merupakan hasil pengembangan dari teori C.E 800. Sistem penomoran Hindu – Arab pertama kali diciptakan oleh orang – orang Hindu kemudian disebarluaskan hingga ke benua

Eropa oleh orang – orang Arab. Dalam teori ini terdapat suatu sistem penomoran yang dikenal dengan nama sistem penomoran basis – sepuluh. Dalam Sistem penomoran basis sepuluh ini nilai tempat ditentukan oleh posisi digit 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Setiap digit dalam sebuah angka mempunyai nama yang menunjukkan posisinya.

2. Penamaan Angka Sistem Bilangan Hindu – Arab

Dalam sistem bilangan Hindu – Arab, penamaan angkanya juga dikenal dalam bahasa inggris yaitu:

1 zero (nol)
2 one (satu)
3 two (dua)
4 three (tiga)
5 four (empat)
6 five (lima)
7 six (enam)
8 seven (tujuh)
9 eight (delapan)
10 nine (sembilan)
11 ten (sepuluh)
12 eleven (sebelas)
13 twelve (dua belas)

Dalam sistem penamaan hindu – arab angka 0 – 12 dinamai dengan nama unik

14 thirteen (tiga belas)
15 fourteen (empat belas)
19 nineteen (sembilan belas)

Dalam sistem Hindu Arab angka 13 – 19 dinamai dengan nama belasan. dan terdiri dari kombinasidari nama sebelumnya, dengan yang namanya dulu. Misalnya, "tiga belas" pendek untuk "tiga sepuluh," yang berarti "sepuluh ditambah tiga," dan seterusnya.

20 twenty (dua puluh) 21 twenty one (dua puluh satu)

. . . .

99 ninety-nine (sembilan puluh sembilan)

angka 20 – 99 dinamai dengan kombinasi dari nama sebelumnya tapi dibalik dari belasan di mana puluhan tempat itu dinamai dulu. Misalnya, 21 adalah "dua puluh satu," yang mana berarti "dua puluhan ditambah satu," dan seterusnya

100 one hundred (seratus)

101 one hundred one (seratus satu)

. . . .

999 nine hundred ninety-nine (sembilan ratus sembilan puluh sembilan)

Angka 100 – 999 dinamai dengan kombinasi dari ratusan dan nama sebelumnya. Misalnya, 101 dibaca "seratus satu" dan seterusnya.

Contoh 1.7

Dalam angka yang berisi lebih dari tiga digit, kelompok tiga digit biasanya dimulai dengan koma, misal:

<u>456</u>,<u>756</u>,<u>867</u>,<u>687</u>,<u>343</u>,557

Quadriliun trilliun milyar juta ribuan

3. Cara Membaca Dan Menulis Sistem Bilangan Hindu – Arab

Serupa dengan sistem penamaan bilangan Hindu – Arab, cara membaca dan menulis bilangan Hindu – Arab berdasarkan pada nomor untuk keseluruhan bilangan. Bilangan 1 – 20 dibaca dengan satu kata. Untuk nomor 21 – 99 dibaca dengan nama nomor majemuk yang ditulis dengan tanda penghubung. Nama-nama ini ditulis dengan tanda penghubung bahkan ketika itu terjadi sebagai bagian dari nama lain, kecuali untuk nomor bilangan 30, 40, 50, 60 dan seterusnya yang memiliki pasangan bulat 0.

Untuk sistem penulisan misalkan, kita menulis dua ratus – lima puluh – enam untuk 256. Angka dengan lebih dari tiga digit dibaca dengan memberi nama masing-masing kelompok tiga digit (periode angka). Dalam setiap periode, digit dibaca saat kita membaca nomor dari 1 sampai 999, dan kemudian nama periode tersebut dibacakan. Nama untuk beberapa periode pertama ditunjukkan pada contoh berikut.

Contoh 1.8

$$\underbrace{5\ 8,}_{\text{Triliun}}\quad \underbrace{3\ 7\ 5,}_{\text{milyar}}\quad \underbrace{9\ 0\ 3,}_{\text{juta}}\quad \underbrace{5\ 7\ 2,}_{\text{ribuan}}\quad 8\ 5\ 4$$

Jumlah ini dibaca lima puluh delapan triliun, tiga ratus tujuh puluh lima miliar, sembilan ratus tiga juta, lima ratus tujuh puluh dua ribu delapan ratus lima puluh empat.

4. Pembulatan Sistem Bilangan Hindu – Arab

Dalam sistem pembulatan Hindu – Arab terdapat beberapa aturan untuk melakukan Pembulatan Angka Utuh diantaranya adalah sebagai berikut:

a. Tentukan digit dengan nilai tempat yang nomornya dibulatkan, kemudian periksa digit ke kanan
b. Jika angka di sebelah kanan adalah 5 atau lebih, maka setiap digit ke kanan digantikan oleh angka 0 dan digit dengan nilai tempat yang diberikan meningkat sebesar 1.
c. Jika angka di sebelah kanan adalah 4 atau kurang, setiap digit di sebelah kanan digit dengan nilai tempat digantikan dengan angka 0.

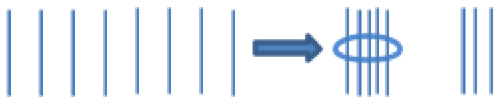
Untuk lebih jelasnya perhatikan contoh berikut ini :

a. 287,856,233 jika dibulatkan kee jutaan terdekat maka diperoleh hasil sebagai berikut 288,000,000. Hal ini dikarenakan angka di sebelah kanan digit yang akan dibulatkan lebih dari 5 sehingga setiap digit ke kanan digantikan oleh angka 0 dan digit dengan nilai tempat yang diberikan meningkat sebesar 1.
b. 456,435 jika dibulatkan ke ribuan terdekat maka diperoleh hasil sebagai berikut 456,000. Hal ini dikarenakan angka disebelah kanan digit yang akan dibulatkan kurang dari 5 sehingga setiap digit di sebelah kanan digit dengan nilai tempat digantikan dengan angka 0.

5. Sistem Numerasi Hindu – Arab Non Decimal

Dalam sistem numerasi Hindu Arab lebih menekankan pada pengelompokkan sepuluh. Anggaplah bahwa sistem seperti Hindu-Arab menggunakan satu tangan (lima digit) dan bukan dua (sepuluh digit). Kemudian, pengelompokan akan dilakukan dalam kelompok lima. Jika tongkat digunakan, masing – masing bundel akan terdiri dari lima tongkat.

Contoh 1.9



Tongkat diatas berjumlah 8. Disini 8 objek tersebut diwakili oleh 1 bundel dan sisa 3. Satu bundel berisikan lima buah tongkat. Yang dibaca 8 dari hasil 5 + 3 ataupun juga dapat dbaca 13_{five} (satu tiga basis lima).

C. MODEL NUMERASI

1. Model nomerisasi melalui bilangan dasar 10 (base ten) dan 5 (base five) menggunakan stik.

Dalam modelisasi sistem bilangan dasar 10 (base ten) terdapat pada penulisan sistem romawi. Yang pada adasarnya sistem romawi ini merupakan sistem penjumlahan dan sistem perkalian. Hal ini dapat dituliskan seperti :

Contoh 1.10

CX = 100 +10 = 110 (Dari kiri kekanan nilainya semakin menurun, jadi di jumlahkan) penjelasan : bahwa jika simbol-simbol sebuah angka yang mempunyai nilai yang menurun dari kiri ke kanan, maka nilai tersebut dijumlahkan. Sebaliknya jika nilai angka dari dari kiri ke kanan maka nilai tersebut dikurangkan.

Contoh 1.11

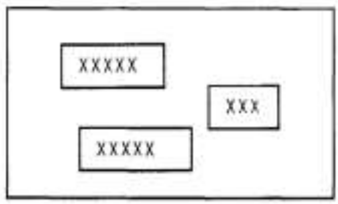
XC = 10-100 = 90 (Dari kiri ke kanan nilainya naik, maka dikurangkan.

Adapun dalam penulisan bilangan dasar 10 (base ten) menggunakan stik. Dengan menggunakan stik diharapkan anak-anak akan belajar sambil bermain sehingga pembelajaran akan menjadi bermakna dan selalu di ingat dalam jangka panjang.

Dalam gambar di atas dapat menunjukkan model bundle-of-stick untuk mewakili 148. Kekuatan 10 diwakili oleh setiap ikat stik. Dan setiap penambahan pada angka puluhan maka diwakilkan oleh setiap ikat stik yang berjumlahkan sepuluh. Dalam 148, 100 = diwakilkan oleh 5 ikat yang setiap ikat terdiri atas 10 stik, 40 = diwakilkan oleh 4 ikat yang setiap ikatnya terdiri atas 10 stik, 8 = untuk yang satuan terdiri atas delapan stik, artinya tidak pada ikatan.

Dalam hal ini bilangan dasar 10 (base ten) yang dimaksud adalah himpunan yang beranggotakan 10 elemen. Adapun dasar bilangan 5 (base five) adalah basis lima yang merupakan model untuk kekuatan 5. Sama halnya seperti pada kasus base ten ada yang disebut sebagai unit, rindu dan flat :5 untuk bentuk panjang, 5 ruas untuk bentuk rata. Dan untuk kekuatan yang lebih tinggi maka akan digunakan menempatkan 5 flat dari ujung ke jung untuk membentuk flat yang lebih panjang. Pada basis five lambang bilangan yang digunakan cukup dari 0,1,2,3,4 yang mewakili setiap elemen nya.

Contoh 1.13



Pada gambar diatas ada beberapa stik yang berbentuk silang yang berjumlah 23. Uraian nya yaitu, ada 2 himpunan yang berangotakan masing-masing 5 stik serta ada 1 himpunan yang beranggotakan 3 stik. Dari sini kita dapat jumlahkan dalam 1 elemen terdapat berapa stik = 23

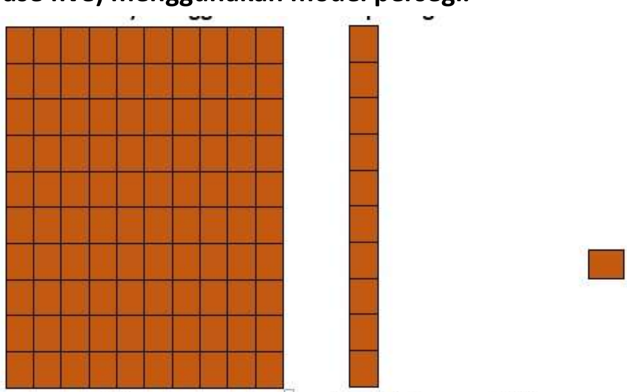
Jadi setiap elemen terdapat simbol stik yang menggambarkan simbol setiap angka mulai dari 0,1,2,3,4 tidak boleh lebih. Sebab ini adalah base five.

Lambang bilangan berbasis 5 :

Himpunan	Simbol / angka
( )	0
(|)	1
(||)	2
(|||)	3
(||||)	4
(|| |||) → Basis	10

Pada tabel diagram di atas dapat disimpulkan bahwa setiap basis memiliki batasan angka. Jika 0-4 adalah basis 5 maka 5-9 adalah basis 10. Hal ini memudahkan untuk mengetahui tempat pada bilangan.

2. Model nomerisasi melalui bilangan dasar 10 (base ten) dan 5 (base five) menggunakan model persegi.

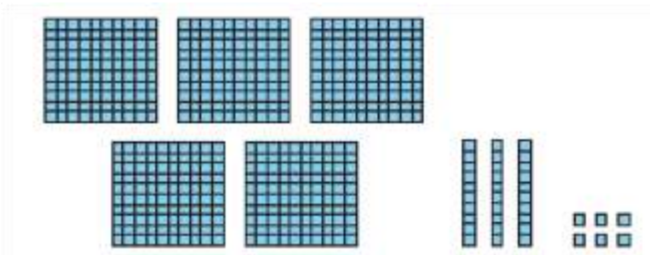


Dasar-Sepuluh Potong dalam pola ini , kekuatan 10 yang diwakili oleh objek yang disebut unit , panjang , flat. Angka 10 membentuk sebuah unit panjang , dan memanjang 10 bentuk datar. Kekuatan lebih tinggi dari dasar dapat diwakili oleh set flat

.Sebagai contoh , 10 flat ditempatkan di baris ini disebut long-flat dan mewakili angka 1000.

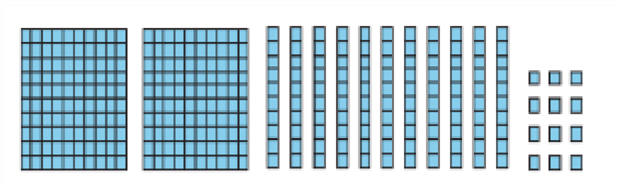
Contoh 1.14

Potongan-potongan untuk mewakili Dasar-sepuluh potong dari **536** :



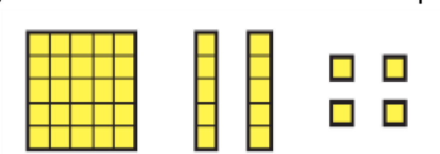
Dasar-sepuluh model persegi dapat digunakan untuk menggambarkan konsep pengelompokan : merubah satu koleksi ke yang lain yang mewakili jumlah yang sama.

Contoh 1.15



Dari model diatas dapat dijabarkan yaitu memiliki 2 flat, 11 panjang dan 12 unit. Maka dari situ dapat di akumulasi menjadi 3 flat, 2 panjang dan 2 unit atau dengan kata lain menjadi **322.**

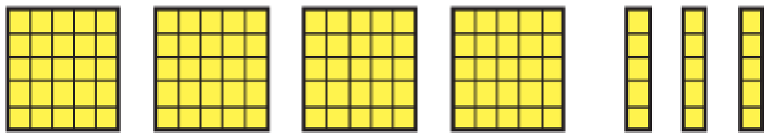
Dasar-Lima Penomoran. Dasar-Lima potongan adalah model untuk kekuatan 5 , dan seperti dalam kasus dasar sepuluh , ada potongan yang disebut unit , panjang. flat 5 unit membentuk panjang , dan 5 panjang membentuk sebuah datar .Berikutnya yang lebih tinggi kekuatan 5 diwakili oleh menempatkan 5 flat ujung ke ujung untuk



membentuk sebuah long-flat. **Contoh 1.16**

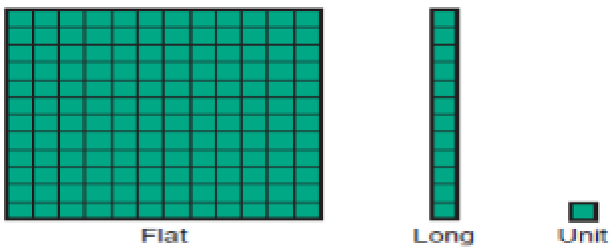
Dari rangkaian dasar-lima model persegi diatas dapat diidentifikasi yaitu 1 flat yang berisi 25 unit, 2 panjang yang berisi 10 unit, dan 4 unit. Jadi angka yang dimaksud adalah **39**.

Contoh 1.17



Dari rangkaian dasar-lima model persegi diatas dapat diidentifikasi yaitu 4 flat yang berisi 100 unit, 3 panjang yang berisi 15 unit, dan 0 unit. Jadi angka yang dimaksud adalah **115.**

Bagaimana penulisan dan model penomoran

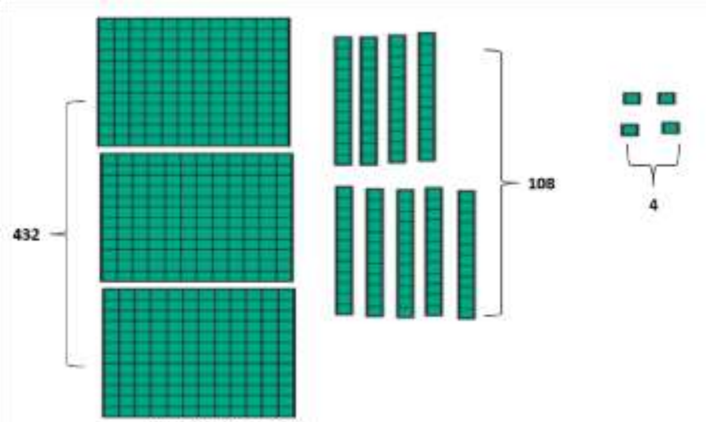


dasar-duabelas?

Hal ini sama dengan dasar penomoran sepuluh taupun lima. Memiliki objek satuan dalam bentuk flat, panjang dan unit. Untuk flat memiliki 12 panjang dan lebar kolom sehingga berjumlah 144 unit. Kemudian juga memiliki satuan panjang yang berjumlah 12 unit. Selain itu juga memiliki satuan per-unit.

Contoh Masalah 1.18

Bagaimanakah penulisan **544** dengan menggunakan model penomoran dasar-duabelas?



Jadi, 432+108+4 = **544**

BAB II BILANGAN CACAH

A. PENJUMLAHAN BILANGAN CACAH

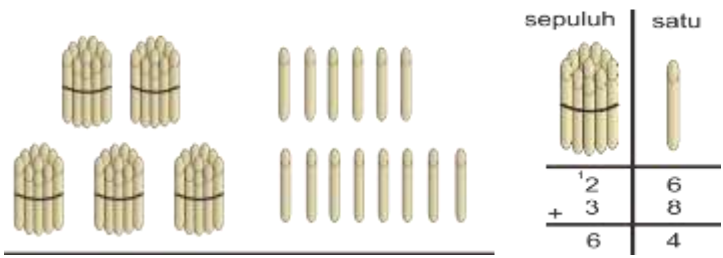
Model algoritma menggunakan beberapa langkah dalam menghitung. Ada dua prosedur dalam model algoritma (1) menghitung digit, (2) mengelompokkan. Ada beberapa model untuk mengilustrasikan model algoritma.

1. Penjumlahan Bilangan Cacah Menggunakan Model Algoritma

Pada contoh dibawah ini penjumlahan dua bilangan menggunakan model pengelompokan stik. Stik merepresentasikan angka yang akan dijumlahkan. Jumlahnya adalah keseluruhan kelompok stik, dan stik yang tidak dikelompokkan.

Contoh 2.1

Ada 26 + 38. Pertama uraikan 26 menjadi 2 kelompok bundel stik dan 6 stik satuan. Selanjutnya uraikan 38 menjadi 3 kelompok bundel stik dan 8 satuan. Jumlahkan masing-masing bundel menjadi 5 bundel (2 + 3), kemudian jumlah stik satuan 4 (6 + 8). Stik satuan terdiri dari 1 bundel dengan 4 satuan. Sehingga 1 bundel dijumlahkan dengan 5 bundel menjadi 6
bundel ditambah dengan 4 satuan. Menjadi 64



Anak-anak menggunakan model algoritma untuk langkah awal. Selanjutnya mengunakkan pengelompokkan 10. Ini disebut dengan penjumlahan parsial. Di metode ini, menjumlahankan lebih per digit, baru melakukan pengelompokan.

$$\begin{array}{r} 345 \\ +\,278 \\ \hline 13 \\ 11 \\ 5 \\ \hline 623 \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} 345 & = 3 \text{ ratusan} + \ \ 4 \text{ puluhan} + \ \ 5 \\ +\ 278 & = 2 \text{ ratusan} + \ \ 7 \text{ puluhan} + \ \ 8 \\ \hline & \ \ \ 5 \text{ ratusan} + 11 \text{ puluhan} + 13 \\ \text{Regrouping:} & \ \ \ 6 \text{ ratusan} + \ \ 2 \text{ puluhan} + \ \ 3 \\ & = 623 \end{array}$$

dahulu

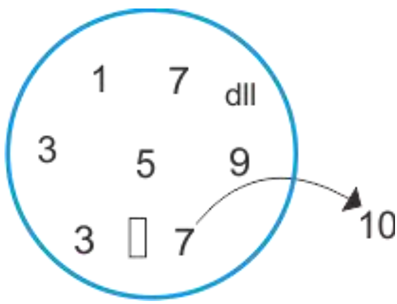
setelah ini

2. Sifat Tertutup Penjumlahan Bilangan Cacah

Ketika kamu menjumlahlahkan dua bilangan cacah, maka hasilnya juga akan bilangan cacah. Ini membuktikan bahwa penjumlahan bilangan cacah bersifat tertutup.

Contoh 2.2

Kumpulan dari bilangan cacah bulat {0,2,4, …} dan kumpulan dari bilangan cacah prima {1, 3,5, ...}. disebut penjumlahan tertutup ketika dua bilangan cacah bulat dijumlahkan juga menghasilkan bilangan bulat cacah. Tetapi jika hasilnya bukan bilangan cacah yang bulat maka itu bukan penjumlahan tertutup. Lebih jelasnya (3 + 7) keduanya adalah bilangan prima tapi hasil penjumlahan 10 dan bukan bilangan prima. Ini bukan penjumlahan tertutup



3. Sifat Identitas Penjumlahan Bilangan Cacah

Dalam bilangan cacah, ada satu bilangan yang istimewa yaitu nol “0”. O disebut sebagai identitas dari penjumlahan bilangan cacah, itu karena ketika ada bilangan yang dijumlahkan dengan 0 maka hasilnya tidak akan berubah. Akan tetap bilangan itu sendiri.

Contoh 2.3

$$0 + 5 = 5 \qquad 17 + 0 = 17 \qquad 0 + 0 = 0$$

Jadi dapat disimpulan bahwa nol “0” adalah identitas dari penjumlahan bilangan cacah.

$$0 + b = b + 0 = b$$

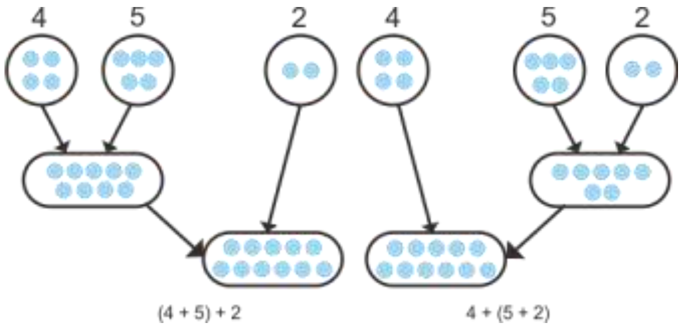
4. Sifat Asosiatif Penjumlahan Bilangan Cacah

Sekarang untuk menunjukkanpada siswa tentang fakta dari bilangan 5, tetapi untuk menemukan 6 + 3. Langkah mudah yang ditulis adalah 6 + 3 sama dengan 5 + 4. Seperti yang diketahui bahwa 6 + 3= 9 dan 5 + 4 = 9. Dapat disimpulkan bahwa argumentasi yang menyatakan 6 + 3 dapat sama dengan 5 + 4 dengan alasan 6 + 3 = (5 + 1) + 3 = 5 + (1 + 3) = 5 + 4.

Sifat Asosiatif :

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

Untuk lebih jelas dengan ilustrasi dibawah ini :



5. Sifat Komutatif Penjumlahan Bilangan Cacah

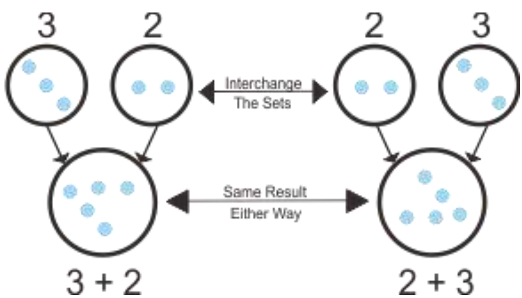
Beberapa anak mempelajari “menghitung selanjutnya”. Untuk menemukan 9 + 1, anak-anak akan menghitung 1 lebihnya dari 9. Ketika kita bertanya 1 + 9 pasti anak anak akan menghitung”1, selanjutnya 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,10. Pada kenyataannya 1 + 9 = 9 + 1 ini menggunakan konsep komutatif.

Sifat Komunitatif :

$$a + b = b + a$$

Contoh 2.4

Sebagai contoh dibawah ini bahwa 3 + 2 dan 2 + 3

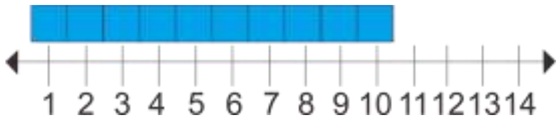


6. Ketaksamaan Bilangan Cacah Menggunakan Model Algoritma

Ketaksamaan bilangan cacah dapat diartikan sebagai proses perhitungan bilangan berdasarkan posisi bilangan.

Contoh 2.5

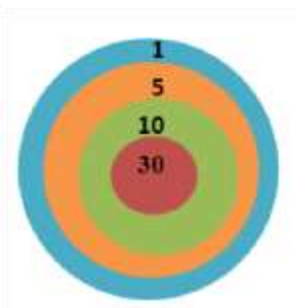
3 tidak kurang dari 5, ini karena 3 adalah bilangan sebelum 5. Pernyataan tersebut dapat dibuktikan dengan garis bilangan seperti gambar dibawah ini.



Ketidaksamaan bilangan cacah untuk 2 bilangan cacah *m* dan *n, m* kurang dari *n* dapat ditulis ($m < n$) jika dan hanya jika ada bilangan cacah tidak 0 adalah *k* maka $m + k = n$.

Contoh 2.6 Masalah Penjumlahan Bilangan Cacah

Karen dan Angela sedang bermain anak panah di papan tulis yang ditunjukkan di bawah ini. Setiap pemain melempar tiga panah pada gilirannya dan menambahkan angka pada daerah yang terkena. Anak panah selalu memukul papan dart, dan saat anak panah mendarat di garis, skornya lebih besar dari dua angka. Setelah empat giliran Karen dan Angela memperhatikan bahwa jumlah mereka untuk masing-masing giliran semuanya berbeda. Bagaimana jumlah yang berbeda mungkin?



Memahami Soal Pertanyaan 1: Apa yang terbesar dan terkecil mungkin jumlah?

Merancang Rencana Berikut adalah dua pendekatan untuk menemukan semua jumlah. Karena jumlah terendah adalah 3 dan jumlah tertinggi adalah 90, kita bisa daftar angka dari 3 sampai 90 dan tentukan yang bisa didapat. Atau kita bisa membuat daftar terorganisir yang menampilkan berbagai daerah tiga anak panah bisa menyerang Pertanyaan 2: Misalnya, jika dua anak panah pertama mendarat di daerah 1 dan 5, berapa nilai yang mungkin didapat setelah anak panah ketiga dilempar?

Melaksanakan Rencana Gunakan salah satu pendekatan di atas atau salah satu pendekatan Anda sendiri untuk menemukan jumlah yang berbeda dan menentukan bagaimana masing-masing dapat diperoleh dari papan dart. Pertanyaan 3: Berapa banyak jumlah yang berbeda yang mungkin?

Melihat Kembali Alih-alih empat wilayah, misalkan papan dart memiliki tiga wilayah. Pertanyaan 4: Berapa banyak jumlah yang berbeda yang mungkin ada di papan dart dengan tiga daerah bernomor 1, 5, dan 10?

Jawaban untuk Pertanyaan 1-4 1. Jumlah terbesar adalah 90, dan yang terkecil adalah 3. 2. Kemungkinan jumlah adalah 7, 11, 16, dan 36. 3. 20 jumlah yang berbeda. 4. 10 jumlah yang berbeda.

B. PENGURANGAN BILANGAN CACAH

1. Pengurangan Bilangan Cacah Menggunakan Konsep *Take Away*

DEFINISI

Pengurangan Bilangan Cacah : Pendekatan Take-Away
Misalkan a dan b adalah bilangan cacah A dan B harus ditetapkan sedemikian rupa sehingga a = *n (A), b = n (B), dan B A* Kemudian

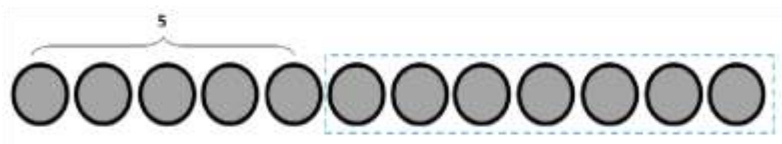
$$a - b = n(A - B).$$

Bilangan **"a - b"** disebut sebagai **perbedaannya** dan bisa dibaca **"a - b",** di mana *a* dapat disebut sebagai **minuend (jumlah bilangan lain yang harus dikurangi)** dan *b* adalah **subtrahend (bilangan yang mengurangi)**. Untuk menemukan 7 3 menggunakan beberapa bagian, pikirkan satu bagian dari tujuh elemen, disebut {a, b, c, d, e, f, g}. Kemudian, dengan menggunakan perbedaan dari beberapa bagian, ambil *a* sub bagian dari tiga elemen, disebut {a, b, c}. Hasilnya adalah himpunan {d, e, f, g},

Jadi hasil dari penggunaan pengurangan konsep *take away* dapat diperoleh hasil sebagai berikut 7 - 3 = 4.

Contoh 2.7 Konsep Take-Away

Misalkan Rino mempunyai 12 bola dan berikan kepada Nina sebanyak 7 bola. Berapa banyak bola milik Rino sekarang ?
Pada gambar dibawah ini mengilustrasikan 12 – 7 dengan menunjukkan 7 bola yang diambil dari 12 bola.



Menunjukkan konsep *Take Away* 12 – 7 = 5

2. Pengurangan Bilangan Cacah Menggunakan Konsep Perbandingan

Perhatikan dua masalah selanjutnya.

a. Monica berusia 59 tahun pada tahun lalu. Dia mengalami lonjakan pertumbuhan dan sekarang tingginya 66.

Bagaimana dia dapat tumbuh selama tahun terakhir ini?

Untuk mengatasi masalah ini, kita bisa menggunakan kuadrat kanan bawah karena berhadapan dengan tinggi badannya (pengukuran) dan kita akan mengetahui berapa banyak lagi yang lebih banyak daripada 59 (*Missing addend*).

b. Monica bergabung dengan tim basket tahun ini. Salah satu rekan setimnya tinggi 70. Bagaimana perbandingan lebih tinggi adalah Monica dengan rekan setimnya?

Ada salah satu aspek yang baru untuk megatasi masalah ini. Mengingat berapa tinggi Monica dari pada dia tahun lalu, Anda diminta untuk membandingkan tinggi badannya dengan pemain lain. Secara umum, Anda mungkin ingin membandingkan tinggi badannya dengan semua anggota tim. Cara melihat pengurangan ini dengan menambahkan dimensi ketiga, perbandingan, dengan 2-oleh-2 persegi.

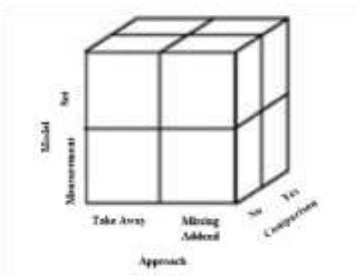
Untuk mengatasi masalah membandingkan tinggi Monica dengan anggota tim lainnya, kita akan menggunakan kubus yang lebih kecil di kanan bawah 2-oleh-2-oleh-2 kubus karena menggunakan model pengukuran dan pendekatan *Missing Addend* dengan perbandingan beberapa rekan tim. Berikut adalah masalah lain dimana perbandingan muncul.

Contoh 2.8

Jika Larry memiliki 7 dollar dan Judy mempunyai 3 dollar, berapa banyak uang yang dimiliki Larry? Karena uang Larry dan uang Judy adalah dua bagian yang berbeda, sebuah cara perbandingan akan digunakan. Untuk menemukan Solusi, secara mental kita dapat menyesuaikan 3 dolar Larry dengan 3 dolar

Judy ambil uang yang cocok dari Larry.

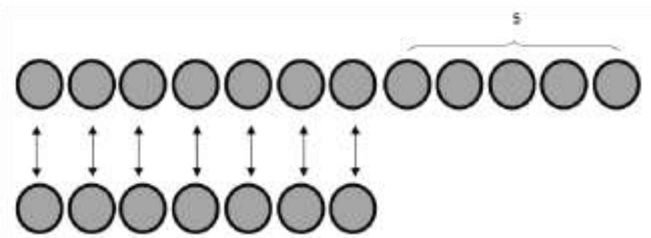
Dengan demikian, masalah ini akan berhubungan dengan kubus yang lebih kecil di kiri atas belakang karena merupakan himpunan model yang menggunakan pendekatan *Take Away* yang melibatkan perbandingan bagian dari uang. Dalam situasi pengurangan dimana ada lebih dari satu mengatur atau satu situasi pengukuran yang terlibat seperti yang digambarkan oleh barisan belakang kubus pada Gambar 3.18, pengurangan biasanya disebut dengan **perbandingan pendekatan**.



Contoh 2.9 Konsep Perbandingan

Reni memiliki 12 bola dan ada orang lain yang memiliki 7 bola. Berapa banyak bola yang dimiliki Reni daripada orang lain? Dalam hal ini kita dapat membandingkannya koleksi ke yang lain untuk menentukan perbedaannya.

Menunjukkan bahwa ada 5 lagi bola dalam satu koleksi dari pada yang lain



Konsep Perbandingan ditampilkan 12 – 7 = 5

3. Pengurangan Bilangan Cacah Menggunakan Konsep *Missing Addend*

DEFINISI

Biarkan a dan b menjadi bilangan cacah. Kemudian a - b = c jika dan hanya jika a = b + c untuk beberapa bilangan cacah c.

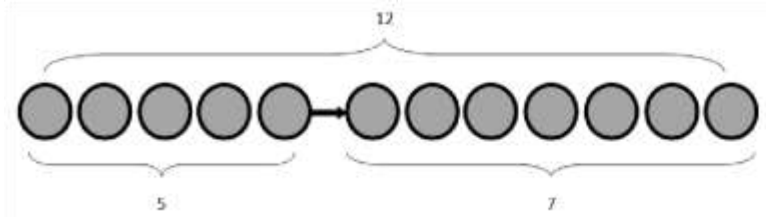
Dalam definisi di atas terdapat konsep pengurangan, c disebut adendum yang hilang. Pendekatan *Missing Addend* merupakan penguraian yang sangat berguna untuk mempelajari fakta - fakta dari pengurangan karena itu menunjukkan bagaimana menghubungkannya dengan fakta tambahan melalui penggolongan empat fakta.

Definisi di atas menyebutkan bahwa pengurangan ini tidak menjamin adanya jawaban untuk setiap masalah pengurangan dalam jumlah keseluruhan. Misalnya, tidak ada bilangan bulat c sedemikian rupa sehingga 3 = 4 + c, jadi masalahnya 3 - 4 tidak memiliki jawaban bilangan cacah seluruhnya. Menggunakan cara lain dapat mengekspresikan ide ini dengan mengatakan bahwa himpunan bilangan cacah tidak ditutup pengurangan.

Contoh 2.10

Konsep *Missing Addend*

Toni mempunyai 7 bola dan Ani perlu surat 12 huruf. Berapa banyak bola yang dibutuhkan? Dalam hal ini kita bisa menghitung dari 7 menjadi 12 untuk menentukan addend yang hilang menunjukkan bahwa 5 bola harus ditambahkan ke 7 bola untuk membentuk koleksi 12 bola.



Konsep *Missing Addend* 12 – 7 = 5

4. Pengurangan Bilangan Cacah Menggunakan Konsep Estimasi

Estimasi mepunyai peranan yang sangat penting untuk mengembangkan "arti nomor" dan memprediksi kewajaran jawaban. Dengan meningkatnya penggunaan kalkulator, estimasi membantu siswa untuk menentukan apakah kunci yang benar telah ditekan.

Ada beberapa kesulitan dalam mengajari estimasi. Pertama, teknik estimasi terbaik sering digunakan bergantung pada jumlah yang terlibat dan konteks masalahnya. Kedua, disana tidak ada jawaban yang benar. Perkiraan adalah angka "kasar", dan untuk masalah tertentu akan ada beberapa perkiraan yang berbeda. Ada banyak teknik untuk memperkirakan. Tiga pembulatan yang umum, gunakan nomor yang kompatibel untuk estimasi, dan estimasi paling depan dijelaskan di bawah ini. Setelah mendapatkan perkiraan, terkadang kita perlu tahu apakah itu kurang dari atau lebih besar dari pada jawaban yang sebenarnya Hal ini seringkali bisa ditentukan dari metode estimasi yang digunakan.

Pembulatan Jika perkiraan jumlah atau perbedaan adalah semua yang dibutuhkan, kita bisa membulatkan nomor sebelum menghitung. Jenis masalah akan sering menentukan nilai tempat apa jumlahnya akan dibulatkan Perkiraan berikut diperoleh dengan pembulatan ke terdekat ratusan atau ribuan. Simbol "≈" berarti kira-kira sama dengan.

Contoh 2.11 Konsep Estimasi

Dapatkan memperkirakan dengan membulatkan setiap bilangan ke nilai tempat dari digit terdepan.

1) 624 - 289 - 132
2) 4723 + 419 + 1040
3) 812 – 245

Penyelesaian :

1) ≈ 600 + 300 + 100 = 200
2) ≈ 5000 - 400 + 1000 = 6400
3) ≈ 800 - 200 = 600

C. PERKALIAN BILANGAN CACAH

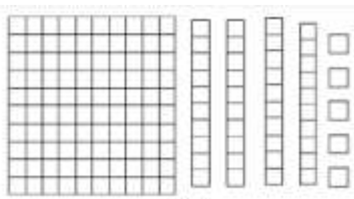
1. Perkalian Bilangan Cacah Menggunakan Model Algoritma

Model pembelajaran perkalian dapat menghasilkan pemahaman tentang perkalian dan menyarakan atau memotivasi ketentuan dan aturan untuk perhitungan. Ada banyak model yang cocok untuk menggambarkan perkalian.

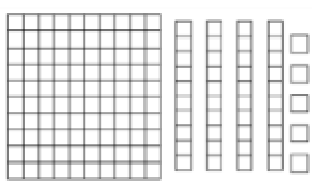
Contoh 2.12

Mengilustrasikan 3 × 145, menggunakan kotak sepuluh buah. Pertama 145 diwakili seperti pada (a). Kemudian dasar sepuluh buah untuk 145 yang tiga kali lipat. Hasilnya adalah 3 flat, 12 baris dan 15 unit, seperti yang dicontohkan pada gambar (b). dan akhirnya, potongan dikelompokkan : 10 unit menjadi 1 baris, meninggalkan 5 unit; dan 10 baris digantikan dengan 1 flat, meninggalkan 3 baris. hasilnya adalah 4 flat, 3 baris dan 5 unit, seperti yang dicontohkan pada (c).

Kotak sepuluh buah dapat digunakan untuk menggambarkan algoritma pensil dan kertas untuk perhitungan. Seperti contoh 3 × 145 ditunjukkan pada gambar (a)

a. 

(145)



menunjukkan 5 unit yang tersisa dibagian (c), dicatat dalam kolom unit, dan 10 unit yang telah bergabung kembali dicatat dengan menulis 1 dikolom puluhan, kemudian 3 ditulis di kolom puluhan untuk 3 baris yang tersisa, dan 1 dicatat dalam kolom ratusan untuk 10 baris yang telah tergabung kembali.

Ratusan	Puluhan	Satuan
1	1	
1	4	5
	3	3
4	3	5

2. Sifat Tertutup Perkalian Bilangan Cacah

Sifat tertutup yakni bahwa pada perkalian pada bilangan cacah, akan selalu menghasilkan bilangan cacah juga. Hal ini dapat dituliskan bahwa

> Sifat tertutup perkalian
> "Untuk setiap bilangan cacah a dan b,
> selalu berlaku a × b = c dengan c juga bilangan cacah".

Agar anda lebih memahami tentang sifat tertutup perkalian pada bilangan cacah, maka lihatlah contoh soal di bawah ini.

Contoh 2.13

1) $3 \times 2 = 6$
   di mana kita ketahui bahwa 3 dan 2 merupakan bilangan cacah dan 6 juga merupakan bilangan cacah.
2) $3 \times (-2) = -6$ di mana kita ketahui bahwa 3 dan –2 merupakan bilangan cacah dan –6 juga merupakan bilangan cacah.
3) $(-3) \times 8 = -24$ di mana kita ketahui bahwa –3 dan 2 merupakan bilangan cacah dan –6 juga merupakan bilangan cacah.
4) $(-3) \times (-8) = 24$
   di mana kita ketahui bahwa –3 dan 2 merupakan bilangan cacah dan 6 juga merupakan bilangan cacah.

5) $0 \times 1 = 0$ (bilangan cacah)

Mengapa $0 \times 1 = 0$? maka dijelaskan sebagai berikut ! Bilangan nol (0) adalah suatu unsur identitas pada perkalian. Yang memiliki arti, untuk semua bilangan bulat apabila dikalikan nol (0), hasilnya adalah bilangan nol (0).

3. Sifat Identitas Perkalian Bilangan Cacah

Angka 1 disebut identitas untuk multiplication karena ketika dikalikan dengan nomor lain, maka angka tersebut tidak berubah, tidak meninggalkan identitas angka tersebut, sebagai

Contoh 2.14

$1 \times 5 = 5$	$5 \times 1 = 5$
$1 \times 14 = 14$	$14 \times 1 = 14$
$1 \times 35 = 35$	$35 \times 1 = 35$

Angka 1 (satu) adalah unik karena merupakan satu – satunya angka yang merupakan identitas untuk perkalian. Sifat identitas untuk Perkalian

Untuk seluruh angka b dan 1 adalah sifat identitas untuk perkalian $1 \times b = b \times 1 = b$

4. Sifat Asosiatif Penjumlahan Bilangan Cacah

Sifat asosiatif dalam satu soal terdiri dari tiga angka, depan dan dua angka di dalam kurung. Jumlah dapat dihasilkan dengan menggunakan perkalian dengan salah satu dari dua angka yang di dalam kurung. Sifat ini disebut juga Sifat asosiatif untuk perkalian.

Contoh 2.15

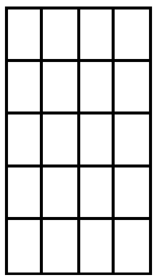
$$6 \times (5 \times 4) = (6 \times 5) \times 4$$

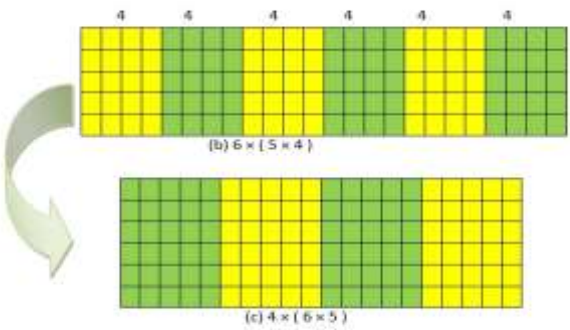
Sifat asosiatif untuk perkalian Sifat asosiatif a × (b × c) = (a × b) × c

Contoh 2.16

Gambar dibawah ini menggambarkan sifat asosiatif untuk perkalian. Bagian (a) merupakan 5 × 4 dan (b) menunjukkan 6 dari 5 × 4 persegi panjang. Jumlah kotak kecil di (b) adalah 6 × (5 × 4). Bagian (c) diperoleh dengan membagi persegi panjang (b) menjadi 4 dari 6 × 5 persegi panjang. Jumlah kotak kecil (c) adalah 4 × (6 × 5) yang pada sifat komutatif untuk perkalian, sama (5 × 6) × 4. Karena jumlah kotak kecil di (b) dan (c) adalah sama, (5 × 6) × 4 = (5 × 4) × 6.

(a) 5 × 4





5. Sifat Komutatif Perkalian Bilangan Cacah

Sifat komutatif dapat dikatakan sebagai sifat pertukaran (pulang pergi). Sifat ini merupakan sifat dari perkalian. Agar lebih memahami sifat komutatif, perhatikan contoh dibawah ini. 25 x 5 = 5 x 25

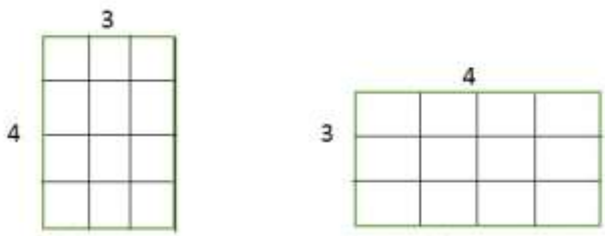
Sifat komutatif pada perkalian

Pada contoh diatas menunjukkan bahwa terjadi pertukaran pada perkalian diatas hal inilah yang disebut sebagai sifat komutatif (pertukaran).

> Sifat komutatif untuk perkalian.
> Untuk setiap bilangan bulat a dan b, maka diperoleh
> a x b = b x a

Sebagai contoh sifat perkalian komutatif dapat ilustrasikan pada gambar di bawah ini.

Contoh 2.17



(a) 4 x 7 (b) 3 x 4

Pada gambar menunjukan sifat perkalian komutatif dari 4 x 3 = 3 x 4.

6. Sifat Distributuf Perkalian Terhadap Penjumlahan Bilangan Cacah

Sifat distributif dapat dikatakan dengan sifat penyebaran. Sifat ini juga merupakan sifat dari perkalian. Agar lebih memahami sifat distributif perhatikan contoh dibawah ini.

Contoh 2.18

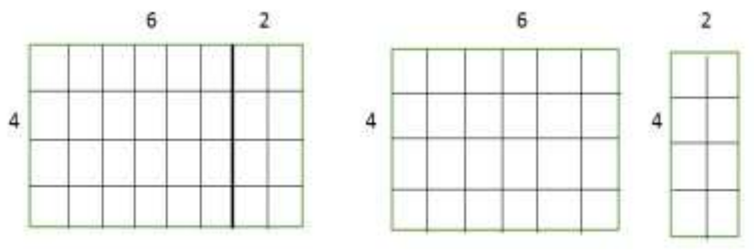
$$15 \times 8 = \underbrace{\underbrace{15 \times (6 + 2)} = \underbrace{(15 \times 6) + (15 \times 2)}}_{\text{Sifat distributif}}$$

Pada contoh diatas terjadi perkalian penyebaran hal ini yang disebut sebagai sifat distributif (penyebaran).

Maka dapat diketahui untuk sifat distributif
$a \times b = a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$

Sebagai contoh sifat distributif dapat diilustrasikan pada gambar dibawah ini.

Contoh 2.19



(a) (b)

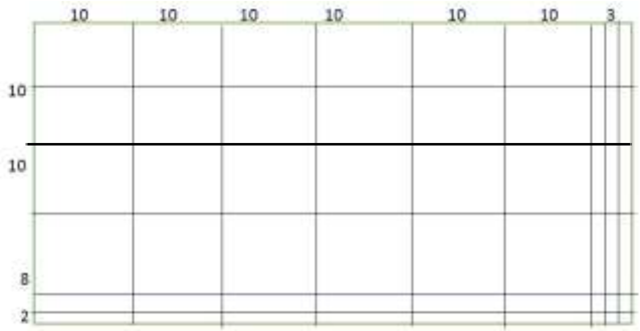
Pada gambar diatas terdapat persegi panjang pada gambar (a) dengan ukuran 4 x 8. Sedangkan pada gambar (b) persegi panjang (a) dipecah menjadi 2 yaitu 4 x 6 dan 4 x2. Sehingga dapat diperoleh pada gambar (a) 4 x 8 = 4 x (6 + 2) hal ini yang disebut dengan sifat penyebaran atau yang sering disebut sifat distributif. Maka dapat diperoleh dari 4 x 8 = 4 x (6 +2) = (4 x 6) + (4 x 2) dari gambar yang ada diatas.

3. Konsep Estimasi Pembagian Bilangan Cacah

Estimasi perkalian dapat dikatakan sebagai teknik pembulatan dalam perkalian.

Contoh 2.20

Jika kita menghitung 28 x 68 dengan pembulatan 28-30 dan 63-60. Maka dalam kasus seperti ini terdapat 30 x 60 = 1800. Untuk lebih memahami estimasi perkalian perhatikan gambar dibawah ini.



Pada gambar di atas wilayah lebar menunjukkan terjadinya peningkatan dari 28 hingga 30 sedangkan pada wilayah panjang menjukkan terjadi penurunan dari 63 menjadi 60. Maka dapat dikatakan untuk wilayah lebar yang berisi 2 baris bisa kita hapus sehingga menjadi 28 sedangkan untuk wilayah merah tetap dengan jumlah 63. Dari sini dapat disimpulkan bahwa hasil perkalian 28 x 63 = 1784.

Dalam pemecahan masalah terdapat 4 langkah yaitu memahami masalah, merancang rencana, melaksanakan rencana, melihat kembali hasil.

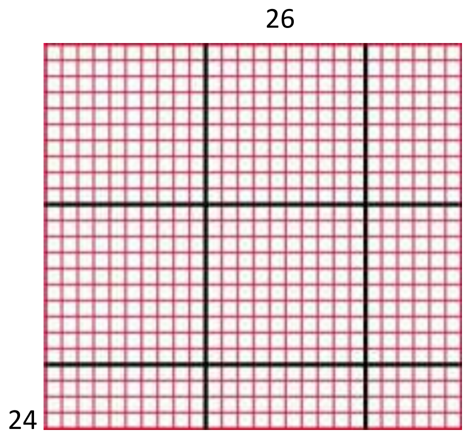
Contoh 2.21

Terdapat sebuah soal perkalian 24 x 26 bagaimana cara memecahkan masalah dari perkalian tersebut?

Langkah 1 memahami masalah bahwa dalam dua angka tersebut memiliki pasangan masing-masing satu digit.

Langkah 2 merancang masalah mencari jawaban dengan menggunakan berbagai cara. Salah satunya dengan cara metode komputasi.

Langkah 3 melaksanakan rencana dengan metode komputasi sesuai dengan rancangan masalah diatas seperti gambar dibawah ini.



Langkah 4 melihat kembali maka hasil dari perkalian 24 x 26 = 624 sesuai dengan jumlah kotak yang ada pada gambar diatas.

D. PEMBAGIAN BILANGAN CACAH

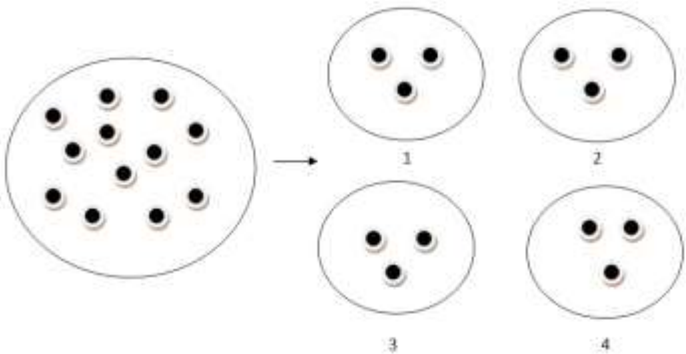
Dalam ilmu matematika, algoritma memiliki arti prosedur dari beberapa langkah demi langkah untuk perhitungan. Algoritma dapat digunakan untuk perhitungan, penalaran otomatis dan pemrosesan data. Jadi dalam pembagian bilangan bulat matematika menggunakan model algoritma kita akan belajar memahami beberapa konsep pembagian yang disertai langkah- langkah. Berikut penjelasan pembagian bilangan bulat dengan menggunakan model algoritma:

1. **Pembagian Bilangan Bulat Melalui Konsep Pengurangan Berulang**

Dalam pembagian bilangan bulat menggunakan model algoritma kepingan melalui konsep pengurangan berulang sama halnya dengan kepingan yang kita keluarkan secara berulang hingga habis. **Contoh 2.22**

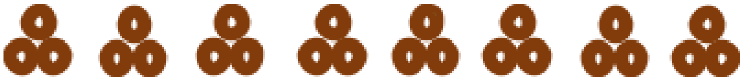
12 3 =

Karena÷ di bagi 3, maka kita akan mengeluarkan 3 kepingan secara berulang- ulang hingga kepingan tersebut habis.



Konsep pembagian yang selanjutnya yaitu dengan menggunkan konsep pengukuran atau pengurangan berulang sehingga menghasilkan sisa nol. Merujuk pada contoh diatas yang telah disebutkan tadi, misalkan 24 donat yang ingin anda bagikan kepada 3 orang. Berapa banyak donat yang akan diterima?

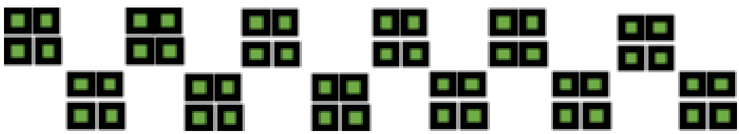
Jawabannya dapat ditentukan dengan mengurangkannya sebanyak 3. Donat sebanyak 24 menunjukkan hasil dari proses pengukuran yang digambarkan seperti ini 24 ÷ 3 = 8. Pembagi 3 adalah jumlah donat pada masing-masing kelompok, dan hasil bagi 8 adalah kelompok bilangan. Masalah pengukuran ini menggunakan (subtraktif) bagi pembagian.



Cara yang lain pembagian seperti diatasdapat ditentukan dengan menggunakan model algoritma. Perhatikan contoh berikut ini.

Contoh 2.23

Hitunglah 48 ÷ 4 dengan membuat sketsa 4 bagian. Jawabannya dapat ditentukan menggunakan konsep (*substractive*) pengukuran pembagian untuk membentuk 4 bagian. Dalam permasalahan ini ada 12 kelompok dengan 4 bagian masing-masing seperti yang ditunjukkan pada gambar dibawah



ini.

48 + 4 menggunakan konsep pengukuran pembagian. Jumlah kelompok yaitu 12, hasil bagi dari 48 ÷ 4

Jadi dapat disimpulkan, pembagian menggunakan konsep pengukuran atau pengurangan berulang memiliki ciri yaitu: (1) ukuran himpunan awal diketahui; (2) ukuran masing-masing himpunan bagian diketahui; (3) penyelesainnya dengan menentukan banyak himpunan bagian.

2. Pembagian Bilangan Bulat Melalui Konsep Partisi

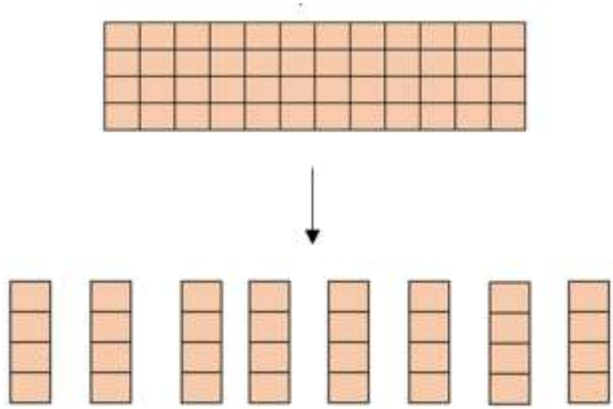
Dalam pembagian bilangan bulat menggunakan model algoritma melalui konsep partisipasi kita dapat menggunakan konsep pengelompokan kotak seperti dibawah ini.

Contoh 2.24

48 4 = 8

Kita dapat÷ mengurangi kotak – kotak di bawah ini per 4 bagian.

Sehingga kalau di hitung ada 8 bagian kotak.



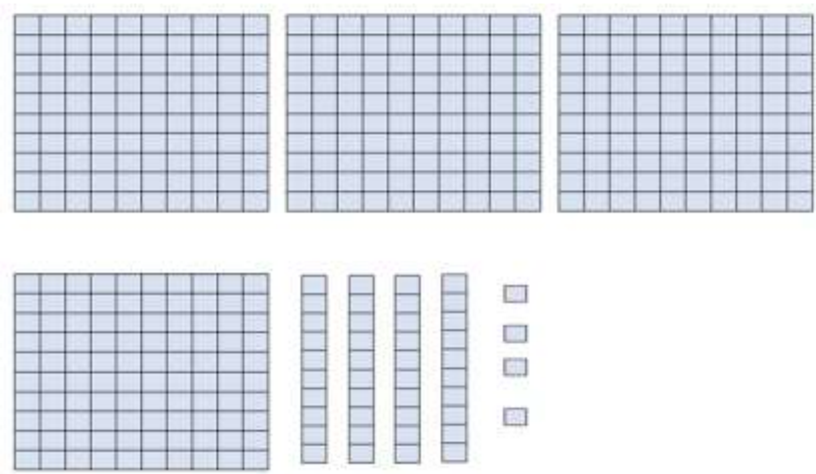
Dari gambar diatas, hasinya terdapat 8 dari setiap 4 kotak.

Contoh 2.25

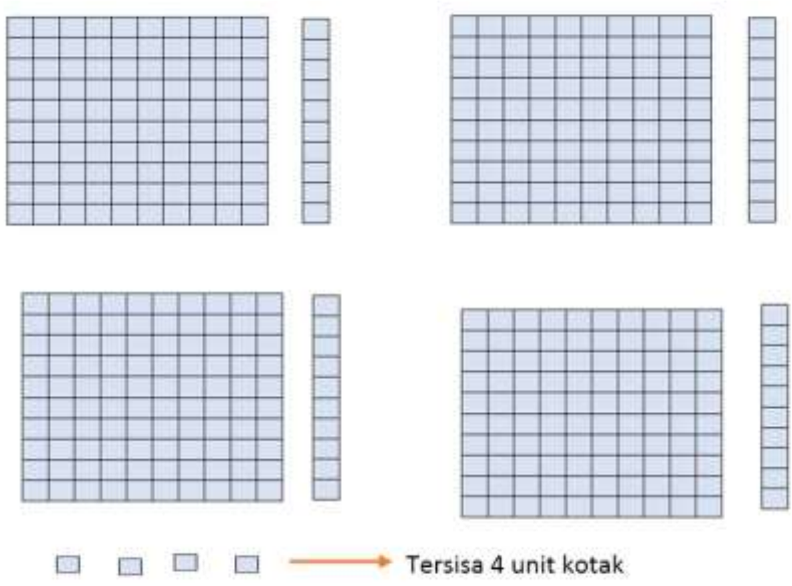
444 : 4 =

Untuk menyelesaikan soal tersebut, kita dapat mengikuti langkah- langkah sebagai berikut:

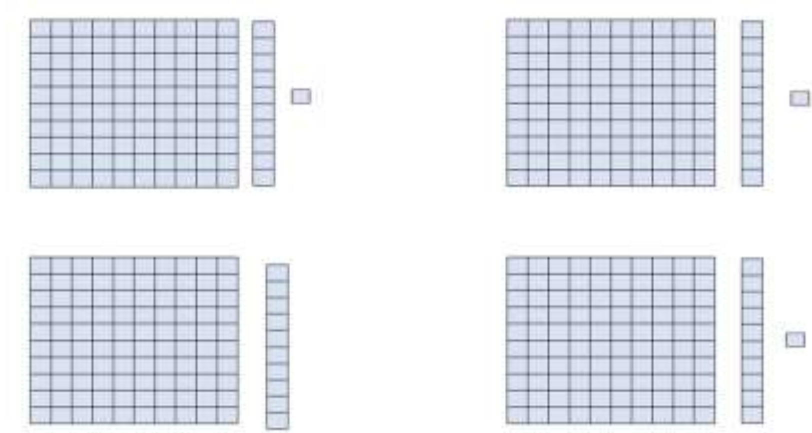
Pertama, buatlah 4 kotak (berisi 100 unit kotak), 4 kotak (berisi 10 unit kotak) dan ³ unit kotak



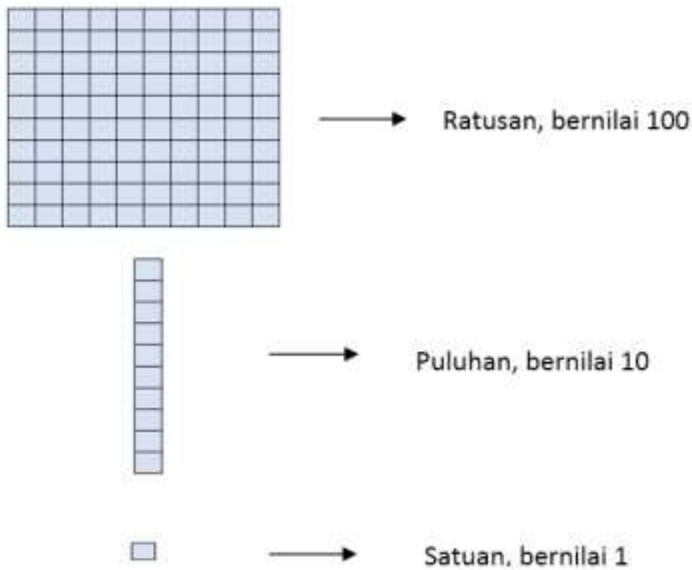
Kedua, bagi setiap unit yang berisi 10 unit kotak menjadi 4 bagian, akan tersisa 4 unit kotak satuan



Ketiga, 4 unit satuan yang tersisa tersebut bagikan lagi menjadi 4



di hasil dari 444÷4 = 111



Definisi pembagian dengan pendekatan menghilangkan faktor adalah jika *a* dan *b* adalah bilangan bulat dengan $b \neq 0$, maka $a \div c$ jika dan hanya jika $a = bc$ untuk beberapa bilangan bulat *c*. Operasi pembagian digunakan untuk membadingkan.

Pembagian pada bilangan cacah dapat ditentukan dengan menggunakan dua konsep yakni, yang pertama menggunakan konsep partisi (memisahkan) antara puluhan dan satuan. Hal ini sesuai dengan pendapat dari David Eugene Smith dalam sejarah matematika yang membicarakan tentang dua sifat pembagian yaitu dengan dua makna dari kedua pembagian, dikenal sebagai berbagi (partitive) dan pengukuran (*substractive*). Perhatikan contoh berikut ini:

Contoh 2.26

Misalkan anda memiliki 24 donat, kemudian anda ingin membagikannya sama rata kepada 3 orang. Berap banyak orang akan menerima donat dari anda?

Jawabnnya dapat dialkukan menggunakan konsep partisi donat ke 3 orang. Gambar dibawah ini menunjukkan 24 donat yang dibagi menjadi 3 kelompok dan menggambarkan 24 ÷ 3 = 8. Pembagi 3 menunjukkan jumlah kelompok dan 8 menunjukkan jumlah donat dalam setiapkelompok. Masalah ini menggambarkan *(partitive*) bagi pembagian.

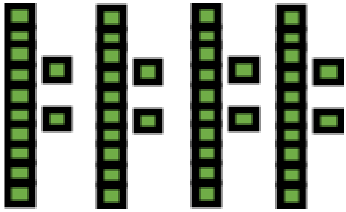
1 2 3

Selain itu pembagian menggunakan konsep partitive dapat ditentukan juga menggunakan model algoritma, perhatikan contoh berikut ini:

Contoh 2.27

Hitunglah 48 ÷ 4 dengan membuat sketsa 10 potong.

Jawabannya dapat menggunakan konsep (partitive) yang berbagi pembagian, menempatkan 1 panjang menjadi 4



kelompok panjang dan 2 bagian dalam setiap kelompok, seperti yang ditunjukkan dalam gambar dibawah ini.

Definisi pembagian dengan pendekatan menghilangkan faktor adalah, Jika *a* dan *b* adalah bilangan bulat dengan $b \neq 0$, maka $a \div c$ jika dan hanya jika $a = bc$ untuk beberapa bilangan bulat *c.* Operasi pembagian

48 + 4 = 12 menggunakan konsep pembagian. Ukuran masing-masing kelompok adalah 12 bagian, yaitu hasil bagi 48 ÷ 4

Jadi dapat disimpulkan, pengurangan menggunakan konsep partisi (memisahkan) memiliki ciri yaitu: (1) ukuran himpunan awal diketahui; (2) banyak himpunan bagian yang diketahui; (3) penyelesaiannya adalah ukuran masing-masing himpunan.

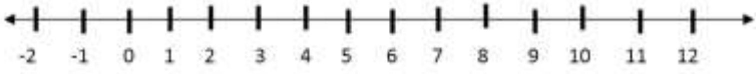
3. Pembagian bilangan bulat dengan model algoritma garis bilangan

Pembagian bilangan algoritma dengan garis bilangan dapat kita ilustrasikan sebagai berikut:

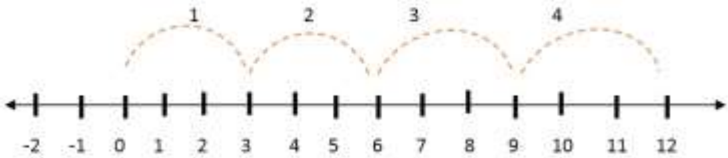
Contoh 2.28

Ada katak mula- mula berdiri di titik 0. Katak itu melompat ke kanan. Sekali melompat jauhnya 3 satuan. Katak tersebut berhenti di titik 12. Berapa kali katak itu melompat?

a. Buatlah garis bilangan, karena katak lompat ke kanan dan berhenti di titik 12. Maka buatlah bilangan positif sebanyak 12 atau lebih.



b. Kemudian gambarlah lompatan katak, setiap lompatan jauhnya 3 satuan



c. Jadi agar katak itu melompat sampai di titik 12 maka katak itu harus melompat sebanyak 4 lompatan. Artinya $12 \div 3 = 4$

4. Mengidentifikasi Konsep Estimasi Pembagian Bilangan Cacah.

Pembulatan sering digunakan untuk perbandingan dua bilangan dalam menentukan lebih besar atau lebih kecil suatu bilangan satu dari yang lain. Hal ini membutuhkan sebuah perkiraan. Pembulatan angka adalah salah satu metode untuk memperkirakan pembagian

Perhitungan perkiraan pembulatan angka salah satu atau kedua nomor.

$$572 \div 56 \text{ menjadi } 572 \div 56 < 560 \div 56 = 10; \text{ atau } 572 \div 56 < 600 \div 60 = 10.$$

Pembulatan untuk mendapatkan hasil bagi perkiraan dapat dikombinasikan menggunakan proses menemukan sama hasil bagi (membagi atau mengalikan pembagi yang sama dengan nomor).

Perkiraan pembulatan pertama dan menggunakan hasil bagi yang sama.

$$427 \div 72 \text{ menjadi } 427 \div 72 < 430 \div 70 = 43 \div 7 < 6.$$

Angka yang sesuai untuk perkiraan mengganti angka dengan angka-angka yang sesuai untuk teknik perhitungan memperkirakan hasil bagi.

Menentukan satu atau dua angka-angka yang sesuai untuk mengganti angka yang digunakan dan perhitungan perkiraan pembagian.

$$94 \div 9 \text{ menjadi } 94 \div 9 < 90 \div 9 = 10.$$

Teknik estimasi dapat digunakan untuk mendapatkan hasil bagi perkiraan dua angka dengan menggunakan angka yang kompatibel dan estimasi font-end yang digunakan

$$883 \div 444 < 800 \div 400 = 8 \div 4 = 2$$

Perkiraan juga dapat diperoleh untuk dua angka yang memiliki nilai tempat berbeda

$$8326 \div 476.\ 8326 \div 476 < 8000 \div 400 = 80 \div 4 = 20$$

E. EKSPONEN

Beberapa abad yang lalu, jumlah-jumlah besar yang digunakan saat ini, seperti: 1.000.000(satu juta) dan 1.000.000.000(satu milyar) sangat jarang digunakan atau diperlukan. Kata miliar diadopsi pada abad ke tujuh belas (17). Di Amerika penyebutan atau pengucapan kata 1 milyar (1.000.000.000) adalah seribu juta,sedangkan di Inggris pengucapan kata 1 milyar (1.000.000.000) adalah satu juta juta. Nama pada nomor diberikan sesuai dengan kekuatan dari 10 pertama,kedua, dan ketiga. Nama yang akrab yang sering kita dengar adalah sepuluh, seratus dan seribu. Setelah itu pemberian nama pada angka diberikan apabila kepada setiap kekuatan ketiga dari 10 (setelah angka 1000 dikalikan dengan seribu diberikan nama baru).

Contoh 2.29

1000 x 1000 = 1.000.000

Seribu x serubu = satu juta

1000 x 1000 = 1.000.000 x 1000 = 1.000.000.000

Seribu x seribu = satu juta x seribu = satu milyar

1000 x 1000 = 1.000.000 x 1000 =1 .000.000.000 x 1000 = 1000.000.000.000

Seribu x seribu = satu juta x seribu = satu milyar x seribu = satu trilyun

1. Konsep eksponen

Pada pembahasan ini. Kami akan memberi nama sesuai dengan pangkat dari 10. Seperti pangkat 1, pangkat dua, pangkat tiga dan seterusnya yang dikenal dengan sepuluh (101), seratus (102), dan seribu (103). Yaitu sebagai berikut :

101 = 10

102 = 100

103 = 1000

10 = 10000

10^5 = 100000

10 = 1000000

107 = 10000000

108 = 100000000

109 = 1000000000

1010 = 10000000000

1011 = 100000000000

1012 = 1000000000000

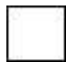
Operasi yang menaikkan atau membesarkan jumlah angka ini disebut **perpangkatan**.

Perpangkatan yaitu untuk sejumlah *b* dan seluruh nomor *n*. Dengan *b* dan *n* keduanya tidak samadengan nol.

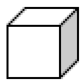
$\mathbf{b}^n$ = b x b x b x … x b

di mana ***b*** disebut bilangan pokok dan ***n*** disebut bilangan pangkat. Apabila **n** = 0 atau **n** = 1, maka $\mathbf{b}^0$= 1 dan $\mathbf{b}^1$= b

Bentuk perpangkatan dinyatakan dengan $\mathbf{b^n}$**.** Secara umum, jumlah $\mathbf{b^n}$ dengan *n* adalah jumlah pangkat dari *b*. Pangkat dua dan pangkat tiga biasa disebut *b* kuadrat (b^2) dan *b* potong dadu / *b* kubik (b^3)



22= 2 x 2 (terbentuk dalam persegi)



23= 2 x 2 x 2 (terbentuk dalam kubus)

Bilangan persegi dapat dinyatakan dengan perpangkatan. Yaitu sebagai berikut :

12 = 1

22 =

32 = 9

Dan seterusnya.

Dan nomor kubik bisa juga dinyatakan dengan perpangkatan.

13 = 1 23 = 8 33 = 27 dan seterusnya.

Hukum perpangkatan dalam hal perkalian dan pembagian dapat dilakukan dengan mudah , di mana besar bilangan pokok sama. Untuk menjumlah kita hanya menambahkan pangkatnya. Dan untuk mengurangkan kita hanya mengurangkan pangkatnya. **Contoh 2.30**

a. $8^3 \times 8^2 = 8^{(3+2)} = 8^5 = 32.768$

b. $3^8 : 3^5 = 3^{(8-5)} = 3^3 = 27$

Hukum Pangkat Untuk sejumlah *a* dan semua bilangan *m* dan *n*, kecuali untuk permasalahan di mana bilangan pokok dan bilangan pangkat keduanya nol,

$$a^n \times a^m = a^{(n+m)}$$

$a^n : a^m = a^{(n-m)}$, **untuk a 0**

Keuntungan utama dari perpangkatan adalah memudahkan kita dapat menghitung angka dalam jumlah yang sangat besar. seperti yang kita pelajari di atas, perhitungan dan pembagian menjadi sangat mudah apabila menggunakan perpangkatan.

Contoh 2.31 galaksi kita ada 10^{11} (100 milyar) bintang, dan di alam semesta terlihat 10^9 (1 milyar) galaksi. Jika sietiap galaksi memiliki bintang sebanyak apa yang kita lihat, akan ada $10^9 \times 10^{11}$ bintang. Jawablah masalah tersebut dalam bentuk perpangkatan.

Jawab :

109 x 1011 = 10 20 = 100000000000000000000

2. Operasi order (biner) eksponen

Untuk aturan operasi hitung pada bilangan eksponen atau bilangan pangkat yaitu mencakup perkalian dan pembagian. Urtutan mengerjakan yaitu, bilangan yang berpangkat dijawab terlebih dahulu. Kemudian pengerjaan operasi bilangan pangkat didahului dari sisi kirim ke kanan. Kecuali untuk bilangan yang berada di dalam kurung, harus dikerjakan terlebih dahulu.

Contoh 2.32

3 x 7 + 18 : 32 =3

x 7 + 18 : 9

= 21 + 2

= 23

5 x (28 :7) + 72

= 5 x 4 + 49

= 20 + 49

= 69

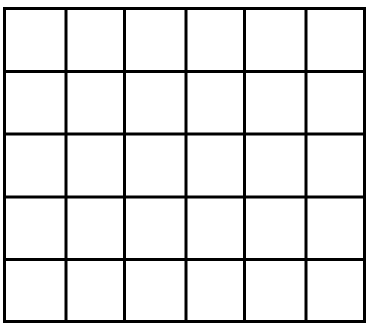
Contoh 2.33 Masalah Eksponen Bilangan Cacah

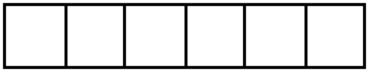
Ada sebuah legenda yang catur diciptakan untuk raja shirham india oleh grand visier sissa ben dahir. Sebagai hadia, sissa meminta untuk diberikan 1 biji gandum untuk alun – alun pertama dari papan catur, 2 butir untuk alun – alun kedua, 4 butir untuk persegi ketiga, maka 8 butir, 16 biji – bijian, dll, sampai setiap persegi papan telah menyumbang. Raja terkejut

Di seperti permintaan sedikit sampai sissa memberitahukan bahwa ini adalah lebih banyak gandum daripada ada di seluruh kerajaan. Apa yang akan menjadi jumlah dari semua butir gandum untuk 64 kotak dari papan catur?

Pemahaman masalah :

Kita menganalisa soal ini menggunakan papan catur yang berisi kotak – kotak kecil.





Angka 1,2,4,8,16,32,...... akan membentuk barisan geometri yang rasio umum adalah 2. Atau angka – angka ini disebut angka sebagai pangkat dari. 20 21 22 23 24 25…

Bagaimana jumlah butir untuk persegi ke- ditulis sebagai pangkat 2? Jawab : $2^0 = 1$

21 = 2

22 = 4

23 = 8

24 = 16

25 = 32

26 = 64

Maka setiap pangkat memiliki menilai jumlah masing – masing

BAB III

TEORI BILANGAN

A. FAKTOR

1. Pengertian teori bilangan

Teori bilangan adalah suatu bilangan bulat bukan nol tetapi saling memiliki keterkaitan. Secara histori, bilangan tertentu memiliki daya Tarik tersendiri. Karena teori bilangan menyediakan sumber yang kaya akan masalah yang menarik. Masalah dalam teori bilangan mudah dipahami, tetapi sulit dipecahkan. Seperti teori bilangan tentang pernyataan atau dugaan yang tidak pernah terbukti benar atau salah.

2. Faktor bilangan menggunakan model algoritma

a. Metode Persimpangan

Langkah 1

Temukan semua faktor 24 dan 36. Karena 24= $2^3 \cdot 3$, ada $4 \cdot 2 = 8$ faktor 24, dan karena 36= $2^2 \cdot 3^2$, ada 3 x 3 = 9 faktor dari 36. Kumpulan faktor 24 adalah {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24}, dan himpunan faktor 36 adalah {1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36}.

Langkah 2

Temukan semua faktor umum 24 dan 36 dengan mengambil persimpangan dua rangkaian pada langkah 1. {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24} n {1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36} = {1, 2, 3, 4, 6, 12}

Langkah 3

Temukan angka terbesar dalam rangkaian faktor umum pada langkah 2. Jumlah terbesar pada {1, 2, 3, 4, 6, 12} adalah 12. Oleh karena itu, 12 adalah GCF 24 dan 36.

Sementara metode persimpangan set dapat menjadi tidak praktis dan terkadang kurang efisien daripada metode lainnya, secara konseptual merupakan cara alami untuk memikirkan faktor komersil terbesar. Bagian "umum" dari faktor umum terbesar adalah bagian "persimpangan" dari metode persimpangan yang ditetapkan. Begitu siswa memiliki pemahaman yang baik tentang faktor terbesar yang paling umum adalah dengan menggunakan metode

intersection set, metode faktorisasi utama, yang seringkali lebih efisien, dapat diperkenalkan

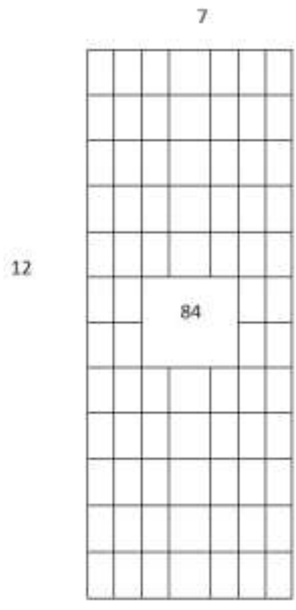
Model linier dan model persegi panjang Batang seperti yang ditunjukkan pada Gambar 4.1 adalah satu jenis model linier. Untuk menentukan apakah satu bilangan adalah faktor yang lain, atau membelah yang lain, kita menandai batang yang mewakili bilangan kedua, dengan menggunakan batang yang mewakili faktor yang diajukan.

Pada Gambar 4.1, batang untuk 4 unit dapat ditandai dari 8 kali pada batang yang mewakili 32 unit. Ini menunjukkan bahwa 8 x 4 = 32. Jadi 8 dan 4 adalah faktor 32, dan 32 adalah kelipatan 8 dan 4.

8 dan 4 faktor dari 32 32 adalah kelipatan dari 8 dan 4

Gambar 4.2

Gambar 4.2 mengilustrasikan model persegi panjang. Dalam model ini, satu nomor diwakili dengan susunan kuadrat persegi panjang atau ubin, dan dua dimensi persegi panjang adalah faktor dari bilangan tersebut. Salah satu cara untuk menentukan apakah bilangan bulat k adalah faktor keseluruhan nomor b adalah mencoba membangun susunan persegi panjang dari b ubin sehingga satu dimensi dari array adalah k.



12 dan 7 faktor dari 84, Jadi 84 adalah kelipatan dari 12 dan 7

Pada Gambar 4.2, susunan empat persegi panjang dari 84 ubin memiliki 12 baris ubin. Artinya, posisi 84 dibagi rata menjadi 12 baris, jadi 12 adalah faktor 84. Karena 84 ubin juga dibagi rata menjadi 7 kolom ubin, 7 juga merupakan faktor dari 84. Jadi, dua dimensi persegi panjang , 7 dan 12, adalah faktor 84, dan 84 adalah kelipatan 12 dan 7.

Contoh 3.1

Untuk lebih mengenal hubungan membagi, mengklasifikasikan pernyataan berikut sebagai benar atau salah.

1) 15/60
2) 8/30
3) 3/19
4) 18/18
5) 2/0

Solusi 1. Benar 2. Salah 3. Benar 4. Benar 5. Benar

Perhatikan bahwa membagi menandakan sebuah hubungan antara dua bilangan; Ini menunjukkan bahwa satu nomor dapat dibagi oleh yang lain. Ini tidak menunjukkan operasi pembagian, yaitu membagi satu nomor dengan yang lain. Sebagai contoh, 3/15 memberitahu kita bahwa 3 membagi 15 dan jangan dikelirukan dengan 15 fraksi 153 yang

berarti 3 dibagi 15 dan sama dengan fraksi .

B. KELIPATAN

1. Pengertian Kelipatan

Kelipatan merupakan perkalian suatu bilangan (bilangan asli) dengan bilangan lain. Bilangan asli itu sendiri meliputi 1, 2, 3, 4, 5, 6, ... dan seterusnya. Sedangkan bilangan 0 (Nol) merupakan bilangan yang tidak bisa di tambah dan dikurangi ataupun dikali dan dibagi. Bilangan 0 jika di kali dengan bilangan itu tidak menghasilkan kelipatan.

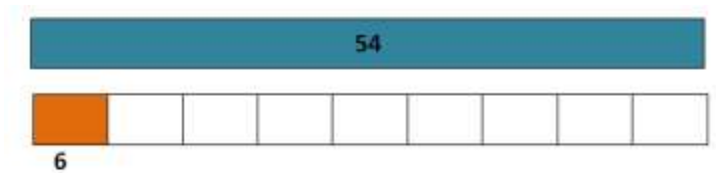
Seperti halnya kalian mengambil sebuah kertas kemudian kalian lipat kertas tersebut tidak memiliki hasil bilangan 0 (Nol) ataupun bilangan negatif. Apabila di hitung dari lipatan di selembar kertas itu berawal dari bilangan asli yaitu 1, 2, 3, 4, 5, ... dan seterusnya.

2. **Kelipatan Melalui Model Algoritma**

Kelipatan suatu bilangan merupakan hasil kali dari bilangan tersebut dengan bilangan asli. Yang dimaksud dengan bilangan asli disini adalah 1, 2, 3, 4, 5, dan seterusnya.

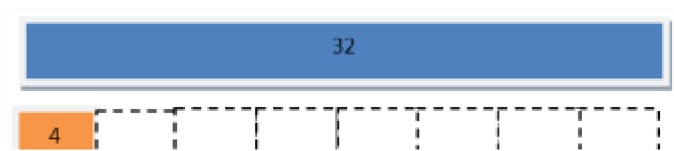
Contoh 3.2

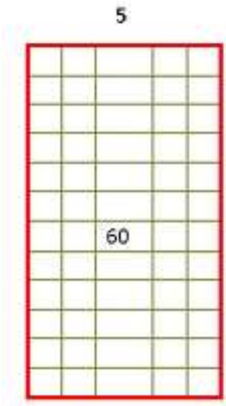
Pada Gambar dibawah ini, batang untuk 6 unit dapat ditandai dari 9 kali pada batang yang mewakili 54 unit. Ini menunjukkan bahwa 9 x 6 = 54. Jadi dapat dikatakan bahwa 54 adalah kelipatan 9 dan 6.



Contoh 3.3

Batang untuk 6 unit dapat ditandai dengan 9 kali batang yang mewakili 54 unit. Ini menunjukkan bahwa 9 x 6 = 54. Jadi 54 adalah kelipatan 9 dan 6.





Susunan empat persegi panjang dari 60 ubin memiliki 12 baris ubin. Artinya, posisi 60 dibagi rata menjadi 12 baris, jadi 12 adalah faktor 12. Karena 60 ubin juga dibagi rata menjadi 5 kolom ubin, 5 juga merupakan faktor dari 60. Jadi, 60 adalah kelipatan 12 dan 5.

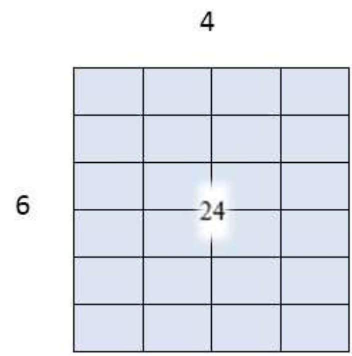
Berdasarkan penjelasan di atas Faktor dan kelipatan saling berkaitan, berikut definisinya

Pada gambar di atas terdapat 4 ubin dapat dari 8 kali

kelipatan yang hasilnya 32 ubin, Hal ini menunjukkan bahwa

8merupakan kelipatan baik 8 dan 4.$\times 4 = 32$

. Jadi 8 dan 4 merupakan faktor dari 32, dan 32



Pada gambar di atas terdapat 24 baris ubin yang memiliki 6 baris ubin. Artinya, 24 ubin di bagi rata menjadi 6 baris, jadi 6 merupakan faktor dari 24. Karena 24 ubin juga terbagi secara merata menjadi 4 kolom ubin, 4 juga termasuk faktor dari 24. Jadi 6 dan 4 merupakan faktor dari 24, dan 24 merupakan kelipatan dari 6 dan 4.

Masalah berikut dipecahkan dengan menggunakan kelipatan dan menampilkan strategi menebak dan memeriksa dan membuat daftar yang terorganisir.

Contoh 3.4 Masalah

Pabrik menggunakan mesin untuk mengurutkan kartu menjadi tumpukan. Pada satu kesempatan, operator mesin memperoleh hasil penasaran berikut ini. Ketika sekotak kartu disortir menjadi 7 kelompok yang sama, ada 6 kartu tersisa; Ketika kotak kartu disortir menjadi 5 kelompok yang sama, ada 4 tersisa; dan saat disortir menjadi 3 kelompok yang sama, ada 2 kiri. Jika mesin tidak bisa menyortir lebih dari 200 kartu sekaligus, berapa kartu yang ada di dalam kotak?

Memahami Masalah. Menyortir kartu ke dalam kelompok 7 adalah seperti membagi dengan 7. Karena ada 6 kartu tersisa, kita tahu 7 bukanlah faktor jumlah kartu asli.

Pertanyaan 1: Bagaimana kita bisa memastikan bahwa 5 dan 3 bukan faktor jumlah kartu di dalam kotak?

Merancang Rencana. Salah satu pendekatannya adalah menebak dan memeriksa beberapa nomor menjadi lebih akrab dengan masalah Bahkan saat Anda mulai menebak, Anda bisa membuang nomor tertentu. Misalnya, tidak mungkin ada 100 kartu, karena 5 membagi 100. Pendekatan lainnya adalah menemukan angka yang memuaskan salah satu kondisinya. Misalnya, karena membagi dengan 7 daun tersisa 6, kita dapat membuat daftar bilangan terorganisir yang memenuhi syarat ini:

13, 20, 27, 34, 41, 48, 55, 62, 69, 76, 83, 90, 97, 104, 111, 118,...

Kemudian kita dapat menemukan angka-angka dalam daftar ini yang meninggalkan sisa 4 bila dibagi dengan 5 dan sisanya 2 bila dibagi dengan 3. Pertanyaan 2: Berapakah jumlah terkecil dalam daftar ini yang meninggalkan sisa 4 jika dibagi dengan 5?

Melaksanakan Rencana. Angka 34, 69, dan 104 meninggalkan sisa 4 saat dibagi dengan 5. Pertanyaan 3: Manakah dari jumlah ini yang tersisa 2 jika dibagi 3? Jawaban atas pertanyaan ini adalah solusi untuk masalah awal.

Melihat Kembali. Pendekatan lain adalah mengubah masalah semula dengan memperhatikan bahwa jika Ada 1 kartu lagi di dalam kotak, maka 7, 5, dan 3 akan menjadi faktor jumlah kartu. Begitu nomor ini ditemukan, nomor 1 dapat dikurangkan untuk mendapatkan jumlah kartu aslinya.

Pertanyaan 4: Berapakah bilangan bulat nol terbesar yang dapat dibagi oleh 7, 5, dan 3?

Jawaban untuk Pertanyaan 1-4 1. Bila jumlah kartu dibagi dengan 5, ada a sisa 4; dan bila dibagi dengan 3, ada sisa 2.

Jika angka-angka ini faktor, tidak akan ada sisa. 2. 34 3. 104 4. 105...

C. FAKTOR PERSEKUTUAN TERBESAR

1. Pengertian FPB

FPB yaitu angka bilangan yang dapat dibagi sehingga memiliki angka pembagi yang paling besar.Untuk mengetahui hasil persekutuan terbesar dari dua bilangan a dan b. Maka dari itu, tentukan terlebih dahulu angka yang mau dihitung dari a dan b, kemudian identifikasi dan kumpulkan faktor yang sama, selanjutnya pilih yang terbesar. Angka yang paling besardari a dan b ditulis dengan notasi (a,b). dan juga persekutuan terbesar adalah bukan bilangan 0.

2. FPB menggunakan model garis bilangan

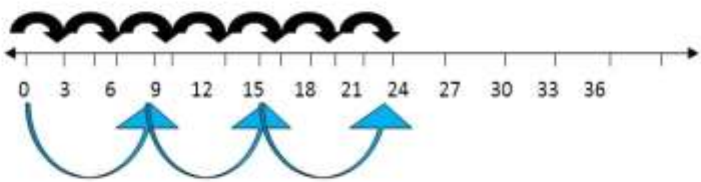
Garis bilangan digunakan untuk membantu dalam menyelesaikan masalah yang melibatkan faktor persekutuan terbesar. Namun, dalam menggunakan model garis bilangan ini dengan mencantumkan semua faktor dari kedua bilangan tersebut agar mengetahui akan selalu ada jumlah terbesar.

FPB atau Faktor Persekutuan Terbesar yaitu bilangan positif (+) yang membagi angka pada kedua bilangan sampai habis. Menentukan FPB selain mencantumkan semua faktor dari kedua angka tersebut adalah menggunakan model garis bilangan. Garis bilangan terkait dengan matematika dasar ialah suatu gambar garis lurus dimana setiap titiknya diasumsikan melambangkan suatu bilangan real dan suatu bilangan real merujuk pada satu tiik tertentu. Sebagai contoh soal dan jawaban faktor persekutuan terbesar (FPB) sederhana adalah sebagai berikut.

Contoh 3.5

Berapakah FPB 3 dan 7? Maka, penyelesaiaannya adalah mencari kelipatan dari bilangan tersebut.

Bilangan 3 memiliki kelipatan 3, 6, 9, 12, 15, 18, [redacted], 24. Sedangkan bilangan 7 memiliki kelipatan 7, 14, [redacted], 28, 35. Jika digambarkan dengan model garis bilangan yaitu:



Pada bilangan 3 dengan ditunjukkan dengan anak panah yang berwarna hitam, sedangkan kelipatan 7 ditunjukkan dengan anak panah yang berwarna biru pada titik bilangan garis kedua. Keduannya akan bertemu pada angka yang sama yakni agkan 21.

Berikut adalah contoh dari faktor persekutuan terbesar bilangan dengan menggunakan model garis bilangan sebagai berikut:

Contoh 3.6

Tentukan garis bilangan dari faktor 30 dan 20?

Cara pertama:

Angka 30 dibagi 10 hingga habis

Angka 20 dibagi 10 hingga habis

Cara kedua:

Angka 30 dibagi 5 hingga habis

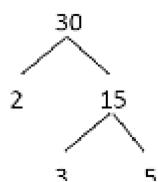
Angka 20 dibagi 5 hingga habis

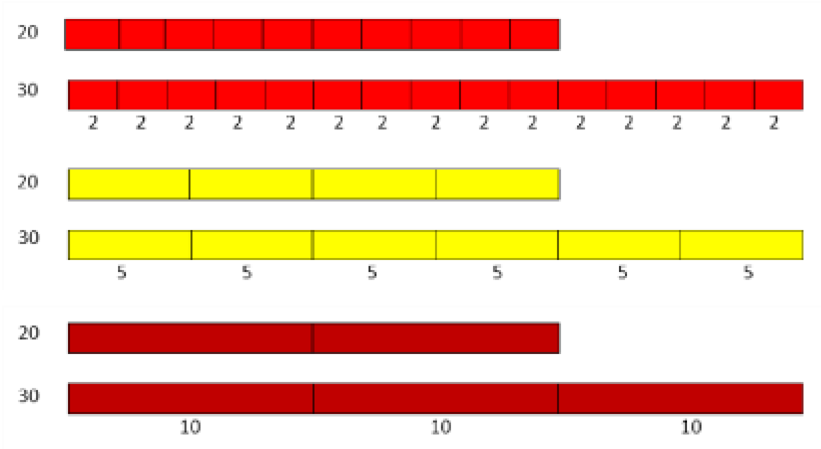
Cara ketiga:

Angka 30 dibagi 2 hingga habis

Angka 20 dibagi 2 hingga habis

Dari ketiga cara tersebut, apabila diilustrasikan menjadi sebuah gambaran garis bilangan akan memunculkan gambar seperti dibawah ini sebagai berikut:





3. Konsep Faktorisasi Prima

Faktorisasi prima adalah apabila bilangan prima yang bisa membentuk bilangan baru dengan cara menggunakan perkalian. Faktorisasi prima juga bisa disebut sebagai bilangan prima yang bisa membagi sautu bilangan dengan hasil bilangan bulat. Ada cara mencari faktorisasi prima dengan cara menggunakan pohon faktor. Dan faktorisasi prima mempunyai keunikan tersendiri. Keunikan faktorisasi prima adalah merupakan hasil perkalian dua bilangan prima atau lebih. Berikut adalah contoh dari faktorisasi prima sebagai berikut:

Contoh 3.7

Tentukan faktorisasi prima dari 30

Faktorisasi prima dari 30= 2 x 3 x 5

Dari contoh di atas dapat dijelaskan bahwa faktorisasi prima dari angka 30 adalah 2 x 3 x 5. Hal tersebut dibuktikan dengan cara menghitung bilangan 30 tersebut dengan cara menggunakan pohon faktor. Pohon faktor ini digunakan untuk menyelesaikan permasalahn secara cepat dan cermat.

4. Faktorisasi Prima Melalui Teorema Aritmatika

Dasar dari teorama aritmatika ini adalah setiap bilangan bulat yang digabungkan bisa dinyatakan sebagai produk bilangan prima dengan cara tepat satu arah kecuali untuk urutan faktor dalam produksi. Untuk itu, setiap bilangan bulat harus memiliki dua jenis angka yang berbeda untuk digabungkan antara yang satu dengan yang lainnya. Setelah hal itu dilakukan maka bilangan tersebut dapat disebut sebagai produk bilangan prima. Mengapa disebut seperti itu? Karena kedua bilangan tersebut merupakan produksi dari bilangan bulat yang telah digabungkan menjadi satu untuk menjadi bilangan prima.

Teorema ini memungkinkan seseorang untuk menemukan faktorisasi prima dengan menemukan dua faktor dan kemudian melanjutkan, jika perlu, untuk mengetahui faktor angka tersebut. Begitu hanya memiliki faktor utama saja, Teorema dasar aritmatika meyakinka bahwa inilah satu-satunya faktorisasi utama.

Karena teorema dasar aritmatika ini jika ada yang menemukan faktor prima dari satu angka, bisa diyanini bahwa keduanya telah menemukan faktor yang sama. Teorema dasar aritmatika ini juga memungkinkan untuk menggunakan berbagai metode untuk menemukan faktorisasi prima suatu angka. Karena banyak sekali yang telah ditemukan dan inilah satu-satunya faktor utama.

Dalam penggunaan penyelesaian teorema aritmatika ini menggunakan berbagai cara yaitu dengan mengambil permasalahan dari angka terbedar, lalu mempertimbangkan angka mulai dari bilangan terkecil terlebih dahulu. Hal tersebut dilakukan secara terus menerus hingga angka tersebut habis. Dan pendekatan penggunaan teorama aritmatika ini dilakukan secara bertingkat atau bertahap, sehingga tidak bisa dilakukan secara langsung. Berikut adalah contoh faktorisasi prima dengan menggunakan teorema aritmatika sebagai berikut:

Contoh 3.8

Hitunglah permasalahan dari angka 400 kedalam teorema aritmatika!

Permasalahan dari angka 400, maka diselesaikan dengan mempertimbangkan bilangan terkecil terlebih dahulu yaitu 2 : 400 = 2 x 200, kemudian dibagi dengan 2 : 200 = 2 x 100. Dan selanjutnya 5 : 100 = 5 x 20. Selanjutnya, 4 : 20 = 4 x 5. Jadi, kita dapat melihat bahwa faktor prima dari 400 dari ilustrasi dibawah ini. Metode pembagian berturutan dengan meningkatkan bilangan prima ini dapat dilakukan oleh alogaritma berikut:

2	200
2	100
5	20
4	5

Penyelesaian disamping adalah contoh menyelesaikan faktor prima dengan bilangan yang terkecil secara bertingkat.

400 = 2 x 2 x 5 x 4 x 5

Jika kita menemukan bilangan yang sama maka kita harus meringkas bilangan tersebut menjadi bilangan berpangkat

400= 2 x 2 x 5 x 4 x 5, Sehingga

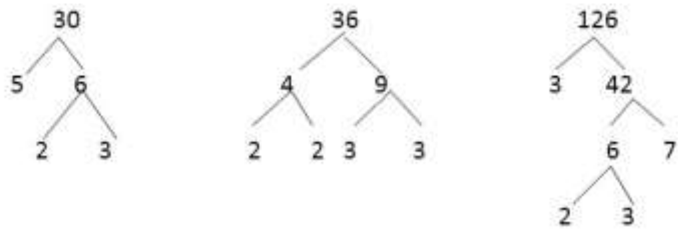
$400 = 2^2 \times 5 \times 4 \times 5 = 2^2 \times 5^2 \times 4$

5. Konsep Pohon Faktor

Pohon faktor ini digunakan untuk menyelesaikan permasalahan – permasalahan yang terjadi pada bilangan. Namun, dalam cara penggunaannya terdapat beberapa yang harus diperhatikan ketika menggunakan pohon faktor antara lain:

1) Bilangan dapat dicari dari faktor untuk dibagi dengan bilangan prima
2) Hasil yang dapat dibagi dengan bilangan yang lain hingga bilangan tersebut tidak dapat dibagi lagi ataupun sudah berada pada bilangan paling kecil.

Contoh 3.9



$30 = 2 \times 3 \times 5$

$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^2 \times 3^2$

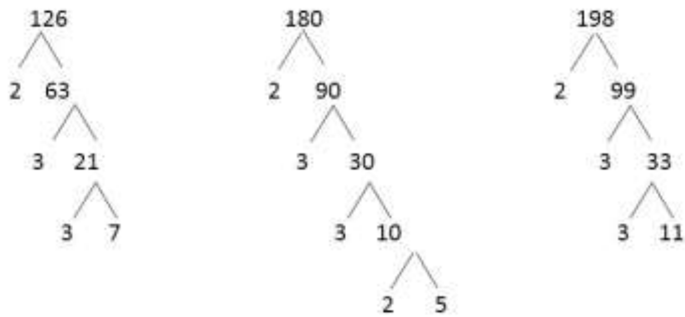
$126 = 3 \times 2 \times 3 \times 7 = 3^2 \times 2 \times 7$

Jika dalam faktorisasi prima ditemukan sebuah faktor prima lebih dari satu, sering kali faktor prima tersebut menggunakan eksponen. Maka cara penyelesaiannya dengan menggunakan pohon faktor yang merupakan klasifikasi bilangan tersebut sebagai bilangan prima atau komposit. Namun faktor bilangan prima hanya memiliki dua faktor.

Sedangkan bilangan komposit hanya memiliki tiga atau lebih banyak faktor.

Contoh 3.10 Masalah

Kepala sekolah berencana membentuk tim dari 126 orang ketiga, 180 siswa kelas empat, dan 198 anak kelas lima bahwa ada jumlah siswa yang sama dari masing – masing tingkat kelas pada masing – masing tim. Jika semua siswa berpartisipasi, Berapa besar jumlah tim dan bagaimana caranya? Banyak siswa akan ada disetiap tim?



$126 = 2 \times 3^2 \times 7$

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

$198 = 2 \times 3^2 \times 11$

Dicari FPB nya karena jumlah siswa yang berpartisipasi harus sama.

FPB $= 2^2 \times 3^2$

$= 4 \times 9$

$= 36$

Untuk mendaptkan hasil tersebut, maka harus diselesaikan dengan cara menggunakan pohon faktor agar dapat menyelesaikan permasalahan – permasalahan bilangan yang terdapat pada soal tersebut. Setelah itu, hitunglah dengan menggunakan rumus FPB dengan menggunakan 2 angka yang lebih sering muncul pada tahap pohon faktor dikerjakan. Maka, akan menemukan hasil jawaban dari soal yang telah dibuatnya.

D. KELIPATAN PERSEKUTUAN TERKECIL

1. Pengertian KPK

KPK adalah kelipatan yang sama dari bilangan–bilangan tersebut. Kelipatan persekutuan merupakan kelipatan beberapa bilangan. Maka dapat disimpulkan bahwa kelipatan bilangan diperoleh dari hasil perkalian suatu bilangan dengan bilangan lain. Atau dengan kata lain bilangan bulat terkecil yang dapat dibagi habis oleh beberapa bilangan tertentu dan seterusnya.

Jika tanda plus untuk komponen kelahiran dari lampu jam sensus setiap 7 detik, dan

tanda minus untuk lampu komponen kematian setiap 11 detik, dan keduanya terlihat berkedip ketika menunjukkan waktu yang sama yang sama, kapan mereka akan berkerumun lagi?

Solusi dengan menggunakan model linier untuk kelipatan, kita dapat menggambar garis waktu yang berbeda antara waktu kematian dan kelahiran, interval yang berbeda akan berkedip untuk setiap komponen Baris berikut menunjukkan bahwa 77 adalah kelipatan umum dari 7 dan 11. Lampu yang menunjukkan kelahiran dan keatian menyala kembali pada detik ke 77.

Tujuan dari bagian ini adalah untuk mengembangkan teori matematika dalam keterampilan untuk memecahkan masalah yang melibatkan faktor umum dan kelipatan bilangan yang umum atau yang disebut KPK (Kelipatan Persekutuan Terkecil). Faktorisasi utama merupakan salah satu pendekatan yang digunakan untuk memecahkan masalah tersebut. **Contoh 3.11**

Setiap Bilangan memiliki jumlah kelipatan tak terbatas. Berikut adalah beberapa kelipatan pertama dari 5

5 10 15 20 25 30 35 40 45 46 47 48 50 55 60 65 70 75

Contoh 3.12

Tulislah kelipatan dari 7 !

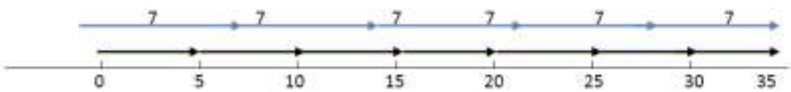
Solusi:

7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63 , 70, 77, 84, 91, 98, 105

Sebuah bilangan dikatakan kelipatan persekutuan terkecil apabila dua bilangan tersebut merupakan kelipatan dari keduanya.

2. KPK Menggunakan Model Algoritma

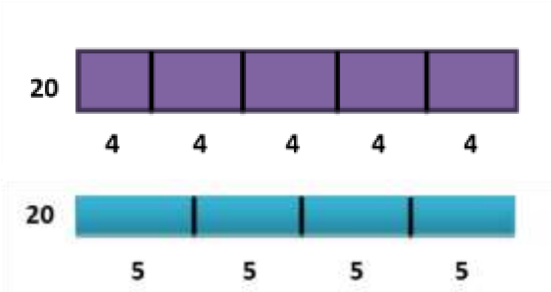
Perhatikan bilangan 35 dan 70 bila kita melakukan kelipatan bilangan keduanya akan memiliki bilangan yang sama. Bilangan 5 dan 7 akan ditunjukkan pada gambar kedua bilangan tersebut bertemu pada angka 35.



Kelipatan umum berikut dari 5 dan 7 adalah 70, 105, 140, 175, dan 210. Setiap pasangan bilangan bulat bukan nol memiliki jumlah kelipatan yang tidak terbatas. Diantaranya Kelipatan umum akan selalu menjadi bilangan terkecil, yang disebut paling tidak biasa

Banyak kelipatan persekutuan terkecil dari 5 dan 7 adalah 35. Ini terkadang ditulis KPK (5, 7) adalah 5 dan 35. Kelipatan persekutuan terkecil dua bilangan bulat bukan nol a dan b, dari kelipatan persekutuan terkecil ditulis LCM (a, b) seperti pada gambar 4.17 menggunakan batang untuk menggambarkan konsep yang paling umum.

Perhatikan bahwa 5 batang dengan panjang 4 diisyaratkan sama dengan 4 batang dengan panjang 5, dan 20 adalah panjang yang dibentuk dari kedua ukuran. Fakta bahwa garis vertical menunjukkann ujungnya dari masng masing batang pada ujung kiri dan kanan. Gambar 3.1 menunjukkan yang paling sedikit kelipatan persekutuan terkecil 4 dan 5 adalah 4 x 5 = 20.

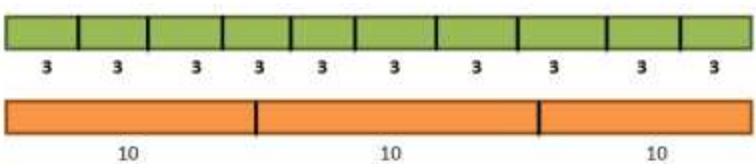


Contoh 3.13

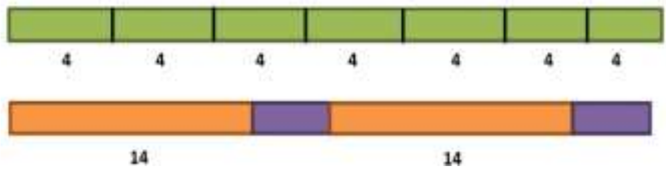
Batang sketsa untuk pasangan nomor berikut untuk menggambarkan kelipatannya yang paling umum. 1). 3, 10 2). 4, 14 3). 6, 18

Solusi:

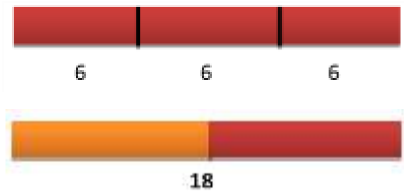
1) KPK (3, 10) = 30



2) KPK (4, 14) = 30



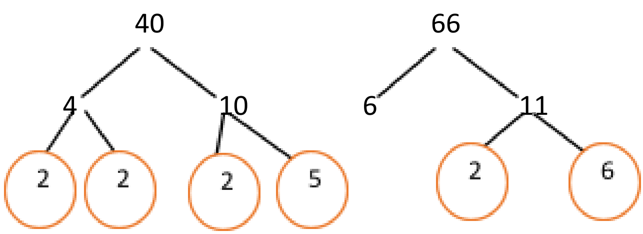
3) KPK (6, 18) = 30



Salah satu metode untuk menemukan kelipatan paling sedikit dari dua nomor adalah dengan daftar pertama beberapa kelipatan dari kedua angka tersebut. Sebagai contoh, kami menemukan kelipatan paling umum dari 5 dan 7 dengan mencantumkan beberapa kelipatan pertama dari 5 dan beberapa kelipatan pertama dari 7. Pendekatan lain, Yang lebih nyaman untuk jumlah besar, adalah dengan menggunakan faktorisasi utama. KPK dari Dua atau lebih angka dapat dibangun dari faktor utama mereka dengan menggunakan masing masing faktor utama Jumlah maksimum kali terjadi di setiap nomor.

Contoh 3.14

Pohon faktor dari 40 dan 66 sebagai berikut :



Solusi:

Faktor pohon menunjukkan bahwa 2 terjadi tiga kali sebagai faktor 40 dan hanya sekali sebagai faktor dari 66, jadi 2 harus terjadi tiga kali sebagai faktor dalam KPK. Demikian pula, 5 adalah faktor 40, dan 3 dan 11 adalah faktor 66.

$$2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 = 2^3 \times 3 \times 5 \times 7 = 1320$$

Begitu Anda telah menemukan faktor utama dari dua angka, metode daftar perdana faktor dengan faktor umum berbaris di bawah satu sama lain, seperti yang ditunjukkan pada halaman 242 untuk Menemukan FPB, juga bisa digunakan untuk menentukan KPK dua angka. Ini diilustrasikan di sini untuk menemukan FPB dan KPK 198 dan 210. Perhatikan bahwa faktor umum untuk kedua nomor ditempatkan dalam kolom di bawah satu sama lain dalam kedua skema. Untuk mencari FPB kita bentukkan produk dengan mencantumkan salah satu dari masing-masing faktor umum, dan untuk menemukan KPK yang kita bentuk produk dengan mencantumkan salah satu dari masing-masing faktor umum dan masing-masing faktor lainnya. Bahwa adalah, FPB hanya memiliki angka dengan dua atau lebih dalam kolom, dan KPK hanya memiliki satu dari angka di setiap kolom.

198 = 2 x 3 x 3 x 11 210 = 2 x 3 x 5 x 7

FPB (198,210) = 2 x 3

198 = 2 x 3 x 3 x 11 210 = 2 x 3 x 5 x 7 KPK(198,210) = 2 x 3 x 3 x 5 x 7 x 11

Contoh 3.15

Tentukan kelipatan persekutuan terkecil 1). 28, 44 2). 21, 40 3). 15, 36, 55

Solusi :

1) 28 = 2 x 2 x 7 44 = 2 x 2 x 11

Jadi KPK dari 28 dan 44 adalah 2 x 2 x 7 x 11 = 308

2) 21 = 3 x 7 40 = 2 x 2 x 2 x 5

Jadi KPK dari 21 dan 40 adalah 2 x 2 x 2 x 3 x 5 x 7 = 840

3) 15 = 3 x 5 36 = 2 x 2 x 2 x 3 x 3 55 = 5 x 11

Jadi KPK dari 15, 36 dan 55 adalah 2 x 2 x 3 x 3 x 5 x 11 = 1980

Anda mungkin telah memperhatikan beberapa hubungan khusus di Contoh N untuk KPK dua angka. Pada bagian 1 dari contoh, KPK dari 28 dan 44 dapat diperoleh oleh menggunakan semua faktor pada 28 dan 44 dan kemudian membagi dengan faktor umum dari kedua angka tersebut. Itu adalah,

$$\text{KPK } (28.44) = \frac{(2 \text{ X } 2 \text{ X } 7) \text{ X } (2 \text{ X } 2 \text{ X } 11)}{2 \text{ X } 2} = \frac{28 \text{ X } 44}{\text{FPB } (28.44)}$$

Demikian pula, Anda mungkin telah memperhatikan di bagian 2 dari Contoh N yang 21 dan 40 tidak umum Faktor utama - yaitu, mereka relatif prima - jadi KPK mereka adalah produk perdana faktor dari kedua angka tersebut.

Untuk bilangan bulat positif *a* dan *b*

a x b KPK(a,b) FPB (a, b)

Dan kapan FPB (a, b) = 1.

KPK(a, b) = a x b Contoh 3.16

Tentukan kelipatanyang paling tidak umum 1).

KPK (17,20) 2). KPK (20,33) 3). KPK (138,84)

Solusi :

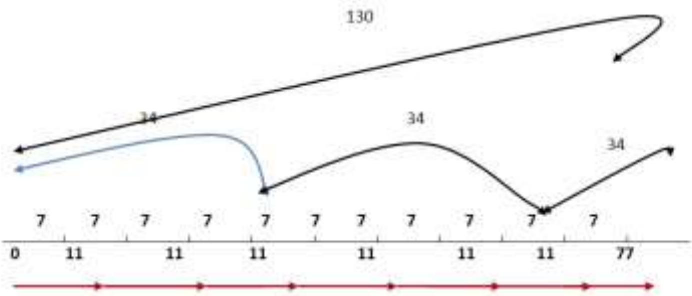
1) FPB = (17, 20) = 1 jadi KPK (17, 20) = 17 X 20 = 340
2) KPK (20,33) = 1 jadi KPK (20,33) = 20 x 33 = 660
3) KPK (138,84) = 6 jadi KPK (138,84) = $\frac{138 x 84}{6}$ = 1932

Contoh 3.17 Masalah

Jam sensus yang dijelaskan pada awal bagian ini menggunakan lampu berkedip untuk ditunjukkan kelahiran, kematian, imigrasi, dan tingkat emigrasi. Jika keempat lampu menyala bersamaan di layar Saat yang sama, berapa banyak waktu yang akan berlalu sebelum mereka semua berkerumun lagi? Memahami Masalah Lampu kelahiran, kematian, imigrasi, dan emigrasi berkedip setiap 7, 11, 34 dan 130 detik, masing-masing. Ini akan memakan waktu setidaknya 130 detik (2 menit dan 10 detik) agar keempat lampu menyala lagi, karena lampu emigrasi hanya berkedip setiap 130 detik.

Pertanyaan 1:

Lampu mana yang masing-masing akan berkedip 130 detik? Merancang Rencana Untuk mendapatkan ide untuk sebuah rencana, kita bisa melihat masalah yang lebih sederhana. Pada awal dari bagian ini di Contoh A, sebuah sketsa digunakan untuk menampilkan kelipatan 7 dan 11 pada garis angka dan untuk menentukan bahwa lampu kelahiran dan kematian berkedip bersamaan setiap 77 detik. Ini menunjukkan visualisasi garis angka dengan kelipatan 7, 11, 34, dan 130.



E. BILANGAN PRIMA DAN KOMPOSIT

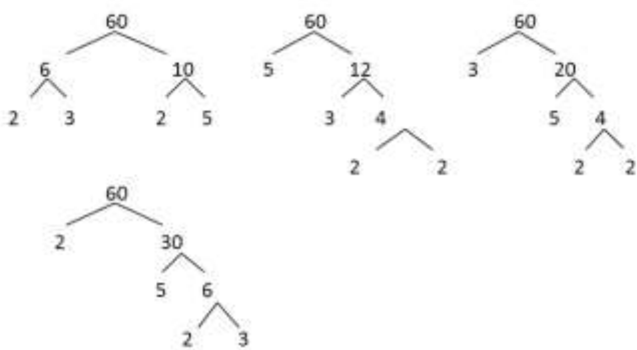
1. Bilangan prima dan komposit menggunakan model algoritma

Dalam hal ini Angka penghitungan dengan tepat dua faktor berbeda disebut dengan bilangan prima. Bilangan prima adalah sebuah bilangan asli yang lebih besar daripada 1 dan memiliki 2 faktor bilangan positif. Contoh bilangan prima yakni angka 2, 3, 5, dan 7. Angka penghitungan dengan lebih dari dua faktor disebut bilangan komposit. contoh dari bilangan prima adalah 2, 3, 5, 7, 11. Sedangkan bilangan komposit yaitu 1 sebagai faktor; 4, 6, 8, 9, 10. karena masing-masing memiliki lebih dari dua faktor yaitu 1 bukan bilangan prima atau komposit, karena 1 adalah satu-satunya faktornya sedangkan dalam Algoritma yang digunakan untuk menemukan bilangan prima disebut dengan Saringan Eratosthen yang berada pada (Gambar 5.1).

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

Gambar 5.1

Petunjuk untuk menggunakan prosedur ini adalah sebagai berikut: yaitu Lewati nomor 1. Lingkari 2 dan silangkan setiap nomor kedua setelah 2. Lingkari 3 dan silangkan setiap nomor ketiga setelah 3 (bahkan jika sudah dicoret sebelumnya). Lanjutkan prosedur ini dengan 5, 7, dan masing-masing nomor urut yang tidak dicoret. Nomor yang dilingkari akan menjadi bilangan prima dan nomor yang telah dilewati akan menjadi komposit, karena faktor utama menyebabkannya dicoret. Angka prima memiliki 2 faktor bilangan yang positif yakni angka 1 dan angka itu sendiri, sedangkan angka komposit memiliki lebih dari dua faktor dan dapat dinyatakan sebagai produk dari dua bilangan yang lebih kecil. Lihatlah pada Gambar 5.2 yang menunjukkan bagaimana komposit dapat dinyatakan sebagai produk dari jumlah yang lebih kecil dengan menggunakan pohon faktor.

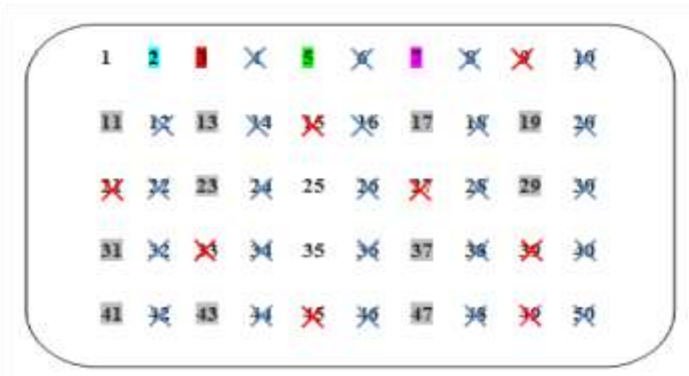


Gambar 5.2

60 = 2 x 2 x 3 x 5 = 22 x 3 x 5

Perhatikan bahwa 60 dinyatakan sebagai hasil dari dua faktor dengan beberapa cara yang berbeda. Namun, ketika kita terus melakukan langkah sampai mencapai bilangan prima, maka setiap metode membawa kita pada faktorisasi utama yang sama, yaitu 60 = 2 x 2 x 3 x 5

Pengidentifikasian bilangan prima dan komposit dapat dilakukan dengan menggunakan model algoritma lain, misal sebagai berikut:



Untuk dapat menentukan bilangan prima, ikutilah aturan ini:

a. Lewati nomor 1 (ini berkaitan dengan definisi bilangan prima)
b. Warnai biru bilangan 2 dan silangkan setiap bilangan kelipatan 2 dua setelah bilangan 2
c. Warnai merah bilangan 3 dan silangkan setiap bilangan kelipatan 3 setelah 3 bilangan (bahkan jika sudah dicoret sebelumnya)
d. Lanjutkan prosedur ini dengan 5, 7, dan masing bilangan yang urut yang tidak dicoret.

e. Bilangan yang diwarnai adalah bilangan prima dan bilangan yang dicoret adalah bilangan komposit.

Sehingga, bilangan dari perhitungan dengan tepat dua faktor berbeda disebut dengan bilangan prima. Dan bilangan penghitungan dengan lebih dari dua faktor disebut bilangan komposit.

Seperti yang dapat dilihat pada tabel diatas, misalnya bilangan 2, 3, 5, 7, 11 yang tertera sebagai bilangan prima. Disebut bilangan prima karena bilangan tersebut memiliki 2 faktor, yakni 1 dan bilangan itu sendiri. Mari kita lihat bilangan 4, 6, 8, 9, 10 yang tertera sebagai bilangan komposittt. Disebut bilangan komposit karena masing-masing memiliki lebih dari dua faktor.

2. Pemecahan masalah menggunakan definisi *prime number test*

Definisi prime number test adalah sebuah metode dan salah satu cara untuk menentukan bilangan prima ada faktor lain selain dirinya sendiri dan di sinilah tes pemisahan dapat bermanfaat.

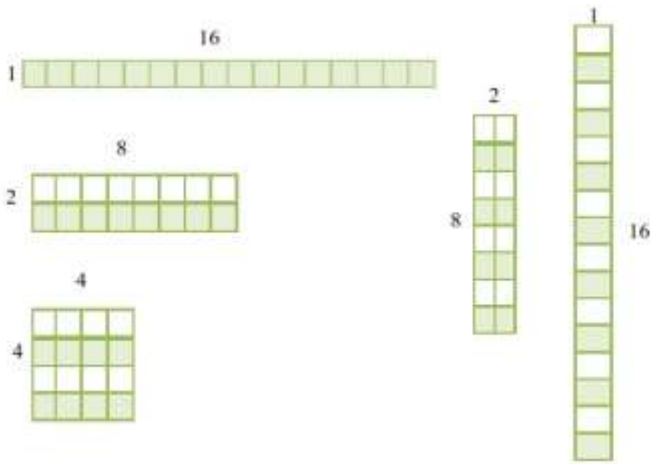
Contoh 3.18

Mana dari bilangan berikut ini yang utama?

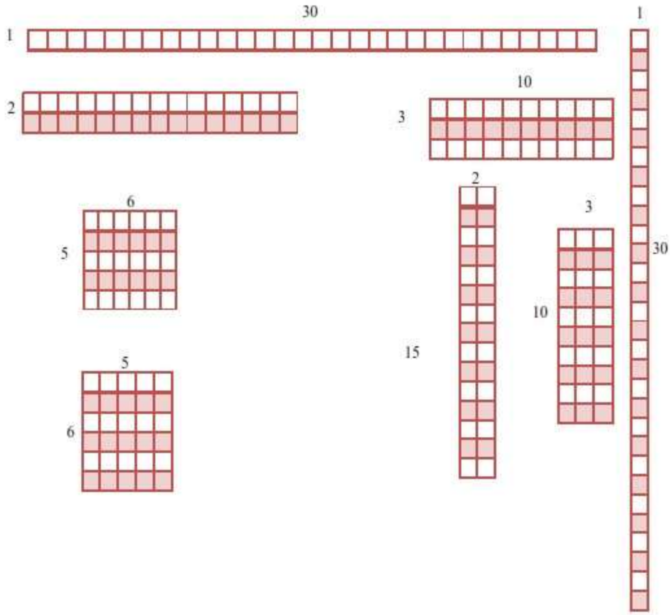
1). 43.101 2). 24.638 3). 53

Solusi 1. Karena 3u (4 1 3 1 1 1 0 1 1), kita tahu bahwa $3 \mid (4+3+1+0+1)$, jadi bilangan ini tidak prima. 2. Sejak $2 \mid 8$, kita tahu bahwa $2 \mid 24{,}638$, jadi nomor ini tidak prima. 3. 53 adalah prima.

Untuk menentukan apakah sebuah angka memiliki faktor selain dirinya sendiri dan 1, kita hanya perlu mencoba membagi dengan bilangan prima (2, 3, 5, 7, ...). Tidak perlu dibagi dengan bilangan komposit (4, 6, 8, 9, ...). Misalnya, jika 4 membagi angka, maka 2 membagi nomornya. Dengan kata lain, jika 2 tidak membagi angka, maka 4 tidak akan membagi jumlahnya. Mari kita pertimbangkan dengan baik-baik bagaimana kita bisa menentukan apakah 53 adalah bilangan prima, dengan hal ini Uji divisibilitas dapat menunjukkan bahwa 53 tidak dapat dibagi oleh 2, 3, atau 5, dan kita tahu dari fakta perkalian dasar bahwa 7 bukanlah faktor 53. Ini berarti bahwa empat persegi panjang yang dimensinya 2, 3, 5, atau 7 tidak dapat dibangun dengan 53 ubin. Sekarang dengan pengamatan dari Gambar 4.8



Gambar 4.8



Kita perlu mempertimbangkan hanya susunan sampai 8 x 8, karena ini adalah array persegi pertama yang memiliki lebih dari 53 ubin. Karena tidak ada susunan untuk 53 dengan lebar kurang dari 8, 53 adalah bilangan prima. Contoh ini menunjukkan teorema berikut.

Tes Bilangan Prima

Misalkan n adalah bilangan bulat dan k adalah bilangan bulat terkecil sehingga k x k lebih besar dari pada n. Jika tidak ada bilangan prima kurang dari k yang merupakan faktor n, maka n adalah bilangan prima.

Contoh 3.19

Apakah 421 prima atau komposit? 2. Apakah 667 bilangan prima?

Solusi 1. Sejak 23 x 23 > 421 dan 19 x 19 < 421, kita hanya perlu mempertimbangkan faktor 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, dan 19 sebagai faktor 421. Karena tidak satu pun dari bilangan prima ini adalah faktor, 421 adalah bilangan prima. 2. Tidak, itu habis dibagi 23.

Contoh 3.20 masalah bilangan prima dan komposit

Salah satu metode untuk menentukan apakah bilangan prima adalah memeriksa apakah ada faktor lain selain dirinya sendiri dan di sinilah tes pemisahan dapat bermanfaat.

Mana dari bilangan berikut ini yang utama?

1). 43.101 2). 24.638 3). 53

Solusi 1. Karena 3u (4 1 3 1 1 1 0 1 1), kita tahu bahwa 3│(4+3+1+0+1), jadi bilangan ini tidak prima. 2. Sejak 2│8, kita tahu bahwa 2│24,638, jadi nomor ini tidak prima. 3. 53 adalah prima.

Untuk menentukan apakah sebuah angka memiliki faktor selain dirinya sendiri dan 1, kita hanya perlu mencoba membagi dengan bilangan prima (2, 3, 5, 7, ...). Tidak perlu dibagi dengan bilangan komposit (4, 6, 8, 9, ...). Misalnya, jika 4 membagi angka, maka 2 membagi nomornya. Dengan kata lain, jika 2 tidak membagi angka, maka 4 tidak akan membagi jumlahnya. Mari kita pertimbangkan bagaimana kita bisa menentukan apakah 53 adalah bilangan prima. Uji divisibilitas menunjukkan bahwa 53 tidak dapat dibagi oleh 2, 3, atau 5, dan kita tahu dari fakta perkalian dasar bahwa 7 bukanlah faktor 53. Ini berarti bahwa empat persegi panjang yang dimensinya 2, 3, 5, atau 7 tidak dapat dibangun dengan 53 ubin. Sekarang dengan pengamatan dari Gambar 4.8 di halaman 224, kita perlu mempertimbangkan hanya susunan sampai 8 x 8, karena ini adalah array persegi pertama yang memiliki lebih dari 53 ubin. Karena tidak ada susunan untuk 53 dengan lebar kurang dari 8, 53 adalah bilangan prima.

Setiap bilangan komposit dapat dinyatakan sebagai produk bilangan prima dengan tepat satu arah (kecuali untuk urutan faktor).

Contoh 3.21

1). 84 2. 180 3. 324

Solusi :

1) $84 = 4 \times 21 = 2 \times 2 \times 3 \times 7 = 2^2 \times 3 \times 7$
2) $180 = 10 \times 18 = 2 \times 5 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^2 \times 3^3 \times 5$
3) $324 = 4 \times 81 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^2 \times 3^4$

Penalaran Aljabar Untuk memberi faktor ekspresi seperti x2-5x-24, penting untuk dapat faktor 24 menjadi beberapa faktor.

F. TES PEMBAGIAN

Dalam pembelajaran matematika, teori bilangan sangat berpengaruh terhadap proses perhitungan yang dilakukan secara rinci. Teori bilangan merupakan teori yang mendasar dalam memahami algoritma kriptografi dimana bilangan yang dimaksud adalah bilangan-bilangan bulat. Teori bilangan meliputi faktor, KPK, FPB, kelipatan, bilangan prima dan komposit, dan tes pembagian. Pada pembahasan kali ini teori bilangan hanya menjelaskan tentang teori bilangan pada tes pembagian. Teori bilangan menitik beratkan pada hasil bukti yang didapat dari metode-metode yang sudah digunakan.

1. Bilangan Genap Dan Ganjil

Dalam menentukan seluruh bilangan prima yang memiliki jumlah kurang dari yang sudah ditentukan yaitu dengan cara menghilangkan bilangan yang bukan prima. Seperti contoh di bawah ini :

1	**2**	**3**	4	**5**	6	**7**	8	9	10
11	12	**13**	14	15	16	**17**	18	**19**	**20**
21	22	**23**	24	25	26	27	28	**29**	30
31	32	33	34	35	36	**37**	38	39	40
41	42	**43**	44	45	46	**47**	48	49	50
51	52	**53**	54	55	56	57	58	**59**	60
61	62	63	64	65	66	**67**	68	69	70
71	72	**73**	74	75	76	77	78	**79**	80
81	82	**83**	84	85	86	87	88	**89**	90
91	92	93	94	95	96	**97**	98	99	100

Gambar 1.1

Tabel bilangan prima

Dengan menggunakan pencoretan bilangan prima kita dapat menentukan bilangan genap dan bilangan ganjil. Memasukkan bilangan kemudian membagi bilangan dengan bilangan atau angka 2. Dapat dilihat apabila bilangan tersebut memiliki sisa pembagian 0 maka dapat dikatakan genap, namun sebaliknya apabila bilangan tersebut tidak menghasilkan 0 maka bilangan tersebut merupakan bilangan ganjil. Perhatikan contoh berikut ini :

Contoh 3.22

1) 4 : 2. Dalam bilangan tersebut hasil angka 2 memiliki nilai desimal yang sama dengan 2,0. Sehingga dapat dikatakan bahwa hasil angka 2 tersebut merupakan salah satu bilangan genap yang dapat membagi angka lain.
2) 20 : 5. 20 habis dibagi 5. 5 merupakan pembagi dari 20.
3) 15 : 3. 15 habis di bagi 3. 3 merupakan angka pembagi dari 15.

Untuk melihat angka yang diperoleh dari hasil angka 11 angka habis dibagi 11 apabila 11 membagi selisih jumlah angka yang nilainya adalah kekuatan ganjil 10 dan jumlah digit yang nilai tempat bahkan kekuatan 10 . sedangkan untuk menguji angka 2, 5, dan 10 Angka dapat dibagi dengan 2 apabila angka dalam digit adalah 0, 2, 4, 6, atau 8. Angka habis dibagi 5 jika dan hanya jika digitnya adalah 0 atau 5. Sebuah bilangan habis dibagi 10 jika dan hanya jika digitnya adalah 0

Contoh 3.23

a. 11 | 5346, dimana hasil dari 5 + 4 = 9, 3 + 6 = 9, 9 – 9 = 0, maka 11| 0
b. 11 | 909,381 dimana hasil dari 0 + 3 + 1 = 4, 9 + 9 + 8 = 26, 26 – 4 = 22, maka 11 | 22

2. Sifat-sifat pembagian menggunakan model algoritma

Logaritma merupakan hasi dari pengurangan dua logaritma lain yang memiliki nilai keduanya merupakan pecahan atau pembagian dari nilai numerus logaritma awal. Dalam kondisi awal sebelum dilaksanakan, dapat berupa nilai-nilai yang menjadi peubah yang awalnya diambil dari himpunan khusus. Sealin itu dalam output sifat pembagian logaritma akan dapat dilihat dari hasil sesudah dilaksanakan atau dengan kata lain logaritma dapat mengubah hasil awal menjadi hasil akhir yang menjadi penentu, dimana nilai output diperoleh dari hasil nilai Suatu bilangan bulat x dikatakan habis oleh suatu bilangan bulat a ≠ 0, jika terdapat satu bilangan bulat q sedemikian sehingga b = qa. Jika hal ini dipenuhi maka a dikatakan membagi b dan dinotasika dengan a | b , dapat dibaca: a. a membagi b

b. a adalah pembagi b
c. a adalah factor (pembagi b)
d. b adalah kelipatan a

Jika a tidak membagi b di notasikan dengan a + b. berarti mempunyai sisa selain 0 yang merupakan residu dari pembagian tersebut, dapat dirumuskan sebagai berikut. Jika b = qa + r dengan 0 < r < a, maka:

a. b disebut bilangan yang dibagi (*dividend*)
b. a disebut bilangan pembagi (*divisor/factor*)
c. q disebut bilangan hasil bagi (*quotient*)
d. r disebut bilangan sisa (reminder/ residu)

Pembagian dilambangkan dengan tanda "/" akan tetapi terkadang tanda tersebut digunakan untuk pecahan. Sehingga lebih umum digunakan tanda " : " sebagai lambang dari operasi hitung pembagian.

Hanya dengan mempertimbangkan factor (divisors) maka factor dari 12 adalah 1, 2, 3, 4, 6, 12. Yang memiliki jumlah 6 faktor positif untuk 12.sebagian besar dari bilangan tersebut adalah bilangan genap.

Operasi hitung pembagian yaitu pengurangan bilangan oleh bilangan lain yang dilakukan secara berturut-turut dengan bilangan yang sama. **Contoh 3.24**

1) 40 : 8 = 40-8-8-8-8-8= 0

   Pengurangan pada 40 oleh 8 sebanyak 5 kali. Maka hasil dari 40: 8 = 5.

   Jika pada bilangan prima, maka bilangan yang dibagi bilangan prima hasilnya juga bilngan prima.

2) 35 : 5 = 35-5-5-5-5-5-5-5 = 0

   Pengurangan pada 35 oleh 5 sebanyak 7 kali. Maka hasil dari 40: 5 = 7

Pada operasi hitung pembagian, bilangan yanga dibagi oleh bilangan lain harus lebih besar untuk mendapatkan hasil yang bilangannya bulat. **Contoh 3.25**

9 : 3 = 3

Tidak berlaku pada 3 : 9, karena 3 : 9 hasilnya 0,5 Sifat pembagian dari bilangan bulat yaitu :

a. Perhitungannya kebalikan dari perkalian **Contoh 1:** 9 : 3 = 3 x 3
b. Tanda hasil pembagian bilangan dilihat dari tanda bilangannya. **Contoh 2:** -6 : 2 = -3

   Contoh 3:

   -6 : (-2) = 3
c. Jika 0 sebagai bilangan yang dibagi oleh bilangan apapun, maka hasilnya tetap 0.

   0 : 4 = 0
d. Tidak diberlakukan sifat komutatif dan asosiatif.

   Contoh 4:

   4 : 2 ≠ 2 : 4 **Contoh 5:**

   (16 : 4) : 4 ≠ 16 : (4 : 4)

   4 : 4 ≠ 16 : 1

   1 ≠ 16
e. Pembagian pada bilangan bulat sifatnya tertutup. **Contoh :**

   $5 : 2 = \frac{5}{2}$, Dimana $\frac{5}{2}$ bukan bilangan bulat.

Jika m, maka ax = m untuk beberapa bilangan bulat x. Apabila n, maka ay = n untuk beberapa bilangan bulat y. Sehingga, menambahkan sisi masing-masing dari dua persamaan, kita memiliki ax + ay = m + n, atau a (x + y) = m + n.

Karena x + y adalah bilangan bulat, persamaan terakhir dapat dikatakan bahwa a | (m + n). Dengan kata lain bisa dibuktikan hanya dengan mengganti tanda plus dengan tanda minus dalam diskusi ini. Hal tersebut merupakan bukti dari definisi pembagian. Nilai N pada teorema sebelumnya juga dapat diilustrasikan dengan menggunakan susunan segi empat deskripsi pembagian.

Apabila menggunakan tes pembagian dua, pertama hitung jumlah dari dua set yang berbeda dari angka, dan kemudian kurangi jumlah yang lebih kecil dari jumlah yang lebih besar. Dari beberapa test sederhana yang digunakan untuk menentukan faktor angka dari hasil yang cukup banyak. Untuk contoh, yang mana dari angka 27, 45, 38, 70, dan 111, 110 terbagi atas 2, 5, atau 10? Apabila jawaban yang ditemukan dengan melihat digit yang digunakan untuk mengetahui tes pecahan. Kemudian perhatikan pada angka 27 | 3 dan 3 | 9. Dinyatakan benar bahwa 3 | (27 + 9), dan 3 | (27 – 9), contoh tersebut merupakan contoh dari teorema yang digunakan.

Keterbagian oleh 2n.

Suatu bilangan yang habis dibagi oleh 2n jika n bilangan terakhir dari bilangan tersebut habis dibagi 2n.

a. Untuk n = 1, berati suatu bilangan habis dibagi 2 jika angka terakhir bilangan dari bilangan tersebut habis dibagi 2.

Contoh 3.26

Tentukan apakah 1672 habis dibagi oleh 2!

Perhatikan angka terakhir pada bilangan tersebut, yaitu 2. Karena 2 | 2, maka dapat disimpulkan bahwa 2 | 1672.

b. Untuk n = 2, berate suatu bilangan habis dibagi 4 jika 2 bilangan terakhir dari bilangan tersebut habis dibagi 4.

Contoh 3.27

Tentukan apakah 187324 habis dibagi oleh 4!

Perhatikan 2 angka terakhir pada bilangan tersebut yaitu 24.

Karena 2 | 24 maka dapat disimpulkan bahwa 4 | 187324

c. Untuk n = 3, berarti suatu bilangan habis dibagi 8 jika 3 bilangan terakhir dari bilangan tersebut habis dibagi 8.

Contoh 3.28

Tentukan apakah 173332 habis dibagi oleh 8! Perhatikan 3 angka terakkhir pada bilangan tersebut, yaitu 332. Karena 2 ≠ 332, maka dapat disimpulkan bahwa 2 ≠ 173332.

Keterbagian 3, 9, 11

Berikut ini merupakan cara menyelesaikan suatu bilangan yang habis dibagi oleh 3, 9, 11 tanpa menhitung secara keseluruhan dan manual? Dapat menggunakan cara berikut :

$a = a_n a_n - 1^a{}_n - 2 \dots a_1 a_0$

a. Bilangan a habis dibagi 3 jika jumlah angkanya yaitu $a_n + a_{n-1} + \dots + a_1 + a_0$ habis dibagi 3.

Contoh 3.29

Tentukan apakah 1815 habis dibagi 5.

Perhatikan :

1 + 8 + 1 + 5 = 15. Karena 3 | 15, maka 3 | 1815

b. Bilangan a habis dibagi 9 jika jumlah angka yaitu $a_n + a_{n-1} + \dots + a_1 + a_0$ habis dibagi 9.

Contoh 3.30

Tentukan apakah 27342 habis dibagi 9!

Perhatikan :

2 + 7 + 3 + 4 + 2 = 18, karena 9 | 18, maka 9 | 27342

c. Bilangan a habis dibagi 11, jika jumlah silang tanda ganti angkanya yaitu $a_n - a_{n-1} + a_{n-2} - a_{n-3} + \dots$ habis dibagi 11.

Contoh 3.31

Tentukan apakah 35728 habis dibagi 11!

Perhatikan :

3 – 5 + 7 – 2 + 8 = 11. Karena 11 │11, maka 11│35728 Contoh lain dalam memecahan masalah keterbagian adalah :

Jika bilangan a1989b habis dibagi 72. Tentukan nilai a dan b!

Penyelesaian :

Karena 72 = 8 x 9, maka dalam mencari nilai a dan b dipecah menjadi 2 yaitu keterbagian oleh 8 dan 9. Berdasarkan sifat keterbagian 72 │a1989 berakibat │a1989b dan 9 │a1989b

Keterbagian oleh 8

Diperoleh 89b habis dibagi oleh 8. Perhatikan bahwa 89b bagi 8 hasilnya 110 dengan sisa 1b. Agar 1c habis dibagi oleh 8, maka kemungkinan nilai b adalah 6.

Keterbagian oleh 9

Perhatikan bahwa a + 1 + 9 + 8 + 9 + b = a + 27 + b habis dibagi 9. Dari keterbagian 8, diperoleh b = 6 berakibat a + 33 habis dibagi oleh 9. Agar a dan 33 habis dibagi oleh 9, maka nilai a yang mungkin adalah a = 3. Jadi bilangan yang dimaksud adalah 319896

BAB V PECAHAN

A. PENGENALAN PECAHAN

1. Terminologi Pecahan

Kata fraksi berasal dari kata Latin fractio, sebuah bentuk kata Latin frangere, artinya putus. Istilah pecahan dan fragmen sering digunakan di masa lalu sebagai sinonim untuk fraksi. Secara historis, fraksi pertama kali digunakan untuk jumlah yang kurang dari a seluruh unit Beginilah anak-anak pertama kali menemukan pecahan: setengah batang permen, sepertiga dari pizza, dll. Fraksi hari ini juga mencakup angka yang lebih besar dari atau sama dengan 1. Fraksi istilah digunakan untuk merujuk ke nomor yang ditulis dalam $\frac{a}{b}$ bentuk $\frac{a}{b}$ dan ke angka $\frac{a}{b}$ dengan $\frac{a}{b}$ b≠ 0. Anda tidak

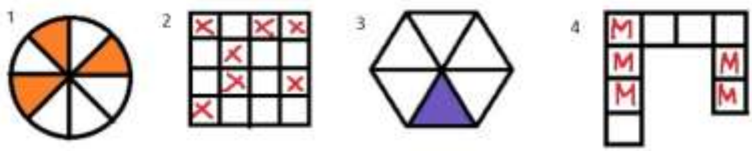
perlu khawatir tentang perbedaan antara sebagai nomor dan sebagai angka; artinya akan jelas dari konteksnya.

Misalnya, kapan Kita katakan bahwa jumlah pecahan teratas disebut pembilang dan nomor terbawahnya Disebut denominator, kita memikirkan fraksi sebagai simbol atau angka dengan dua bagian. Di sisi lain, ketika kita berkata, "Tambahkan pecahan $\frac{1}{2}$ dan $\frac{1}{3}$, "kita sedang memikirkan pecahan sebagai angka. Anak-anak di kelas awal menggunakan pecahan yang pembilang dan penyebutnya angka keseluruhan Di kemudian nilai fraksi ditemui yang pembilang dan penyebutnya adalah bilangan bulat Fraksi yang pembilang dan penyebutnya adalah bilangan bulat juga disebut bilangan rasional. Secara umum, pembilang dan penyebut pecahan bisa berupa angka asalkan penyebutnya tidak nol.

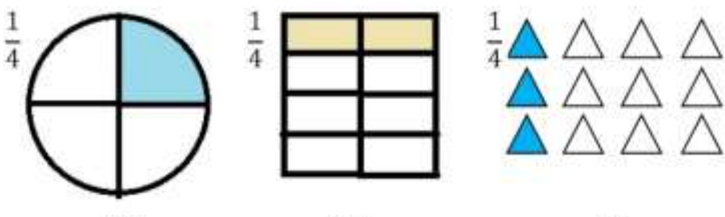
2. Konsep Pecahan *Part to Whole* Menggunakkan Model Algoritma

Bagian keseluruhan (part to whole), Konsep yang paling umum digunakan pada pecahan adalah konsep bagian keseluruhan. Pada pecahan $\frac{a}{b}$, pada angka yang bawah b mengindikasikan angka bagian dari keseluruhan, dan angka yang atas mengindikasikan angka yang dianggap. Contoh di bawah ini menunjukkan contoh pecahan part to whole.

Contoh 4.1



Solusi 1. $\frac{3}{8}$ 2. $\frac{7}{16}$ 3. $\frac{1}{6}$ 4. $\frac{5}{9}$



(a) (b) (c)

Pecahan dapat dilokasikan pada garis bilangan dengan konsep *part to whole*. Gambar di bawah ini akan menggambarkan pecahan 6 dan 10 di antara -1 dan 1.

3. Konsep Pecahan Pembagian Menggunakka Model Algoritma

Konsep *Fraksi-Quotient* Penggunaan pecahan lain muncul dari pembagian satu nomor yang lain. Ini disebut konsep pecahan-quotient. Dalam kartun berikut Adik perempuan Charlie Brown Sally punya masalah. Dia mencoba untuk membagi [1] dengan 50. Charlie Komentar Brown menunjukkan bahwa ia menganggap pembagian hanya dalam hal konsep pengukuran, Artinya, "Berapa 50 di usia 25 tahun?" Namun, ada pendekatan lain untuk pembagian. Ingat bahwa Bagian 3.4 membahas dua konsep pembagian: pengukuran (subtraktif)dan berbagi (partitive). Dengan konsep sharing, membagi dengan 50 berarti akan ada 50 bagian Jika kita membagi 25 objek dengan ukuran yang sama, seperti batang

---

[1] :Untuk$50 = 1^2$menghitung , kita menggunakkan konsep pembagian dan membagi$3{:}34$ bagian menjadi 4 bagian yang sama. Ini dapat dilakukan dengan membagi 3 bagian menjadi setengah, membagi setengah dan membagi setiap setengah menjadi setengah. $3{:}\ 4 = \frac{3}{4}$.

permen karet, menjadi 50 bagian yang sama, setiap bagiannya akan menjadi satu setengah batang.

Untuk setiap bilangan a dan b, dengan $b \neq 0$, $= a \div b$

4. Konsep pecahan rasio menggunakan model algoritma

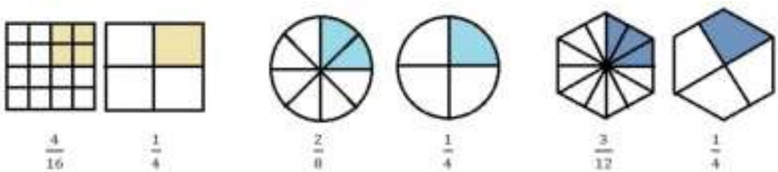
Konsep Rasio Penggunaan pecahan lain melibatkan konsep rasio. Dalam hal ini, pecahan digunakan untuk membandingkan satu dengan yang lain. Misalnya, kita bisa mengatakan bahwa tinggi anak laki-laki adalah sepertiga dari tinggi ibunya. Konsep rasio fraksi dapat diilustrasikan dengan Rod Cuisenaire dengan membandingkannya panjang dua batang. Dibutuhkan 3 batang merah untuk menyamai panjang 1 gelap batang hijau pada bagian a, jadi panjang batang merah adalah $\frac{1}{3}$ panjang batang hijau tua. Jika

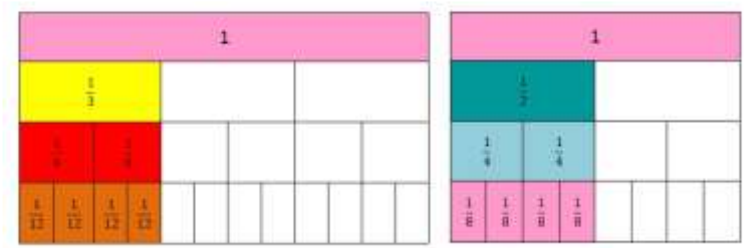
Panjang batang hijau tua dipilih sebagai satuan, maka batang merah mewakili $\frac{1}{3}$. Jika berbeda unit dipilih, batang merah akan mewakili fraksi yang berbeda. Misalnya, jika berwarna kuning Batang pada bagian b adalah satuan panjang, maka batang merah $\frac{2}{5}$ mewakili $\frac{2}{5}$, karena panjangnya batang merah

adalah panjang batang kuning. Beberapa batang yang berbeda dapat mewakili fraksi yang sama, tergantung pilihan unitnya. Pada bagian a, $\frac{1}{3}$ diwakili oleh batang merah, tapi jika unitnya adalah panjang batang biru, seperti pada bagian c, maka batang hijau mewakili

$$\frac{1}{3}.$$

Gambar Rasio Pecahan





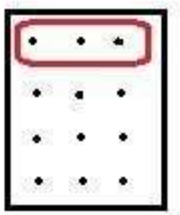
(a) (b)

5. Pecahan Senilai Menggunakkan Model Algoritma

Gambar a menunjukkan 1312 == 2624 ,, 3112 == 12844 di atas.

Gambar b menunjukkan

Pecahan senilai dapat diilustrasikan dengan gambar



Persamaan fraksi juga bisa diilustrasikan dengan kumpulan benda. Misalnya, 3

dari 12, atau 123, Gambardari titik-titikdisampingyang

ditunjukkan pada titik yang dilingkari. Dilihat dengan cara

4 baris, masing-masinglain,berisi14

darijumlahPointitikdilingkari,yang sama,karenadanada1

barismewakilididilingkari.jumlahJadiyang3 dan

$\frac{1}{4}$Untukadalahsetiappecahanfraksisetaraterdapatyang $\frac{1}{2}$

sama.

jumlah pecahan tak terbatas lainnya yang mewakili nomor yang sama. Bar Fraksi pada Gambar tersebut menunjukkan

satumenjadiPada metodebagian2 bagianb,untukmasing-masingyangmendapatkansama
untukbagianmenunjukkanfraksidari yang$\frac{3}{4}$

barsamatelahbahwakedibagi$\frac{3}{4}$$\frac{4}{3}$=.

107

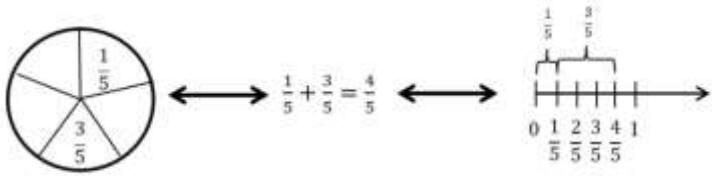
$\frac{6}{8}$. Kami melihat bahwa menggandakan jumlah bagian di sebuah bar juga menggandakan jumlah bagian yang teduh. Ini setara dengan mengalikan pembilang dan penyebut $\frac{3}{4}$ dengan 2. Demikian pula, Bagian c menunjukkan bahwa membelah setiap bagian dari $\frac{3}{4}$ bar menjadi 3 bagian yang sama tiga kali lipat jumlah bagian di bar dan tiga kali lipat jumlah bagian yang teduh. Ini memiliki efek mengalikan keduanya pembilang dan penyebut $\frac{3}{4}$ dengan 3 dan menunjukkan bahwa $\frac{3}{4}$ sama dengan $\frac{9}{12}$.

B. PENJUMLAHAN PECAHAN

Konsep penjumlahan dalam bentuk pecahan hampir sama dengan konsep penjumlahan pada bilangan asli. Konsep penjumlahan pada bilangan asli diilustrasikan dengan menempatkan atau menggabungkan dua set objek. Demikian juga pada konsep penjumlahan pecahan diilustrasikan dengan menggabungkan dua jumlah.

1. Penjumlahan Pecahan Berpenyebut Sama Menggunakan Model Algoritma

Untuk mencari penjumlahan dalam bentuk pecahan dengan penyebut sama sangatlah mudah. Misalnya untuk mencari jumlah pecahan dari $\frac{1}{5}$ dan $\frac{3}{5}$, perhatikan model pengukuran berikut: model wilayah dan model garis bilangan pada Gambar dibawah ini :



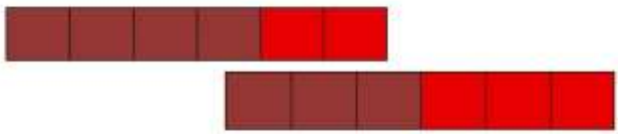
Gagasan yang diilustrasikan pada Gambar 6.13 dapat diterapkan pada sepasang pecahan yang memiliki penyebut yang sama. Gambar 6.14 menunjukkan bagaimana potongan pecahana, yang merupakan perpaduan kedua model ini, dapat digunakan untuk menemukan jumlah $\frac{1}{5}$ dan $\frac{3}{5}$.

Artinya, jumlah dua pecahan dengan penyebut yang sama dapat ditemukan dengan menambahkan pembilang.

Jika menghitung penjumlahan dengan menggunakan batang maka Menemukan jumlah dua pecahan sangat mudah bila mereka memiliki penyebut yang sama. Gambar 5.36 menunjukkan $\frac{3}{6}$ pecahan dalam bentuk batang untuk $\frac{4}{6}$ dan Jika bagian yang diarsir dari masing-masing batang ditempatkan ujung ke ujung, jumlah total yang diarsir adalah

4

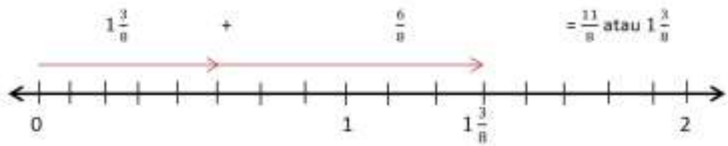
6 + 1 batang utuh dan $\frac{1}{6}$ batang. Jadi $\frac{4}{6}+\frac{3}{6}=\frac{7}{6}$, atau $1\frac{1}{6}$.



— — — atau —

36**Gambar 5.36**= 76 1 16

Penjumlahan pecahan juga dapat diilustrasikan dengan mengunakan garis bilangan dengan menempatkan anak panah untuk pecahan dari ujung ke ujung seperti gambar dibawah ini.



Penjumlahan pecahan-pecahan dengan penyebut sama menghasilkan suatu pecahan yang pembilangnya merupakan hasil jumlah pembilang dari pecahan pecahan yang dijumlahkan, sedangkan penyebutnya tetap. Seperti yang dinyatakan selanjutnya dalam bentuk dibawah ini :

Penjumlahan dari pecahan dengan penyebut sama

Jika $\frac{a}{b}$ dan $\frac{c}{d}$ adalah sebuah pecahan, maka

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b}$$

Untuk lebih memahami mengenai penjumlahan pecahan-pecahan dengan penyebut yang sama, perhatikan beberapa contoh berikut!

$\frac{4}{7} + \frac{2}{7} = \frac{4+2}{7} = \frac{6}{7}$

$\frac{1}{9} + \frac{4}{9} = \frac{1+4}{9} = \frac{5}{9}$

$\frac{7}{15} + \frac{4}{15} = \frac{7+4}{15} = \frac{11}{15}$

Sifat penambahan pecahan berikut ini dapat digunakan untuk menyederhanakan perhitungan. Untuk menyederhanakan semua properti dinyatakan menggunakan penyebut persekutuan, karena dua pecahan dapat dinyatakan dengan penyebut yang sama. Ini mengikuti dari persamaanmerupakan bilangan asli dan c $ab + bc = a+bc$, karena$\neq 0$. a + b dan c keduanya

Sifat komutatif untuk penjumlahan pecahan

MemberikanJika $_{ab}$danpembenaran$_{ab}$ bc+adalah sebuah pecahan, $bc =$ visual$_{cb}$ + dengan$_{ab}$menggunakanmaka potongan pecahan. Berikut ini merupakan bukti dari komulativitas :

2. Penjumlahan$ab +\ =bc== c+\ +baa$**Pecahan**$+b\ abc$**komutatif**

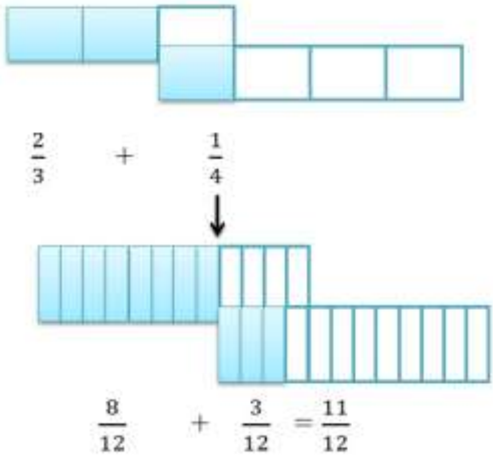
dari penjumlahan bilangan

Berpenyebutpenjumlahan dari

pecahanpenjumlahan dari pecahanBerbeda

Menggunakanasli cb **Model Algoritma**

Penjumlahan pecahan dengan berbeda penyebut mempunyai cara tersendiri untuk menyelesikannya berbeda dengan yang mempunyai penyebut sama. Coba perhatikan ilustrasi bagaimana menujumlahkan pecahan saat penyebut tidak sama.



Dapat dilihat dari gambar di atas untuk menemukan jumlah $\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$ terlebih dahulu menemukan dua pecahan dengan pecahan yang memiliki penyebut sama. Dengan menentukan kelipatan terkecil dari penyebut yaitu 3 dan 4. Karena kelipatan terkecil dari 3 dan 4 adalah 12, Maka ini dinamakan penyebut persekutuan terkecil dari pecahan

$^{2}32 + {}^{1}41^{4}$.=Dan pecahan tersebut diganti dengan 12^{8}
$^{11}12$dan 12^{1} .

Jumlah dari kedua pecahan tersebut

adalah . Jadi 11

Contohpersamaanlain untukpecahanmenemukanuntuk jumlahmengekspresikandari $\underline{2}^{7} + \underline{1}^{5}$ pecahangunakan

dengan penyebut persekutuan sebagai berikut :

$$^{2}7 + {}^{3}5 = 27 .. 55 + 73 .. 75$$

---

[1] +Mengalikan 12penyebut. pada dua pecahan satu sama lain akan selalu menghasilkan penyebut persekutuan terkecil (tapi belum tentu yang terkecil). Setelah dua pecahan memiliki penyebut persekutuan terkecil, jumlah mereka dihitung dengan menambahkan pembilang dan mempertahankan penyebut.

Contoh 4.2

$$\frac{10}{35}$$

$$= = \frac{31}{35} + 3521$$

Prosedur ini dapat digeneralisasi sebagai berikut :

Penjumlahan dari fraksi dengan penyebut tidak sama

Untuk pecahan $ab + dc = {}^{a}{}_{b}$ dan $adbd \pm bcd^{c}$, lalu

Keterangan :

$= ab \pm adbd + bcdc = adbd + bdbc$ **Penjumlahan denganpenyebut persekutuan** Persamaan **dari pecahan**

Dengan kata lain, untuk menambahkan pecahan dengan penyebut yang tidak sama, temukan pecahan yang setara dengan penyebut persekutuan. Kemudian jumlah tersebut akan diwakili oleh jumlah dari pembilang atas penyebut persekutuan.

Contoh 4.3

Contoh lain dari penjumlahan pecahan menggunakan penyebut tidak sama yaitu :

$\frac{17}{15} + \frac{12}{5} = \frac{17}{15} \cdot \frac{4}{4}$ $\frac{5 \,.\, 5}{12 \,.\, 5}$ $+$ ——— $= \frac{68}{60} +$

$\frac{25}{60} = \frac{93}{60} =$ $\frac{31}{20}$

Pada contoh di atas merupakan metode alternatif yang dapat digunakan. Daripada menggunakan 15 kali 12 sebagai penyebut persekutuan, kelipatan persekutuan terkecil dari 12 dan 15 dapat digunakan. KPK (12, 15) = 22. 3. 5 = 60. Meskipun menggunakan KPK dari penyebut (disebut penyebut persekutuan terkecil atau disingkat PPT) menyederhanakan perhitungan kertas dan pensil, dengan menggunakan metode ini tidak selalu menghasilkan jawaban dalam bentuk yang lebih sederhana seperti dalam kasus

sebelumnya.gunakan30 Sebagaisebagai penyebutcon toh, untukpersekutuanmencari karena $\frac{10}{3}$ —— $+ \frac{15}{8}$,

KPK (10,15) = 30. Dengan demikian

sederhana. 103 $+ 158 =$ Pada 309 contoh $+ 1630 =$ tersebut 2530 yangmetodetidakyangdalamdigunakanbentuk

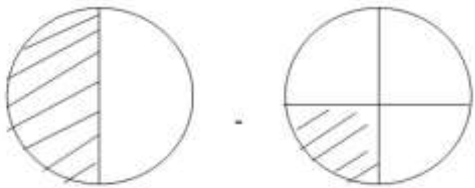
berbeda dengan apa yang sudah diutarakan diatas. Pada metode ini pembilang dikalikan dengan bilangan yang sama yang dikalikan dengan penyebut.

C. PENGURANGAN PECAHAN

1. Pengurangan Pecahan Berpenyebut Sama

Operasi hitung pecahan memiliki aturan yang sama seperti operasi hitung penjumlahan. Pengurangan pada pecahan yaitu lain.misalnya ibu memberikan $\frac{1}{4}$ irisan semangka dari $\frac{1}{2}$ irisan semangka ke tetangga. Maka penulisannya yaitu $\frac{1}{2} - \frac{1}{4}$

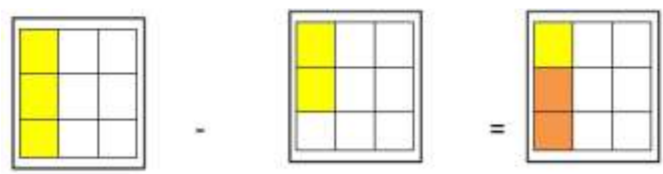
Jika di ilustrasikan dengan gambar maka seperti ini:



$\frac{1}{2} - \frac{1}{4}$

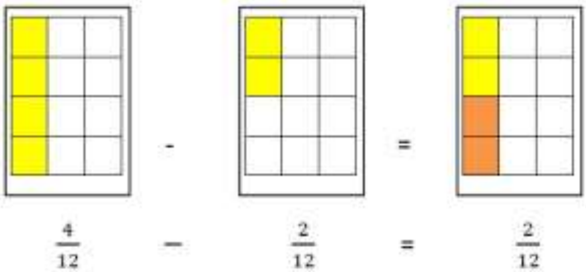
Contoh 4.4

irisan dari suatu pecahan oleh pecahan



$\frac{3}{9} - \frac{2}{9} = \frac{1}{9}$

Contoh 4.5



Pendekatan Missing-Addend

Konsep pengurang pecahan sama seperti pengurangan bilangan bulat. Pengurangan pecahan jika penyebutnya sama

Contoh 4.6

$\underline{5}$ hilang mengarah pada pendekatan take-

away.

argument^9 $-$ $\underline{2}^9$ makaini menunjukkanhasilnya nantibahwaadalahpendekatan$\underline{n}^9$ seperti addend$^9\underline{5} = \underline{2}^9$ yang+ $\underline{n}^9$

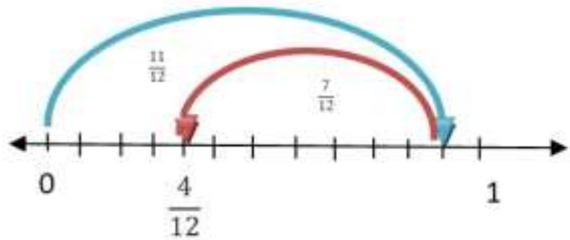
Jika $\underline{a}$

+ n atau a – c = n$b - b\underline{c}$ = $\underline{n}9$, menjadi $\underline{a}b = \underline{c+b}\underline{n}$. pengerjaannya a= c

Gambar dibawah ini menggambarkan pengurangan pada

garis angka dan12 menunjukkan bahwa $^{11}{}_{12}$ mengambilke 127 ^{7}

sama



dengan $_4$, 1211124 . atau itu harus ditambahkan 12

untuk mendapatkan

Contoh 4.7

tetap yaitu 66 − $^2{}_6$ = $^1{}_6$ diperoleh dari 3-2 = 1, sedangkan penyebutnya ^{3}

Contoh 4.8

^{14}15 − 15^7= 15^{7}diperoleh dari 14 – 7 = 7, sedangkan

penyebutnya tetap yaitu 15.

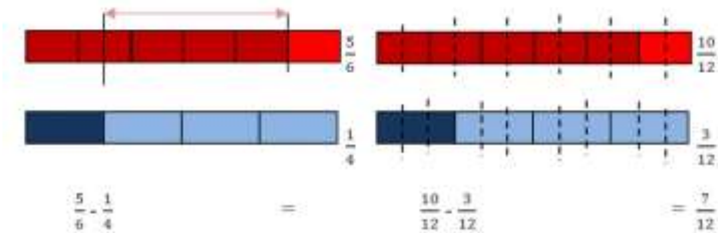
Pendekatan Take-Away

Perbedaan pada 5 dan

darimengganti46 . Untukpecahanmenghitung6ini denganperbedaan14 lebihpecahanbesartersebut,dariyang36 dankitamemilikikurangdapat

denominatordan 314 umum. Yang paling tidak umum

12



penyebut 56 dan adalah 12, jadi pecahan ini bisa diganti

dengan 1012

Jadi kesimpulan dari pengurangan pecahan jika penyebutnya sama, yang harus di hitung adalah pembilang dikurangi pembilanga. Sedangkan untuk penyebutnya tetap tidak usah dikurangkan antar penyebut.

Pecahan Campuran

Pengurangan campuran adalah pengambilan suatu bagian yang utuh dan ada bagian yang sudah dalam pecahan oleh bagian yang utuh juga atau hanya bagian dari kesatuan atau bisa jadi oleh bagian yang utuh dan ada bagian yang sudah terpecah. Misalnya ibu memberikan 1 $\frac{1}{2}$ dari 3 $\frac{1}{2}$ semangkanya kepada tetangga. Maka satu bagian yang utuh dan setengan dari bagian itu di ambil.

Bilangan Campuran Perbedaan antara dua bilangan campuran dapat ditemukan dengan mengurangi bagian seluruh nomor dan pecahan secara terpisah. Peminjaman juga diperlukan sebelum hal ini dapat dilakukan. Jika penyebutnya dari pecahan dalam jumlah campuran tidak sama, fraksi harus diganti dengan fractions memiliki common denominator. Dalam beberapa kasus, keduanya mengelompokkan kembali dan mengubah penyebut akan diperlukan sebelum jumlah campuran dapat dikurangkan. **Contoh 4.9**

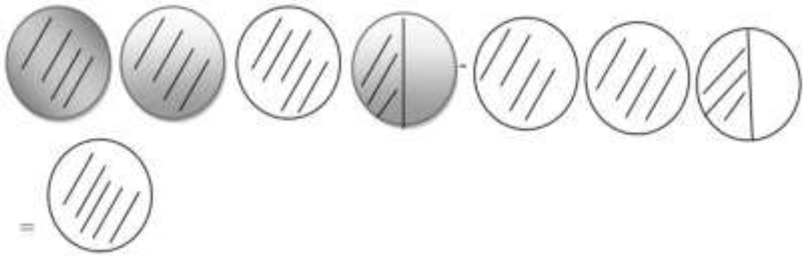
6 = 6-5 = 1

3

5$\frac{3}{}$ − $\frac{2}{5}$ 5=$\frac{2}{}$5 3-2 = 1, ditulis $\frac{1}{5}$

5—Jika kita ingin melalukan pengurangan pecahan campuran, maka kita harus menyamakan penyebutnya. Hal ini berlaku jika penyebut dari masing-masing pecahan berbeda. Tetapi jika kita melakukan pengurangan dengan penyebut sama maka kita lakukan dengan cara pengurangan pecahan biasa yang menggunakan penyebut sama. **Contoh 4.10**

$3\frac{1}{2} - 1\frac{1}{2} = ...$



Dari gambar tersebut, yang bewarna adalah bagian yang diambil dari bagian yang berada di sebelah kanan pengurangan. Sehingga hasilnya yaitu 1

Jika kita menghitung operasi hitung campuran dengan penyebut sama maka kita tinggal mengurangi satuannya dan pembilangnya. **Contoh 4.11**

$3\ \frac{1}{2} - - \frac{1}{2}$ 1hasilnya $= \frac{1}{2}$ 0= 3 – 1 = digabungkan2 yaitu 2.

Karena setengah bagian $\frac{1}{2}$ Jadi

dikurangi setengah bagian habis dan hasilnya 0 jadi hanya ditulis 2.

Contoh 4.12

$5\ \frac{5}{6} - - \frac{1}{6}3 = \frac{1}{6} = \frac{4}{6}$ 5 – 3 = 2 $\quad \frac{4}{6}\ \frac{5}{6}$

Jadi hasilnya digabungkan menjadi 2

2. Pengurangan Pecahan Berpenyebut Berbeda

Aturan umum untuk mengurangkan pecahan biasanya dinyatakan dengan menggunakan denomina umum-Untuk itu adalah produk dari dua penyebut, meskipun ini mungkin bukan yang paling sedikit common penyebut setelah dua pecahan memiliki penyebut yang sama , perbedaannya dihitung dengan mengurangkan pembilang dan membiarkan penyebutnya. Pecahan kadang bisa disederhanakan jika pembilang dan penyebutnya ditemukan memiliki faktor yang sama.

Bilangan Campuran Perbedaan antara dua bilangan campuran dapat ditemukan dengan mengurangibagian seluruh nomor dan pecahan secara terpisah. Terkadang meminjamin diperlukan sebelum hal ini dapat dilakukan. Jika penyebutnya dari pecahan dalam jumlah campuran tidak sama, pecahan harus diganti dengan fraksi memiliki common denominator. Dalam beberapa kasus, keduanya mengelompokkan kembali (borrowing) dan mengubah penyebut akan diperlukan sebelum jumlah campuran dapat dikurangkan.

Pengurangan berpenyebut berbeda:

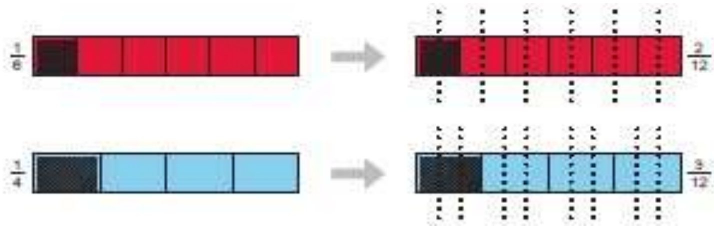
Contoh 4.13

Dan dapat juga dengan cara perhitungan sebagai berikut:$a35b$ -- $1\ cd$ =

=$(3(\times a\times 35)d-\times b)\times -3(1d(\times c\times 5)b)$=dengan syarat$915-5$ = 154 b dan d ≠ 0

3

Contoh 4.14 54 - ((5x 3:5)x 45)x–3(5x3:3)x 2) = 1215–10 = 152



1

4 - 16 = 123 - 122 = 121 14

Gambar di atas menunjukkan bahwa pengurangan dan

16 dilakukan dengan menyamakan penyebutnya dengan cara

menentukan KPK dari 4 dan 6 yaitu 12. Sehingga bilangan

pecahan tersebut dapat diperoleh hasilnya.

Jadi, dari beberapa contoh di atas dapat disimpulkan bahwa pengurangan yang berbeda penyebutnya harus dilakukan dengan menyamakan penyebutnya, yaitu harus menentukan KPK dari bilangan tersebut. Dan setelah dilakukan penyamaan penyebut, maka pecahan tersebut baru bisa dikurangkan.

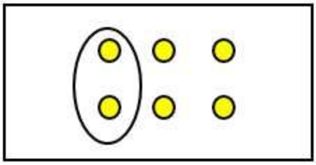
D. PERKALIAN PECAHAN

1. Perkalian Suatu Konstanta dengan Pecahan

Bilangan yang memiliki kedudukan dari dua indikasi angka bilangan disebut dengan sebuah rumus matematika *m x n*, pada tahap pertama nilai yang memiliki bilangan angka awal dituliskan sebagai rumus (*m)* sedangkan bagian yang memiliki bilangan bulat yang terbesar dituliskan dengan rumus (*n)*.didalam contoh yang ada memakai bilangan awal dengan menggunakan angka bilangan bulat 2 dan angka bilangan selanjutnya adalah angka yang memliki nilai bilangan bulat yang besar adalah 3, seperti ini contohnya 2 x 3.

Bilangan yang dapat menjadi sebuah bilangan pecahan dengan menggunakan perkalian dapat dilihat dari sebuah penulisan untuk merumuskan yang sama dengan tahapan diatas. Penggunaan blangan berikut adalah sebuah kasus yang sering terjadi didalam sebuah perkalian pecahan seperti, $\frac{1}{3}\ x$ 6. Dalam membenarkan sebuah penjabaran dari pecahan perkalian disamping bisa dilihat dari blangan pecahan diawal, bilangan itu dijadikan sebuah patokan utama dari jumlah nilai yang dibutuhkan seberapa banyak, sedangkan untuk angka bilangan yang berikutnya diambil dari bilangan bulat agar dapat mesejajarkan hasil dengan pecahan di awal.

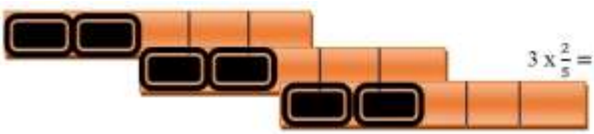
Ketika memakai sebuah permainan atau memakai sebuah penggunaan media kita bisa melakukan seperti gambar dibawah ini yang menunjukan cara untuk menerapkan soal pecahan perkalian diatas :



Di dalam gambar tersebut titik yang digunakan adalah bilangan bulat yang kedua 6, dan titik selanjutnya akan dibuat pola dengan angka pecahan awal dengan cara titik 3 diberikan dengan sejajar atau vertikal, sedangkan titik dibawahnya mengikuti pola titik diatas. Ditemukan bahwa jawaban dari sebuah soal diatas adalah 2, diambil dari titik pertama di pola atas dan dibawahnya.

Menggunakan cara pengembangan dalam bilangan bulat harus memiliki angka bilangan bulat yang seluruh jumlahnya besar dari angka bilangan 1. Bilangan kedua akan melakukan sebuah perkalian. Ada beberapa hal yang harus diperhatikan saat mengkalikan sebuah pecahan yang kurang dari bilangan angka 1, bilangan yang memiliki posisi kedudukan yang lebih rendah dari angka bilangan kedua sebagioan dapat dilakukan dengan cara berikut :

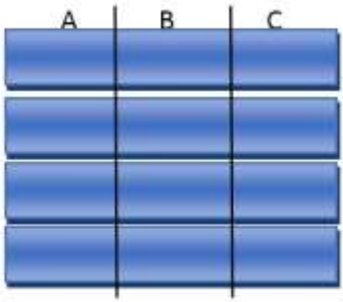
Kelompok pecahan akan diberikan dengan menjumlahkan angka yang sama. Gambar 5.42 adalah sebuah contoh penerapan dengan menggunakan sebuah balok. Dan soal yang akan dikerjakan adalah 3 x 2515 dengan . menunjukan



$3 \times \frac{2}{5} = \frac{2}{5} + \frac{2}{5} + \frac{2}{5} = \frac{6}{5}$ atau $1\frac{1}{5}$

sebuah pecahan yang sama dengan 1

Pecahan Pada Angka Awal 13 x 4 memiliki sebuah penjelasan seperti $\frac{1}{3}$ dari 4. Perkalian dengan pecahan ini menggunakan 4 balok utuh dengan membuat pembagian yang keseluruhanya menjadi sebuah 3 ukuran yang sama. Bagian yang memiliki arsiran 2 hitam pada masing masing bagian balok ditunjukan bahwa balok tersebut memiliki 3 posisi A, B, dan C. Pada posisi bagian A ,memiliki letak di sebelah kanan dan balok B berikutnya dimulai dengan posisi di balok yang dari posisi kanan yang berletak di posisi bagian ketiga. Pada posisi bagian C diposisikan diakhir dengan mengikuti posisi bagian kedua dengan letak yang sama seperti bagian balok pertama, yaitu posisi kedua dari balok yang ketiga.



$$\frac{1}{3} \times 4 = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$$

Pecahan seperti $\frac{1}{3}\ x\ 4$ dapat digambarkan dengan menggunakan posisi berbeda dan cara media yang berbeda. Terdapat sebuah persegi panjang yang diletakan secara

$$\frac{1}{3}\, x\, 4 = 1\frac{1}{3}$$

sejajar, dengan memiliki sisi kiri dan kanan yang sama seperti pada Gambar 5.44. ketika akan memisahkannya dapat diberikan sebuah garis panjang yang membuat 3 bagian potongan yang sama menjadi 3 bagian tersebut. Dari bagian bilangan pecahan kta bisa menambahkan bilangan angka 1 diawal pecahan, kareena bilangan itu akan menjadi sebuah bilangan$\frac{1}{3}$ yang $x\ 4 =$tetap1 $\frac{1}{3}$ 1. $\frac{1}{3}$, maka akan menjadi sebuah hasl

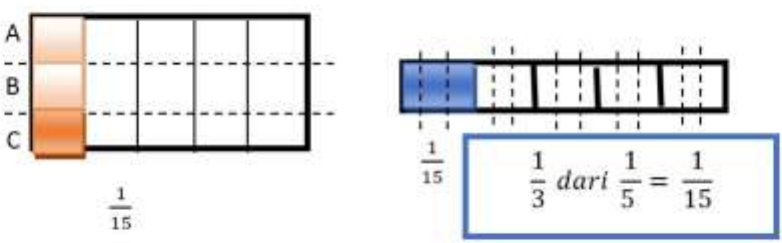
sepeti

2. Suatu Pecahan Dikalikan Dengan Pecahan

Bilangan yang digunakan sebagai model percontohan adalah menggunakan angka bilangan yang kedua kedudukanya sama, yaitu bilangan 1. Dan angka bilangan berikutnya akan diambil dai$\frac{1}{3}$ bilangan$\frac{1}{5}$ yang berbeda, $\frac{1}{3}\ x\ \frac{1}{5}$

dapat dianggap seperti dari . Menggunakan sebuah tampilan agar mudah dipahami, hal yang dapat diperhatikan dimulai dengan persegi panjang yang ada terbagi menjadi bagian Bar. Agar dapat dipahami persegi panjang yang memiliki bagian 1 dari 5 bagian dapat di tandai dengan garis titik vertical. Kemudian garis tersebut akan menunjukan sebuah hasil gambar yang memiliki 3 bagian yang sejajar dari kelompok garis persegi panjang A, B, dan C.

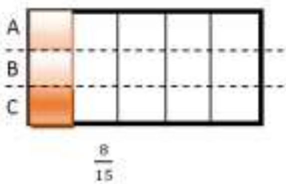
Gambar tersebut dimulai dari pecahan bagian $\frac{1}{5}$. Garis lurus pada sebuah Bar membuat 3 bagian yang sama. Akan lebih mudah ketika bagian awal A,B,C akan dibei warna pink yang menunjukan seolah seperti balok pertama sedangkan Bar keduanya $\frac{1}{3}$ dari $\frac{1}{5}$. Dengan begitu kita akan melihat sebuah model yang baru dari keseluruhan yang sudah dipecah menjadi $^{151}\,^{1}$, $=$dapat 15^{1} . dituliskan soal dan hasilnya sebagai berikut $^{1}3\ x\ 5$

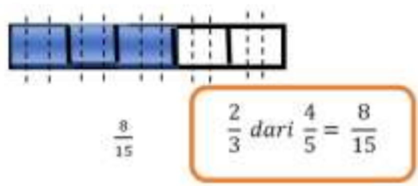


Selanjutnya pada bagian pecahan $\frac{2}{3}\ x\ \frac{4}{3}$ atau $\frac{2}{3}$ dari $\frac{4}{5}$, akan dipersiapkan dari sebuah persegi yang panjang dan memiliki sisi bagian yang terbagi menjadi 5 balok dan aka nada 1 sisi yang diarsir, sehingga menjadikan balok yang utuh adalah 4 bagian dan yang memiliki warna atau asiran adalah

1 diawal. Gambar tersebut akan menunjukan hasil sebuah pecahan yang dapat dutulis sepeti berikut $\frac{4}{5}$. Titik lurus pada bagian disetiap masing masing balok akan buat garis potongan, yang akan memisahkan 1 balomk tersebut menjadi sebuah model gambar kalau ditulis dalam angka pecahan adalah $\frac{2}{3}$ sama rata dengan bagian sisi balok lainya.

Agar dapat mudah dipahami gambar yang berbentuk horizontal akan diubah menjadi 3 bagian yang sama A, B,dan C, karena setiap bagian sudah memberika pola yang dapat terbelah menjadi vertical dan membuat model tersebut memiliki posisi yang sama disetiap 3 balok selanjutnya. Dalam bagian yang terbelah ada 3 bagian yang sama dengan sebuah model yang sebelumnya tidak memilik posisi yang bebeda. Pada sebagaian kecil dari pecahan model akan dihitung dai keseluruhan gambar $\frac{1}{15}$. Bagian ke 8 yang memiliki arsian gelap agar dapat dipastikan memiliki perwakilan dari sebuah jawaban sendiri seperti $\frac{8}{15}$, jadi $\frac{2}{3}\ x\ \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$





Perhatikan bahwa karena seluruh bilangan k sama dengan fraksi k1, produk yang melibatkan keseluruhan jumlah dan fraksi adalah kasus khusus peraturan untuk perkalian pecahan. **Contoh :**

1.**Solusi:** $12\ x\ 89$ 2. $47\ x\ -52$ 3. $6\ x\ 45$

1. 188 dari 49 2. -358 3. $245\ dari\ 4\ 45$

E. PEMBAGIAN PECAHAN

1. Konsep Pembagian Pecahan

Pembagian pecahan merupakan bilangan yang spesial yang menyatarakan penyebut dan juga pembilang . dapat dilihat dengan cara yang sama seperti pembagian bilangan bulat. Salah satu makna pembagian bilangan bulat ditunjukkan oleh pengukuran (subtraktif). Misalnya, untuk menjelaskan 15 ÷ 3, kita sering mengatakan, "Berapa kali bisa

kitabisa kurangibertanya,3 dari"Berapa15? kali"Demikiankita

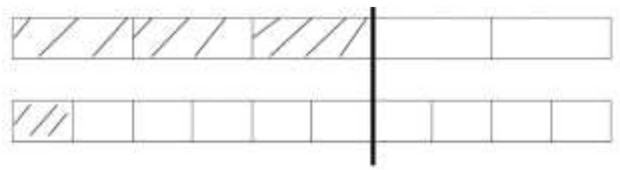
bisapula,menguranginyauntuk $35 \div 1011$ darikita

35 ? "Gambar dibawah menunjukkan bahwa jumlah berarsir10

1 bar bisa dikurangkan dari yang berbayang 35 bar 635kali.

Atau,10 dilihat dari segi perkalian, berbayang jumlah bar

10



$$\frac{3}{5} \div \frac{1}{10} = 6$$

adalah 6 kali jumlah yang diarsir dari bar 1 .

Interpretasi pembagian pecahan ini terus berlanjut meski tidak ada hasil sebuah bilangan bulat. Gambar pada halaman berikutnya menunjukkan bahwa jumlah yang diarsir dari $\underline{1}$ bar dapat dikurangkan dari jumlah yang diarsir dari $\underline{5}6$ bar $10$2 kali, dan ada sisanya. Sama seperti di seluruh pembagian, sisanya kemudian dibandingkan dengan pembagi menggunakan sebuah pecahan. Sisanya adalah ${}^{1}2$ sebesar pembagi, jadi hasil bagi adalah 2 12 .

Salah satu cara awal membagi satu pecahan dengan pecahan yang lain adalah dengan mengganti kedua pecahan tersebut dengan pecahan yang memiliki faktor persekutuan. Bila ini selesai, hasil bagi bisa diperoleh dengan mengabaikan penyebut dan membagi dua pembilang. Sebagai contoh,

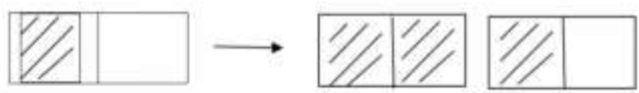
$$\overline{25} \div {}^{3}\overline{4} = \overline{208} \div {}^{15}\overline{20} = 8 \div 15 = \overline{158}$$

Salah satu metode yang saat ini diajarkan untuk membagi satu fraksi dengan yang lain adalah dengan membalikkan pembagi dan kalikan.

$$\underline{1}2 \div \underline{1}4 = \underline{1}2 \times \underline{4}1 = \underline{4}2$$

Gambar dibawah membantu untuk menunjukkan mengapa metode pembalikan dan penggandaan bekerja. Kami melihat di Bagian teknik perhitungan mental disebut hasil bagi yang sama, dimana kita mengenali bahwa ukuran relatif dua himpunan tidak berubah jika kedua himpunan dibelah dua atau keduanya tiga kali lipat. Secara umum, hasil bagi dua angka bisa diganti dengan membagi atau mengalikan kedua nomor dengan nomor yang sama. Ukuran relatif dari jumlah naungan dari dua batang pada bagian a dari Gambar dibawah tidak berubah oleh tiga kali lipat jumlah ini untuk mendapatkan batang pada bagian b. Batang baru di bagian b menunjukkan bahwa jumlah total bayangan

dari dua batang atas adalah $1\frac{1}{2}$ kali lipat jumlah total berbayang dari batang bawah.



Tiga kali lipat jumlah keduanya

Gambar ini melipat gandakan jumlah pada Gambar diatas dicatat dalam persamaan berikut dengan mengalikan kedua pecahan dengan 3.

$$\frac{1}{4} \div \frac{1}{5} = \left(\frac{1}{4} \times 5\right) \div \left(\frac{1}{5} \times 5\right) = \frac{5}{4} \div 1 = \frac{5}{4}$$

Dengan cara yang sama, untuk membagi ab dengan cd, teknik hasil-bagi-sama memungkinkan kita untuk mengalikan

kedua(*bd*Ini) $\frac{d}{c}$ angka=adalah$\frac{ad}{bc}$ denganhasil*bd.*

$\frac{a}{b}$yang÷ $\frac{c}{d}$= dihasilkan(*bd*) $\frac{a}{b}$ ÷ (*bd*)oleh$\frac{c}{d}$= (*bd*aturan) $\frac{a}{b}$ ÷

membalik-dan-mengalikan untuk menemukan hasil bagi dua pecahan.

Contoh 4.15 **1.** **Solusi 4.15** $\frac{1}{2} \div \frac{1}{3}$ **2.** $\frac{7}{8} \div \frac{2}{5}$ **3.** $\frac{2}{3} \div \frac{1}{4}$

1. $\frac{1}{2} \div \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{1} = \frac{4}{2} = 1\ \frac{2}{2}$

2. $\frac{5}{7} \div \frac{2}{3} = \frac{5}{7} \times \frac{3}{2} = \frac{15}{14} = 2\ 14\underline{5}$

3. **3.** $\frac{2}{3} \div \frac{1}{4} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{1} = 3\underline{8} = 2\ \frac{2}{3}$

Salah satu metode menghitung hasil bagi dua bilangan campuran adalah mengganti masing-masing campuran nomor dengan pecahan yang tidak benar dan gunakan definisi pembagian pecahan. **Contoh 4.16**

1. $5\ \frac{1}{3} \div 1\ \frac{1}{8}$ **2.** $8\ \frac{3}{4} \div 2\ \frac{1}{2}$

Solusi 4.16

1.5 1334 ÷1÷2 1821 = 35=4 16÷3 52÷ =98 35=4 16×3 25× =98 7020= 128=2772 == 43 202721

2. 8

Keempat operasi dasar dapat dilakukan pada pecahan dan jumlah campuran dengan kalkulator yang menampilkan pecahan. Masing-masing operasi ini diilustrasikan dalam contoh berikut.

2. Pembagian Pecahan dengan dan tidak Menggunakan Model Algoritma

Membahas pembagian yang dapat diawali dengan menggunakan beberapa masalah, diantaranya :Pembahasan pembagian ini diawali dengan mengajukan beberapa masalah, yaitu:

Dengan tidak menggunakan algoritma pembagian, kerjakan soal-soal dibawah ini: dengan tidak menggunakan algoritma dalam pembagian, selesaikan permasalahan-permasalahan ini, tanpa menggunakan algoritma pembagian, selesaikan masalah-masalah berikut:

Contoh 4.17

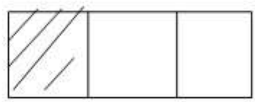
1) 8 : 2 =

2) 13: :13 2==

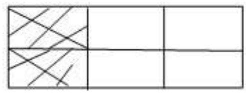
3) 1 12 : =

4) 13

Permasalahan a kini kita dapat menyelsesaikan dengan menggunakan cara pemahaman terhadap bilangan yang sebenarnya : : 2 = 4 karena 8 – Persoalan b, dapat kita seharusnya dapat digunakan



Mewakili $\frac{1}{3}$



sebagai berikut 8 2 – 2 – 2 - 2 = 0. yaitu $\frac{1}{3}$: 2 tidak selesaikan. kita mencoba untuk definisi di atas.

Dengan menggunakan pendekatan luas daeah bangun datar . Silahkan perhatikan gambar dibawah ini.

Dengan demikian, $\frac{1}{3} : 3 = \frac{1}{6}$

Masalah c, yaitu 1, tidak3 : 2dapat= 16 diselesaikan dengan

Mewakili 1

menggunakan masalah1: sama3 seperti a sehingga tidak dapat kita selesaika dengan cara masalah b .dengan demikian perlu kita definisikan baru untuk dapat menyelesaikan masalah c untuk menyelesaikan masalah c, yaitu: 1 = ….., seperti

1…Akhirnya,: ..31x dengan13

=kita1beberapa,.dapatsepertimendapatkaninikalimatkita

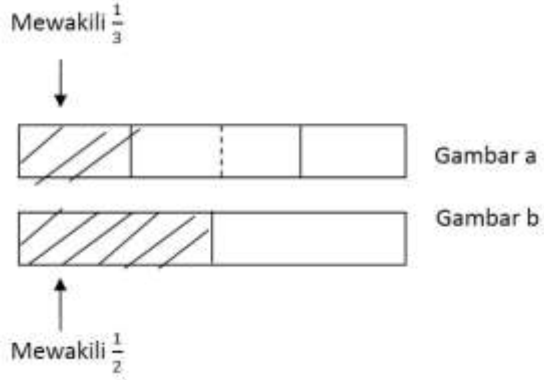
dapatbahwa31agarmenjelaskan11:sama:3 1 = dengan3

karenabahwa1.3

xlangsung31Permasalahan= 1.kita menyesaikand,yaitu dengan12 :
31tidakmenggunakandigunakan3carasecarayang

dapat menyelesaikan masalah a maupun masalah b; tapi disini kita dapat memakai definisi baru ini menyelesaikan permasalahan c. $1^2 : 1^3 =$ ...., artinya .....x $1^3 = 1^2$

.selanjutnya , lihat contoh dibawah ini.



Dari gambar di atas terlihat bahwa kita membutuhkan 1 gambar gelap bagian b.$\frac{1}{2}$ kali bidang gelap gambar a untuk

bisa dengan menutup **Contoh 4.18**Dapat dikatakan, $1 \frac{1}{2} x \frac{1}{3}$

$= \frac{1}{2}$, $atau$, $\frac{3}{1}$: $\frac{1}{2} = 1 \frac{1}{2}$

Dengan menggunakan algoritma, permasalah pembagian di atas dapat kita selesaikan sebagai berikut: 1) 6 : 2 = $\frac{6}{2}$ = 3

2) $\frac{1}{2}$: 2 = $\frac{1}{2}$: $\frac{2}{1}$ = $\frac{1}{2}$ x $\frac{1}{2}$ = $\frac{1}{4}$ = $\frac{1}{4}$

BIODATA PENULIS

Mohammad Faizal Amir, lahir di Sidoarjo, Jawa Timur pada tanggal 17 September 1989. Penulis sekarang sedang menempuh studi S3 di universitas Negeri Malang pada Keilmuan Pendidikan Matematika.

Pendidikan S1 bidang Pendidikan Matematika ditempuh di prodi pendidikan matematika FMIPA, Universitas Negeri Surabaya, pada tahun 2007. Selanjutnya penulis menempuh pendidikan S2, juga pada prodi pendidikan matematika, Pascasarjana Universitas Negeri Surabaya, pada tahun 2011. Penulis aktif mengajar di Universitas Muhammadiyah Sidoarjo mulai tahun 2012 yang berhombase di Prodi Pendidikan Guru Sekolah Dasar (PGSD). Penulis juga aktif melakukan tridarma, dalam bidang pengajaran, mata kuliah yang pernah diampu diantaranya adalah matematika dasar, matematika ekonomi, konsep dasar matematika, statistika dasar, dan pendidikan matematika sekolah dasar kelas tinggi, bilangan, dan geometri dan pengukuran. Kegiatan pengembangan diri yang dilakukan yakni mengikuti workshop ataupun pelatihan pendidikan matematika tingkat regional ataupun nasional. Bidang penelitian pernah dilakukan pada tahun 2015 sampai sekarang. Bidang pengabdian masyarakat dilakukan dengan menjadi pembicara workhsop ataupun lokakarya pendidikan, serta pernah menjadi juri dalam lomba pendidikan tingkat regional ataupun nasional. Beberapa Buku yang pernah ditulis sebelumnya Buku Matematika Dasar, Buku Metodologi Penelitian Dasar Bidang Pendidikan, dan Buku Konsep Dasar Matematika.

DAFTAR PUSTAKA

Adjie, Nahrowi dan R. Deti Rostika. (2009). Konsep Dasar Matematika. Bandung: UPI Press

De Walle, John A. Van. (1990). Elementary School Mathematics. White Plains, New York

Musser, G. L., & Burger, W. F. (1991). Mathematics for elementary teachers. Neew York: Maxwell Macmellan International.

Musser, G. L., Burger, W. F., & Peterson, B. E. (1988). *Mathematics for elementary teachers: A contemporary approach*. New York: Macmillan.

Polya, G. (2014). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. Princeton university press.

Soedjadi, R. (2000). Kiat Pendidikan Matematika di Indonesia. Jakarta: Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi Departemen Pendidikan Nasional

Soedjadi, R. (2007). Masalah Kontekstual Sebagai Batu Sendi Matematika Sekolah. Depdiknas, Unesa, dan PSMS.