UMSIDA PRESS
Jl. Mojopahit 666 B Sidoarjo

ISBN 978-979-3401-73-7

STATISTIKA DASAR
KONSEP DAN APLIKASINYA
Wiwik Sulistiyowati, ST., M.T.
Cindy Cahyaning Astuti, S.Si., M.Si.

WIWIK SULISTIYOWATI, ST., M.T.
CINDY CAHYANING ASTUTI, S.SI., M.SI.

UMSIDA PRESS

STATISTIKA DASAR

KONSEP DAN APLIKASINYA

Edisi Revisi

UNIVERSITAS MUHAMMADIYAH SIDOARJO 2017

BUKU AJAR
STATISTIKA DASAR

Penulis

Wiwik Sulistiyowati, ST., M.T.
Cindy Cahyaning Astuti, S.Si., M.Si.

Diterbitkan oleh
UMSIDA PRESS
Jl. Mojopahit 666 B Sidoarjo
ISBN: 978-979-3401-73-7

BUKU AJAR
STATISTIKA DASAR

Penulis :
Wiwik Sulistiyowati, ST., M.T.
Cindy Cahyaning Astuti, S.Si., M.Si.

ISBN :
978-979-3401-73-7

Editor :
Septi Budi Sartika, M.Pd

M. Tanzil Multazam , S.H., M.Kn.

Copy Editor :
Fika Megawati, S.Pd., M.Pd.

Design Sampul dan Tata Letak : Mochamad Nashrullah, S.Pd

Penerbit : UMSIDA Press

Redaksi :
Universitas Muhammadiyah Sidoarjo
Jl. Mojopahit No 666B
Sidoarjo, Jawa TImur

Cetakan kedua, Agustus 2017

KATA PENGANTAR

Dengan mengucapkan puji syukur Allhamdullillah, atas berkat rahmat Allah SWT, kami dapat menyelesaikan buku ajar dengan judul "**Statistik Dasar edisi Revisi".** Kami selaku tim penyusun mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu kami selama proses pelaksanaan penyusunan sampai dengan terselesainya buku ajar ini. Kami menyadari, dalam buku ajar yang kami susun masih banyak kekurangan, sehingga kami berharap pembaca dan pengguna dapat memberikan masukkan/ kritik yang sifatnya membangun. Semoga apa yang kami hasilkan ini dapat memberikan manfaat bagi pembaca dan mahasiswa.

Penyusun

DAFTAR ISI

BAB 1
PENDAHULUAN

Peranan statistik dalam aktivitas sehari-hari telah banyak digunakan, baik untuk keperluan sehari-hari di rumah tangga atau keluarga. Salah satunya adalah dalam pembagian pos-pos pengeluaran. Selain itu statistik juga banyak digunakan dalam pemerintahan, industri dan dunia pendidikan. Misalkan untuk dunia pendidikan, statistika digunakan dalam menentuan nilai ketuntasan siswa, baik secara deskriptif maupun secara inferensi.

1.1 Pengertian Statistik

Santoso (2004) menyatakan bahwa statistika adalah ilmu yang berkaitan dengan data. Hal-hal yang tercakup dalam statistika adalah pengumpulan, klasifikasi, peringkatan, organisasi, analisis dan interpretasi informasi numerik. Sudjana (2005), menyampaikan bahwa statistik adalah menyatakan kumpulan data, bilangan maupun non bilangan yang disusun dalam tabel dan atau diagram, yang melukiskan atau menggambarkan suatu persoalan, lebih lanjut, sudjana (2005) menambahkan bahwa dengan statistika merupakan pengetahuan yang berhubungan dengan cara-cara pengumpulan data, pengolahan atau pengAnalisisannya dan penarikan kesimpulan berdasarkan kumpulan data da penganalisisan yang dilakukan. Spiegel (2004) menyatakan bahwa statistik adalah disipin ilmu yang berhubungan dengan metodemetode ilmiah yang digunakan untuk mengumpulkan, mengolah, meramu, menyajikan dan mengAnalisis data, termasuk juga menarik kesimpulan yang benar dan membuat keputusan secara rasional berdasarkan AnalisisAnalisis tadi. Sehingga dari beberapa ahli yang telah menjelaskan pengertian statistik maka dapat diartikan bahwa statistik adalah suatu ilmu yang digunakan untuk memecahkan suatu permasalahan dengan menggunakan beberapa tahapan yaitu pengumpulan data, pengolahan data, Analisis data dan intepretasi data serta kesimpulan dan keputusan yang diambil berdasarkan Analisis yang telah dilakukan.

1.2 Jenis Statistik

Jenis statistik dibedakan menjadi dua, yaitu statistika deskriptif dan statistika inferensi.

a. Statistika Deskriptif yaitu statistika yang menggunakan metode numerik dan grafik untuk mencari pola dalam suatu kumpulan data, meringkas informasi yang terkandung dalam kumpulan data, dan menghadirkan informasi dalam bentuk yang diinginkan (Santosa, 2004).

b. Statistika Inferensi yaitu statistik yang menggunakan data sampel untuk membuat estimasi, keputusan, prediksi, dan generalisasi terhadap kumpulan data yang lebih besar (Santoso, 2004).

1.3 Elemen Dasar Statistika

Dalam pembelajaran statistik, terdapat elemen-elemen dasar statistika yaitu:

a. Populasi adalah keseluruhan obyek yang akan diteliti.

   Contoh : Seluruh mahasiswa Universitas Muhammadiyah Sidoarjo

b. Sampel adalah bagian dari populasi.

   Contoh : Mahasiswa Fakultas Teknik Universitas Muhammadiyah Sidoarjo.

c. Data adalah sesuatu yang diketahui meskipun belum tentu benar, dimana data dapat digunakan untuk menggambarkan suatu keadaan.

d. Informasi adalah daya yang telah diolah.

e. Variabel adalah karakteristik atau sifat dari unit individual populasi.

1.4 Tipe Data

Dalam ilmu statistik, data dibedakan menjadi dua tipe, yaitu:

a. Data Kualitatif

   Pengukuran yang tidak dapat diukur pada skala numerik, dan hanya dapat diklasifikasikan dalam salah satu grup atau kategori.

   Contoh : jenis kelamin, tipe kendaraan

b. Data Kuantitatif

   Data yang dapat dikodekan dengan skala numerik. Terdapat dua jenis data kuantitatif, yaitu diskrit dan kontinu.

   - Diskrit merupakan hasil pencacahan

     Contoh : banyaknya mahasiswa yang hadir kuliah, banyaknya sepeda motor yang parkir dihalaman parkir kampus 2.

   - Kontinu merupakan hasil pengukuran

     Contoh : berat badan mahasiswa, jarak antara kampus 1 dan kampus 2.

1.5 Skala Pengukuran Data

Terdapat empat skala pengukuran data dalam statistik, yaitu:

1. Skala Nominal

   Skala yang mempunyai sifat membedakan.

   Contoh : Angka 1 menyatakan handphone merk ipod, angka 2 menyatakan handphone merk samsung, angka 3 menyatakan handphone merk lenovo.

2. Skala Ordinal

   Skala yang mempunyai sifat membedakan dan mengurutkan.

   Contoh: Dalam menyebarkan kuesioner, terdapat pembobotan untuk menggambarkan jawaban dari responden dalam memberikan penilaian kualitas pelayanan bank, dimana skala 1 menunjukkan sangat tidak baik, 2 menunjukkan tidak baik, 3 menunjukkan baik dan 4 menunjukkan sangat baik.

3. Skala Interval

   Skala yang mepunyai sifat membedakan, mengurutkan, jarak antara nilai tetap dan mempunyai nilai nol yang tidak mutlak.

Contoh: Waktu tengah hari menunjukkan pukul 12.00, tengah malam menunjukkan pukul 00.00.

4. Skala Rasio

   Skala yang empunyai sufat membedakan, mengurutkan, jarak antar nilai tetap dan mempunyai nilai nol yang mutlak.

   Contoh : Jumlah peserta rapat yang hadir adalah 50 orang.

1.6 Rangkuman

a. Statistik maka dapat diartikan bahwa statistik adalah suatu ilmu yang digunakan untuk memecahkan suatu permasalahan dengan menggunakan beberapa tahapan yaitu pengumpulan data, pengolahan data, Analisis data dan intepretasi data serta kesimpulan dan keputusan yang diambil berdasarkan Analisis yang telah dilakukan.
b. Jenis Statistika ada dua yaitu statistik Deskriptif dan statistik inferensi
c. Elemen Dasar Statistika adalah : populasi, sampel, data, informasi, dan variabel.
d. Terdapat dua tipe data yaitu data kualitatif dan data kuantitatif.

e. Terdapat 4 (empat) skala pengukuran, yaitu skala nominal, skala ordinal, skala interval dan skala rasio.

1.7 Soal Latihan

1. Jelaskan pengertian statistik dan statistika!
2. Statistika dibedakan menjadi dua, sebutkan dan berikan contohnya dalam aktivitas kehidupan seharihari!
3. Jelaskan pengertian populasi dan sampel dan berikan contohnya!
4. Jelaskan pengertian data kualitatif dan kuantitatif, sertakan contohnya!

Daftar Pustaka

Martiningtyas, Nining (2011)., *Teori, Soal dan Pembahasan Statistika*. Jakarta :PT.Prestasi Pustakaraya.

Santosa., R Gunawan., (2004).*Statistik*..Yogyakarta : Andi

Spiegel, Murray R (2004)., *Statistik*. Jakarta:Erlangga

Sudjana, (2005). *Metode Statistika*. Bandung:Tarsito

Wibisono, Yusuf (2009). *Metode Statistik*. Yogyakarta:Gadjah Mada University Press.

BAB 2

PENYAJIAN DATA

Data hasil observasi, wawancara maupun penyebaran kuesioner yang telah dikumpulkan baik dari suatu populasi maupun sampel yang digunakan dalam pengolahan data dan Analisis yang digunakan sebagai pengambilan keputusan, maka perlu diatur dan disajikan dalam bentuk yang baik, jelas dan mudah dipahami.

Terdapat dua cara penyajian data yang sering digunakan yaitu tabel atau daftar dan grafik atau diagram.

2.1 Tabel atau Daftar

Secara umum, skema garis besar untuk sebuah tabel terdapat beberapa bagian (Sudjana, 2005), yaitu:

1. Judul Daftar ditulis ditengah-tengah bagian teratas, dalam beberapa baris, semuanya dengan huruf besar.
2. Judul Kolom dan judul baris ditulis dengan singkat dan jelas, bisa dalam beberapa baris dan usahakan jangan melakukan pemutusan kata.
3. Sel Daftar tempat nilai-nilai data dituliskan.
4. Catatan
   terdapat dibawah kiri sebagai catatan-catatan yang perlu diberikan atau ditambahkan.

Terdapat 3 (tiga) jenis tabel atau daftar, yaitu:

a. Daftar Baris Kolom

Pada perusahaan "X", telah dilakukan transaksi pembelian barang-barang oleh unit A.

Pembelian barang-barang dalam ribuan unit dan jutaan rupiah pada tahun 2013-2015

Barang	2013		2014		2015	
	Banyak	Harga	Banyak	Harga	Banyak	Harga
A	8,3	234,4	12,7	307,8	11,0	290,4
B	10,8	81,4	9,4	80,5	13,0	92,0
Jumlah	19,1	315,8	22,1	388,3	24,0	382,4

Catatan : Data olahan

b. Daftar Kontingensi

Untuk data yang terdiri atas dua faktor atau dua variabel, dimana faktor yang satu terdiri atas b kategori dan lainnya terdiri atas k kategori, dapat dibuat daftar kontingensi berukuran bxk dengan b menyatakan baris dan k menyatakan kolom.

Banyak Murid Sekolah di Daerah A menurut Tingkat Sekolah dan Jenis Kelamin pada tahun 2013-2015

Tingkat Sekolah / Jenis Kelamin	SD	SLTP	SLTA	Jumlah

Laki-laki	4.758	2.795	1.459	9.012
Perempuan	4.032	2.116	1.256	7.404
Jumlah	8,790	4.911	2.715	16.416

Catata : Data Olahan

c. Daftar Distribusi Frekuensi

Data kuantitatif yang dapat dibuat menjadi beberapa kelompok.

Daftar Mahasiswa Universitas Muhammadiyah Sidoarjo berdasarkan Umur pada tahun 2015

UMUR	BANYAK MAHASISWA
17-20	1.172
21-24	2.758
25-28	2.976
29-32	997
33-36	205
Jumlah	8.108

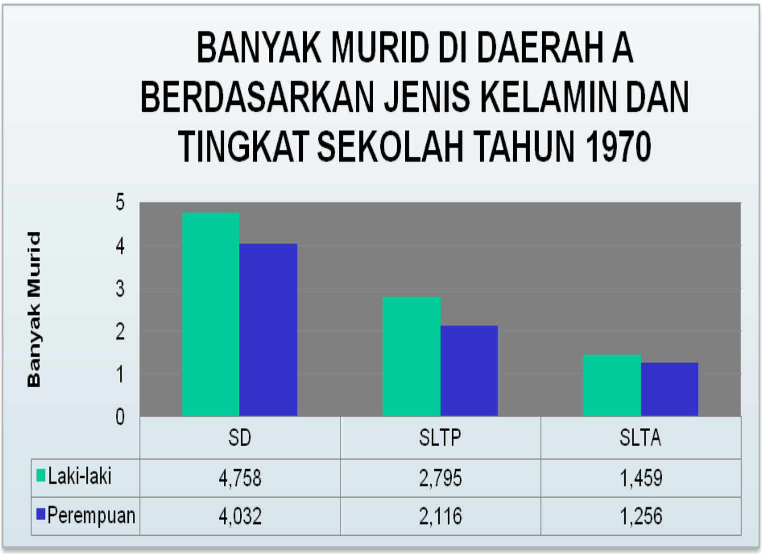
Catatan : Data Olahan

2.2 Grafik atau Diagram

Terdapat beberapa jenis diagram, yaitu:

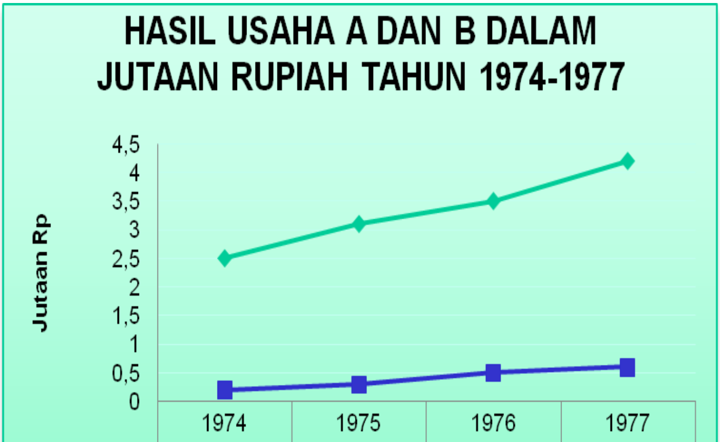
1. Diagram Batang

Data yang variabelnya berbentuk kategori atau atribut sangat tepat disajikan dalam diagram batang. Untuk menggambar diagram batang diperlukan sumbu datar dan sumbu tegak yang berpotongan tegak lurus. Kedua sumbunya dibagi menjadi beberapa skala, tetapi tidak perlu sama skalanya. Jika diagram dibuat tegak, maka sumbu datar menyatakan atribut atau waktu, sedangkan sumbu tegak menyatakan kuantum atau nilai data.



2. Diagram Baris

Untuk menggambarkan yang serba terus atau berkesinambungan. Diperlukan sumbu tegak dan sumbu datar yang saling tegak lurus. Sumbu datar menyatakan waktu, sedangkan sumbu tegaknya menyatakan kuantum data tiap waktu.



	1974	1975	1976	1977
Series1	2,5	3,1	3,5	4,2
Series2	0,2	0,3	0,5	0,6

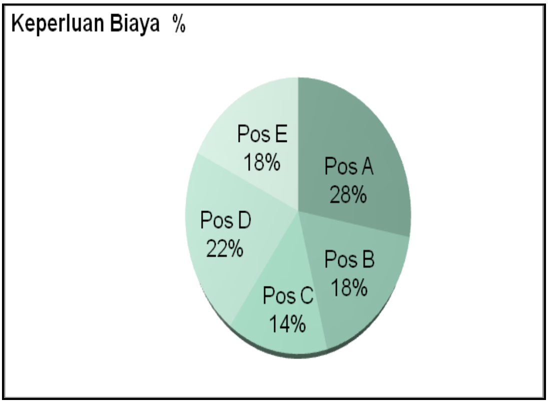
3. Diagram Lingkaran

Untuk membuat diagram lingkaran, gambarkan sebuah lingkaran, kemudian dibagi menjadi beberapa sektor. Tiap sektor melukiskan kategori data yang terlebih dahulu diubah kedalam derajat. Dianjurkan untuk pembagian mulai dari titik tertinggi lingkaran.

Diagram ini digunakan untuk melukiskan data atribut.

Keperluan Biaya

Untuk	%
Pos A	28
Pos B	18
Pos C	14
Pos D	22
Pos E	18
Jumlah	100



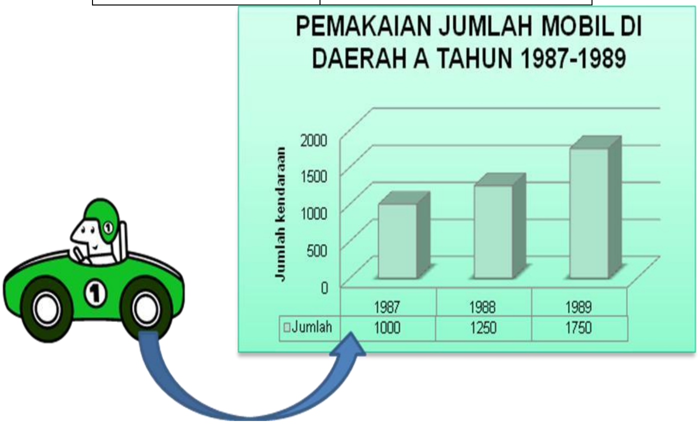
4. Diagram Lambang

Dipakai untuk mendapatkan gambaran kasar sesuatu hal dan sebagai alat visual bagi orang awam.

Kesulitannya adalah menggambarkan bagian simbul untuk satuan yang tidak penuh.

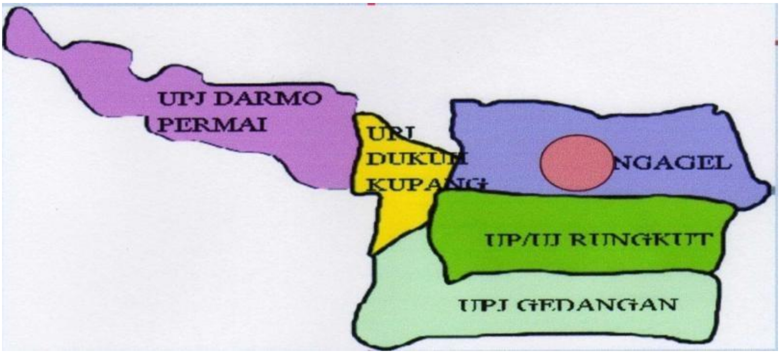
Penggunaan Kendaraa Mobil di Daerah A

Tahun	Jumlah
1987	1000
1988	1250
1989	1750



5. Diagram Peta

Diagram ini disebut juga kartogram. Dalam pembuatannya digunakan peta geografis tempat data terjadi. Sehingga, diagram ini melukiskan keadaan dihubungkan dengan tempat kejadiannya. Contoh : Pembagian wilayah pelayanan PLN di Surabaya.



2.3 Rangkuman

1. Terdapat dua cara dalam menyajikan data yaitu dengan tabel atau daftar dan grafik atau diagram.
2. Terdapat 3 (tiga) jenis daftar, yaitu daftar baris dan kolom, daftar kontingensi, dan daftar frekuensi.
3. Terdapat 5 (lima) jenis diagram, yaitu diagram batang, diagran garis, diagram lingkaran, diagram lambang dan diagram peta.

2.4 Latihan

1. Terdapat data jumlah mahasiswa di sebuah perguruan tinggi. Diketahui bahwa 130 mahasiswa dari Fakultas Ekonomi, 150 dari Fakultas Teknik, 125 dari Fakultas Hukum, dan 126 berasal dari fakultas psikologi. Susunlah data tersebut dalam bentuk tabel dan diagram batang.

Daftar Pustaka

Martiningtyas, Nining (2011)., *Teori, Soal dan Pembahasan Statistika*., Jakarta :PT.Prestasi Pustakaraya.

Sudjana, (2005)., *Metode Statistika*., Bandung:Tarsito

BAB 3

DISTRIBUSI FREKUENSI

3.1 Pendahuluan

Tabel Frekuensi merupakan salah satu jenis penyajian data. Tabel Frekuensi adalah cara umum untuk menata atau menyusun data yang dimiliki dalam sebuah tabel yang menunjukkan sebaran atau distribusi frekuensi data dan tersusun atas frekuensi tiap-tiap kelas atau kategori yang telah ditetapkan. Frekuensi tiap kelas atau kategori menunjukkan banyaknya pengamatan dalam kelas yang sedang diamati. Untuk memperjelas uraian diatas, diberikan contoh tabel frekuensi sebagaimana ditunjukkan pada Tabel 3.1.

Tabel 3.1. Tabel Frekuensi nilai akhir matakuliah statistika dasar

Interval (Selang) Kelas	Frekuensi (*f*)
51-60	5
61-70	8
71-80	19
81-90	7
91-100	6
Total	45

Dengan mempelajari tabel frekuensi yang ditunjukkan dalam Tabel 3.1 paling tidak kita dapat mengetahui gambaran secara umum kemampuan mahasiswa terhadap matakuliah statistika dasar yang diberikan. Bentuk tabel frekuensi yang lain dapat ditunjukkan pada Tabel 3.2. sebagai berikut. Tabel 3.2. Tabel Frekuensi banyaknya bola pada suatu kotak

Kelas	Frekuensi (*f*)
Bola Merah	16
Bola Biru	18
Bola Hijau	15
Bola Kuning	19
Bola Ungu	22
Total	90

Tabel 3.2 adalah tabel frekuensi dengan kelas bukan merupakan selang (interval) tetapi menunjukkan banyaknya sesuatu yang diamati. Bila dibandingkan Tabel 3.1 dan Tabel 3.2 jelas terdapat perbedaan. Tabel 3.1 merupakan tabel frekuensi yang kelasnya merupakan selang (interval) sedangkan Tabel 3.2 merupakan tabel frekuensi yang kelasnya merupakan banyaknya sesuatu.

Pembuatan tabel frekuensi dengan kelas sebagaimana ditunjukkan pada Tabel 3.2 tentu saja tidak sulit dilakukan, yaitu dengan cara menghitung berapa banyak pengamatan yang mempunyai nilai sesuai kelas yang telah ditentukan. Yang perlu dipelajari lebih lanjut adalah cara pembuatan tabel frekuensi apabila kelasnya merupakan selang sebagaimana dicontohkan pada Tabel 3.1.

Pembahasan tentang tahapan-tahapan yang dilakukan dalam pembuatan tabel frekuensi yang kelasnya merupakan selang adalah sebagai berikut.

3.2 Tahapan Pembuatan Tabel Frekuensi

a. Penentuan banyaknya selang kelas (k)

Banyaknya selang kelas tergantung pada jumlah pengamatan dalam data yang kita miliki. Pengamatan yang tidak terlalu banyak tentunya tidak memerlukan selang kelas yang banyak, begitu pula sebaliknya pengamatan yang banyak memerlukan selang kelas yang cukup memadai untuk mencakup semua data pengamatan yang dimiliki. Menurut Yitnosumarto (1990), persamaan yang digunakan untuk penentuan banyaknya selang kelas dinyatakan sebagaimana persamaan 3.1. sebagai berikut.

$$\boxed{k = 1 + 3,3 \log n} \qquad (3.1)$$

di mana :

k = banyaknya kelas n

= jumlah data

b. Penentuan selang dalam kelas (I)

Selang dalam kelas atau lebar kelas akan tergantung pada banyaknya kelas dan kisaran data atau disebut juga dengan *range*. Hal penting yang perlu diperhatikan dalam penentuan selang dalam kelas adalah semua selang dalam kelas harus memiliki lebar kelas yang sama. Untuk menentukan selang dalam kelas terlebih dahulu harus mengetahui banyak kelas (k) yang telah dihitung pada tahapan pertama. Menurut Yitnosumarto (1990), persamaan yang digunakan untuk penentuan selang dalam kelas dinyatakan sebagaimana persamaan 3.2 sebagai berikut.

$$I = \frac{R}{k} \quad (3.2)$$

di mana :

R = *range* atau kisaran k =

banyaknya selang kelas

Range atau kisaran dapat diperoleh dari selisih antara nilai pengamatan tertinggi dengan nilai pengamatan terendah, menurut Yitnosumarto (1990), persamaan untuk menghitung kisaran dinyatakan pada persamaan 3.3 sebagai berikut.

$$\boxed{R = X_{max} - X_{min}} \qquad (3.3)$$

di mana :

X_{maks} = nilai pengamatan tertinggi

X_{min} = nilai pengamatan terendah

c. Penentuan batas kelas terendah untuk kelas pertama

Batas kelas terendah untuk selang kelas pertama merupakan bagian penting untuk ditentukan. Pada umumnya batas kelas terendah dari selang kelas pertama ditentukan sedemikian rupa sehingga akan memudahkan kita untuk melihat perbedaan selang kelas pertama dengan selang kelas kedua dan seterusnya. Untuk menjelaskan hal ini akan dijelaskan uraian sebagai berikut.

Apabila kita mempunyai data antara 63 sampai dengan 97. Data tersebut merupakan hasil penilaian terhadap kemampuan dengan kisaran nilai 0 sampai dengan 100. Misalkan dengan lebar kelas 10, tentu saja akan memudahkan kita menentukan selang kelas 61-

70, 71-80 dan seterusnya sampai dengan 91-100 dibandingkan dengan selang 63-72, 73-82 dan 93-102. Mengapa demikian? Hal ini karena tidak mungkin terdapat nilai 102 untuk kisaran nilai 0-100. Namun apabila semua data pada pengamatan dapat masuk dalam kisaran nilai yang ada, kita dapat langsung menggunakan nilai pengamatan terendah berdasarkan data. Catatan penting lain untuk memudahkan pembuatan tabel frekuensi adalah data yang diamati harus diurutkan terlebih dahulu.

3.3 Frekuensi Relatif dan Frekuensi Kumulatif

Contoh tabel frekuensi sebagaimana ditunjukkan pada Tabel 3.1 dan Tabel 3.2 dapat juga disertai dengan frekuensi relatif. Menurut Dajan (1991), frekuensi relatif dapat diartikan sebagai rasio antara frekuensi tiap-tiap kelas dengan frekuensi total atau banyaknya pengamatan secara keseluruhan. Frekuensi relatif dapat dinyatakan dalam bentuk proporsi terhadap frekuensi total dan dapat juga dinyatakan dalam bentuk presentase terhadap frekuensi total. Frekuensi relatif untuk Tabel 3.1 dan Tabel 3.2 dapat dinyatakan sebagaimana Tabel 3.3 dan Tabel 3.4 berikut.

Tabel 3.3. Sebaran frekuensi dan frekuensi relatif data pada Tabel 3.1

Interval (Selang) Kelas	Frekuensi (*f*)	Frekuensi Relatif
51-60	5	5/45 = 0,11
61-70	8	8/45 = 0,18
71-80	19	19/45 = 0,42
81-90	7	7/45 = 0,16
91-100	6	6/45 = 0,13
Total	45	45/45 =1

Tabel 3.4. Sebaran frekuensi dan frekuensi relatif data pada Tabel 3.2

Kelas	Frekuensi (*f*)	Frekuensi Relatif
Bola Merah	16	16/90 = 0,18
Bola Biru	18	18/90 = 0,2
Bola Hijau	15	15/90 = 0,17
Bola Kuning	19	19/90 = 0,21
Bola Ungu	22	22/90 = 0,24
Total	90	90/90 =1

Apabila frekuensi relatif pada Tabel 3.3 dan tabel 3.4 diatas dinyatakan dalam persentase maka akan diperoleh frekuensi relatif berturut-turut untuk Tabel 3.3 adalah 11%, 18%, 42%, 16% dan 13% sedangkan frekuensi relatif berturut-turut untuk Tabel 3.4 adalah 18%, 20%, 17%, 21% dan 24%.

Selain frekuensi relatif, dalam penyajian data pada tabel frekuensi juga dikenal istilah frekuensi kumulatif. Frekuensi kumulatif didapatkan dengan menjumlahkan frekuensi demi frekuensi pada setiap kelas. Frekuensi kumulatif untuk Tabel 3.1 dan Tabel 3.2 dapat dinyatakan sebagaimana Tabel 3.3 dan Tabel 3.4 berikut.

Tabel 3.5. Sebaran frekuensi dan frekuensi relatif data pada Tabel 3.1

Interval (Selang) Kelas	Frekuensi (*f*)	Frekuensi Kumulatif
51-60	5	5
61-70	8	13
71-80	19	32
81-90	7	39
91-100	6	45
Total	45	

Tabel 3.6. Sebaran frekuensi dan frekuensi relatif data pada Tabel 3.2

Kelas	Frekuensi (*f*)	Frekuensi kumulatif
Bola Merah	16	16
Bola Biru	18	34
Bola Hijau	15	49
Bola Kuning	19	68
Bola Ungu	22	90
Total	90	

3.4 Contoh Soal

Untuk lebih memahami tentang uraian materi tabel frekuensi yang telah dijelaskan berikut ini diberikan contoh kasus pembuatan tabel frekuensi dengan kelas merupakan selang (interval).

1. Berikut ini adalah data siswa yang hadir untuk mengikuti bimbingan belajar pada 20 hari terakhir di suatu Lembaga Bimbingan Belajar. Data siswa tersebut disajikan lengkap pada Tabel 3.7 di bawah ini :

Tabel 3.7. Data siswa yang hadir pada 20 hari terakhir di suatu LBB

6	7	9	12	14	15	18	20	21	21
23	25	27	31	31	31	31	33	34	35

Buatlah tabel frekuensi, frekuensi relatif dan frekuensi kumulatif berdasarkan data yang tersedia !

Sesuai dengan uraian yang telah dijelaskan terdapat tiga tahapan dalam pembuatan tabel frekuensi, yaitu :

a. Penentuan banyaknya selang kelas (*k*)
b. Penentuan selang dalam kelas (*I*)
c. Penentuan batas kelas terendah untuk kelas pertama

   Berdasarkan tiga tahapan pembuatan tabel frekuensi diatas maka akan kita buat tabel frekuensi dengan contoh kasus yang ada.

a. Penentuan banyaknya selang kelas (*k*)

Penentuan banyaknya selang kelas dihitung berdasarkan persamaan (3.1) yaitu sebagai berikut :

$$k = 1 + 3{,}3\log n$$

di mana :

k = banyaknya kelas n

= jumlah data

Berdasarkan data yang ada diketahui bahwa jumlah unit data yang diamati adalah 20 hari, sehingga pada contoh kasus ini *n* (jumlah data) adalah 20. Selanjutnya akan dihitung banyaknya selang kelas berdasarkan data siswa yang hadir pada 20 hari terakhir di suatu LBB menggunakan persamaan di atas sehingga diperoleh hasil sebagai berikut :

$$k = 1 + 3{,}3 \log n$$

$$= 1 + 3{,}3 \log (20) = 5{,}2 \approx 5$$

b. Penentuan selang dalam kelas (*I*)

Penentuan selang dalam kelas dihitung berdasarkan persamaan 3.2. yaitu sebagai berikut :

$$\boxed{I = \frac{R}{k}}$$

di mana :

R = X_{maks} - X_{min} k = banyaknya selang kelas

Untuk menghitung selang dalam kelas terlebih dahulu kita harus mengetahui *range* atau kisaran dari data yang kita miliki. Berdasarkan persamaan di atas, *range* atau kisaran diperoleh dengan menghitung selisih nilai pengamatan tertingi dengan nilai pengamatan terendah. Nilai pengamatan tertinggi (X_{maks})

pada data adalah 35 sedangkan nilai pengamatan terendah (X_{min}) pada data adalah 6. Sehingga *range* atau kisaran data adalah $R = X_{maks} - X_{min} = 35-6 = 29$. Selanjutnya akan dihitung selang(interval) dalam kelas pada data siswa yang hadir pada 20 hari terakhir di suatu LBB menggunakan persamaan di atas sehingga diperoleh hasil sebagai berikut :

$$I = \frac{R}{k}$$

$$= \frac{29}{5} \approx 5,8 \approx 6$$

c. Penentuan batas kelas terendah untuk kelas pertama

Penentuan batas kelas terendah untuk kelas pertama dapat langsung menggunakan nilai pengamatan terendah pada data, hal ini dikarenakan semua data pada pengamatan dapat masuk dalam kisaran nilai yang ada.

Setelah melakukan perhitungan pada tiga tahapan dalam pembuatan tabel frekuensi dihasilkan tabel frekuensi untuk data siswa yang hadir pada 20 hari terakhir di suatu LBB sebagaimana Tabel 3.8. sebagai berikut :

Tabel 3.8. Tabel frekuensi siswa yang hadir pada 20 hari terakhir di suatu LBB

Selang (Interval) Kelas	Frekuensi (*f*)
6-11	3
12-17	3
18-23	5
24-29	2
30-35	7
Total	20

Selanjutnya setelah terbentuk tabel frekuensi data, akan kita hitung juga frekuensi relatif dan frekuensi kumulatif data berdasarkan tabel frekuensi yang telah dibuat dan selengkapnya disajikan pada tabel 3.9 sebagai berikut. Tabel 3.8. Tabel frekuensi siswa yang hadir pada 20 hari terakhir di suatu LBB

Selang (Interval) Kelas	Frekuensi (*f*)	Frekuensi Relatif	Frekuensi Kumulatif
6-11	3	3/20 = 0,15 (15%)	3
12-17	3	3/20 = 0,15 (15%)	6

18-23	5	5/20 = 0,25 (25%)	11
24-29	2	2/20 = 0,1 (10%)	13
30-35	7	7/20 = 0,35 (35%)	20
Total	20	20/20 = 1 (100%)	

3.5 Rangkuman

- Tabel Frekuensi adalah cara umum untuk menata atau menyusun data yang dimiliki dalam sebuah tabel yang menunjukkan sebaran atau distribusi frekuensi data.
- Terdapat tiga tahapan dalam pembuatan tabel frekuensi, yaitu sebagai berikut:

  a. Penentuan banyaknya selang kelas (*k*)

  $$k = 1 + 3{,}3\log n$$

  di mana :

  k = banyaknya kelas *n*

  = jumlah data

b. Penentuan selang dalam kelas (*I*)

$$\boxed{I = \frac{R}{k}}$$

di mana : *R* = range/

kisaran *k* = banyaknya

selang kelas Range atau

kisaran dapat diperoleh

dari selisih antara nilai

pengamatan tertinggi

dengan nilai pengamatan

terendah

$$R = X_{max} - X_{min}$$

di mana :

X_{maks} = nilai pengamatan tertinggi

X_{min} = nilai pengamatan terendah

c. Penentuan batas kelas terendah untuk kelas pertama

Batas kelas terendah untuk selang kelas pertama dapat langsung menggunakan nilai pengamatan terendah berdasarkan data apabila semua data dapat masuk dalam kisaran nilai yang ada

- Frekuensi relatif dapat adalah rasio antara frekuensi tiap-tiap kelas dengan frekuensi total atau banyaknya pengamatan secara keseluruhan sedangkan frekuensi kumulatif didapatkan dengan menjumlahkan frekuensi demi frekuensi pada setiap kelas.

3.6 Latihan

1. Buatlah tabel frekuensi, frekuensi relatif dan frekuensi kumulatif berdasarkan data nilai UAS 30 mahasiswa pada matakuliah dasar-dasar pemrograman sebagai berikut :

75	73	69	63	85	60	67	76	78	89
91	74	77	73	78	77	69	84	64	79
75	72	71	67	66	81	87	75	76	78

2. Berikut ini merupakan tabel frekuensi jumlah siswa kelas 1 sampai dengan kelas 6 pada sebuah Sekolah Dasar :

Kelas	Frekuensi (f)
Kelas 1	34

Kelas 2	35
Kelas 3	29
Kelas 4	30
Kelas 5	33
Kelas 6	39
Total	200

Buatlah tabel frekuensi relatif dan frekuensi kumulatif berdasarkan tabel frekuensi di atas !

3. Lakukan pengumpulan data dikelas, catat berat badan dan tinggi badan masing-masing mahasiswa. Selanjutnya buatlah tabel frekuensi, frekuensi relatif dan frekuensi kumulatif untuk data berat badan dan tinggi badan mahasiswa.

Daftar Pustaka

Dajan, Anto. (1991). *Pengantar Metode Statistik*. Jakarta: PT.

Pustaka LP3ES.

Yitnosumarto, Suntoyo. (1990). *Dasar-Dasar Statistika*. Jakarta: Rajawali Pers.

Halaman ini sengaja dikosongkan

BAB 4
UKURAN DAN PEMUSATAN DAN PENYIMPANGAN DATA

4.1 Pendahuluan

Ukuran pemusatan atau disebut dengan tendensi sentral adalah penjabaran data yang berulang atau berpusat pada nilai-nilai tertentu secara kuantitatif . Ukuran pemusatan adalah cara untuk mencari nilai tengah dari satu gugus data, yang telah diurutkan dari nilai yang terkecil sampai yang terbesar atau sebaliknya dari nilai terbesar sampai yang terkecil. Sedangkan ukuran penyimpangan data atau disebut juga ukuran dispersi adalah ukuran yang menyatakan seberapa jauh penyimpangan nilai-nilai data dari nilai pusatnya. Ukuran pemusatan dan penyimpangan data dibagi atas dua jenis, yaitu ukuran pemusatan dan penyimpangan data untuk data yang tidak dikelompokkan serta ukuran pemusatan dan penyimpangan data untuk data yang dikelompokkan. Data yang dikelompokkan adalah data yang sudah disajikan dalam tabel frekuensi seperti yang telah dibahas pada materi sebelumnya. Berikut ini adalah beberapa jenis ukuran pemusatan dan penyimpangan data.

Terdapat beberapa jenis ukuran pemusatan data adalah sebagai berikut :

1. Rata-rata (*mean*)
2. Median
3. Modus
4. Kuartil
5. Desil
6. Persentil

Terdapat beberapa ukuran penyimpangan data, yaitu:

1. Range atau kisaran
2. Ragam atau *variance*
3. Simpangan baku atau standart deviasi

Berikut ini akan diuraikan satu persatu ukuran pemusatan dan penyimpangan data baik untuk data yang tidak dikelompokkan dan data yang dikelompokkan.

4.2 Jenis- jenis Ukuran Pemusatan Data

Seperti yang telah disebutkan dibagian awal terdapat enam jenis ukuran pemusatan data yaitu rata-rata (*mean*), median, modus, kuartil, desil dan persentil. Berikut akan diuraikan lebih jelas tentang beberapa ukuran pemusatan tersebut baik untuk data yang tidak dikelompokkan dan data yang dikelompokkan.

4.2.1 Rata-rata (*mean*)

Rata-rata (*mean*) dapat didefinisikan sebagai jumlah seluruh nilai data dibagi dengan jumlah data yang digunakan. Menurut Supranto (2008), persamaan untuk menghitung nilai rata-rata data yang tidak dikelompokkan dan data yang dikelompokkan secara berurutan dinyatakan sebagaimana persamaan 4.1 dan 4.2 sebagai berikut.

1. <u>Data tidak dikelompokkan</u>

$$\boxed{\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}} \qquad (4.1)$$

di mana :

i = 1,2,3,..., n

n = banyaknya data

2. <u>Data dikelompokkan</u>

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i X_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i} \qquad (4.2)$$

di mana :

i = 1,2,3,..., k

k = banyaknya kelas

4.2.2 Median

Median dapat didefinisikan sebagai nilai tengah yang memisahkan data yang tinggi dan data yang rendah. Menurut Supranto (2008), persamaan untuk menghitung median data yang tidak dikelompokkan dan data yang dikelompokkan secara berurutan dinyatakan sebagaimana persamaan 4.3 dan 4.4 sebagai berikut.

1. <u>Data tidak dikelompokkan</u>

$$\begin{aligned} &\text{untuk n ganjil} \Rightarrow \text{Me} = X_{(n+1)/2} \\ &\text{untuk n genap} \Rightarrow \text{Me} = \frac{X_{(n/2)} + X_{(n/2)+1}}{2} \end{aligned} \tag{4.3}$$

di mana :

i = 1,2,3,..., n

n = banyaknya data

2. <u>Data dikelompokkan</u>

$$Me = Bb + \frac{(0{,}5\, f_t - f_{sm})}{f_m} I \tag{4.4}$$

di mana :

Bb = batas kelas terendah, dimana terlet ak median yaitu pada frekuensi kumulatif ke-$\left(\frac{1}{2}n\right)$

f_t = frekuensi total

f_{sm} = total frekuensi sebelum median

f_m = frekuensi pada kelas yang mengandung median
I = Interval kelas

4.2.3 Modus

Modus dapat didefinisikan sebagai nilai yang paling sering muncul. Untuk menghitung nilai modus pada data tidak dikelompokkan tidak sulit yaitu dengan menghitung secara manual berapa banyak nilai pengamatan yang paling sering muncul, sedangkan untuk menghitung nilai modus pada data tidak dikelompokkan menurut Supranto (2008), dinyatakan sebagaimana persamaan 4.5 sebagai berikut.

1. <u>Data dikelompokkan</u>

$$\boxed{Mo = Bb + \left(\frac{a}{a+b}\right) I} \qquad (4.5)$$

di mana :

Bb = batas bawah kelas dengan frekuensi tertinggi a = selisih frekuensi tertinggi dengan frekuensi kelas sebelumnya

b = selisih frekuensi tertinggi dengan frekuensi kelas sesudahnya
I = interval kelas

4.2.4 Kuartil, Desil dan Persentil

4.2.4.1 Kuartil

Kuartil atau disebut perempatan, desil atau disebut persepuluhan dan persentil atau disebut perseratusan juga merupakan besaran yang digunakan untuk ukuran pemusatan data. Kuartil, desil dan persentil dapat dihitung untuk data yang dikelompokkan. Menurut Yitnosumarto (2010), persamaan untuk menghitung kuartil, desil dan persentil secara berurutan dinyatakan sebagaimana persamaan 4.6, 4.7 dan 4.8 sebagai berikut :

$$K_p = Bb + \left(\frac{\frac{p}{4} f_t - f_{sp}}{f_p} \right) I \qquad (4.6)$$

dimana : p = 1, 2 atau 3 (yaitu perempatan ke-1, ke-2 atau ke-3)

Bb = batas bawah kelas terendah pada kelas dimana terle

f_t = frekuensi total

f_{sp} = frekuensi kelas sebelum kelas kuartil

f_p = frekuensi kelas dimana terletak kuartil ke-p

I = interval kelas

4.2.4.2 Desil

$$D_p = Bb + \left(\frac{\frac{p f_t}{10} - f_{sp}}{f_p} \right) I \tag{4.7}$$

di mana :

p = 1, 2, 3,....,10

Bb = batas bawah kelas terendah pada kelas dimana terletak desil ke-p

f_t = frekuensi total

f_{sp} = frekuensi kelas sebelum kelas desil

f_p = frekuensi kelas dimana terletak desil ke-p

I = interval kelas

4.2.4.3 Persentil

$$P_p = Bb + \left(\frac{\frac{p f_t}{100} - f_{sp}}{f_p} \right) I \tag{4.8}$$

di mana : p

 1, 2, 3,...,100

Bb batas bawah kelas terendah pada kelas d imana terletak

persentil ke-p f_t = frekuensi total f_{sp} = frekuensi kelas

sebelum kelas persent il

f_p = frekuensi kelas dimana terletak persentil ke-p I = interval kelas

4.3 Jenis-jenis Ukuran Penyimpangan Data

4.3.1 Range

Range atau kisaran data dapat didefinisikan sebagai interval yang memuat semua data. Range baik untuk data yang tidak dikelompokkan atau data yang dikelompokkan sangat mudah untuk dihitung yaitu dengan menghitung selisih antara nilai pengamatan tertinggi dengan nilai pengamatan terendah. Menurut walpole (1995), persamaan untuk menghitung *range* (kisaran) dinyatakan sebagaimana persamaan 4.9 sebagai berikut:

$$\boxed{R \square X_{max} - X_{min}} \qquad (4.9)$$

di mana :

X_{maks} = nilai pengamatan tertinggi

X_{min} = nilai pengamatan terendah

4.3.2 . Ragam atau *Variance* dan Simpangan Baku atau Standart Deviasi

Ragam atau *Variance* dapat didefinisikan sebagai nilai yang menunjukkan seberapa jauh data menyimpang dari rataratanya. Persamaan untuk menghitung ragam (v*ariance*) data yang tidak dikelompokkan dan data yang dikelompokkan menurut walpole (1995), secara berurutan dinyatakan sebagaimana persamaan 4.10 dan 4.11 sebagai berikut.

1. Data tidak dikelompokkan

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)^2 / n}{n-1} \qquad (4.10)$$

di mana :

i = 1,2,3,..., n

n = banyaknya data

2. Data dikelompokkan

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{k} f_i X_i\right)^2 / \sum_{i=1}^{k} f_i}{n-1} \qquad (4.11)$$

di mana :

f_i = frekuensi setiap kelas

X_i = nilai tengah kelas i

$= 1,2,3,...,n$

n = banyaknya data

Simpangan baku atau standart deviasi adalah akar dari ragam (*variance*). Sehingga untuk menghitung nilai sangat mudah yaitu dengan mengakarkan nilai ragam (*variance*).

4.4. Contoh Soal

Untuk lebih memahami tentang uraian materi ukuran pemusatan dan penyimpangan data yang telah dijelaskan berikut ini diberikan contoh kasus ukuran pemusatan dan penyebaran data. Contoh kasus yang digunakan sama dengan contoh kasus pada pembuatan tabel frekuensi yaitu data siswa yang hadir untuk mengikuti bimbingan belajar pada 20 hari terakhir di suatu Lembaga Bimbingan Belajar. Data siswa tersebut disajikan lengkap pada Tabel 4.1 di bawah ini :

Tabel 4.1 Data siswa yang hadir pada 20 hari terakhir di suatu

LBB

6	7	9	12	14	15	18	20	21	21
23	25	27	31	31	31	31	33	34	35

Sesuai dengan uraian yang telah dijelaskan terdapat enam ukuran pemusatan data yaitu rata-rata, median, modus, kuartil, desil dan persentil sedangkan untuk ukuran penyimpangan data terdapat tiga jenis yaitu range, ragam atau *variance* dan simpangan baku atau standart deviasi. Sebagai contoh berikut ini akan dihitung ukuran pemusatan dan penyimpangan data baik untuk data dikelompokkan dan data tidak dikelompokkan.

Data tidak dikelompokkan

a. Ukuran pemusatan data

1. Rata-rata

Persamaan untuk menghitung nilai rata-rata data yang tidak dikelompokkan dan dinyatakan sebagaimana persamaan 4.1 yaitu sebagai berikut :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$$

Berdasarkan data yang ada diketahui bahwa :

$n = 20$

$\sum_{i=1}^{n} X_i = 444$

sehingga diperoleh nilai rata-rata adalah sebagai berikut :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} = \frac{444}{20} = 22,2 \approx 22$$

2. Median

Persamaan untuk menghitung median data yang tidak dikelompokkan dinyatakan sebagaimana persamaan 4.2 yaitu sebagai berikut :

$$\text{untuk n ganjil} \Rightarrow Me = X_{(n+1)/2}$$

$$\text{untuk n genap} \Rightarrow Me = \frac{X_{(n/2)} + X_{(n/2+1)}}{2}$$

Berdasarkan data yang ada diketahui bahwa jumlah data (*n*) adalah genap sehingga untuk menghitung median digunakan persamaan yang kedua.

$$Me = \frac{X_{(n/2)} + X_{(n/2+1)}}{2}$$

$$= \frac{X_{(10)} + X_{(11)}}{2} = \frac{21+23}{2} = 22$$

2. Modus

Menghitung nilai modus pada data tidak dikelompokkan tidak sulit yaitu dengan menghitung secara manual berapa banyak nilai pengamatan yang paling sering muncul. Nilai yang paling sering muncul pada data siswa yang hadir untuk mengikuti bimbingan belajar pada 20 hari terakhir di suatu Lembaga Bimbingan Belajar adalah 31, sehingga modus untuk data tersebut adalah 31

b. Ukuran penyimpangan data

1. *Range* atau Kisaran

Persamaan untuk menghitung *range* (kisaran) dinyatakan sebagaimana persamaan 4.9 yaitu sebagai berikut:

$$R = X_{max} - X_{min}$$

di mana :

X_{maks} = nilai pengamatan tertinggi

X_{min} = nilai pengamatan terendah

Berdasarkan data yang ada diketahui bahwa :

X_{maks} = 35

X_{min} = 6

Sehingga nilai *range* atau kisaran data adalah

$$R = X_{max} - X_{min}$$

$$= 35-6 = 29$$

2. Ragam atau *variance* dan simpangan baku atau standart deviasi

Persamaan untuk menghitung ragam (*variance*) dinyatakan sebagaimana persamaan 4.10 yaitu sebagai berikut:

$$s^2 = \frac{\left[\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} X_i \right)^2 / n \right]}{n-1}$$

Berdasarkan data yang ada diketahui bahwa

$$\sum_{i=1}^{n} X_i = 444$$

$$\sum_{i=1}^{n} X_i^2 = 11534$$

$$n = 20$$

Sehingga nilai ragam *(variance)* adalah

$$s^2 = \frac{\left[\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} X_i \right)^2 / n \right]}{n-1} = \frac{\left[11534 - (444)^2 / 20 \right]}{19} = 88{,}27$$

Simpangan baku atau standart deviasi adalah akar dari ragam (*variance*). Sehingga simpangan baku untuk data tersebut adalah

$$\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)^2 / n}{n-1}} = \sqrt{\frac{11534 - \left[(444)^2/20\right]}{19}}$$

$s \approx 9{,}4$

Data dikelompokkan

Data dikelompokkan adalah data yang sudah disajikan dalam tabel frekuensi, sehinnga untuk menghitung ukuran pemusatan dan penyimpangan data dikelompokkan terlebih dahulu harus membentuk tabel frekuensi. Karena contoh kasus yang digunakan sama dengan conoh kasus pada pembahasan tabel frekuensi, sehingga kita dapat langsung menggunakan tabel frekuensi yang telah terbentuk dengan menambahkan beberapa komponen lain untuk menghitung ukuran pemusatan dan ukuran penyimpangan data yang dikelompokkan. Tabel frekuensi besaerta komponen lain untuk data siswa yang hadir untuk mengikuti bimbingan belajar pada 20 hari terakhir di suatu Lembaga Bimbingan Belajar adalah sebagai berikut :

Interval	Frekuensi (fi)	Frekuensi Kumulatif	Nilai Tengah (Xi)	Xi^2	$fiXi$	$fiXi^2$
6-11	3	3	8,5	72,25	25,5	216,75
12-17	3	6	14,5	210,25	43,5	630,75
18-23	5	11	20,5	420,25	102,5	2101,3
24-29	2	15	26,5	702,25	53	1404,5
30-35	7	20	32,5	1056,25	227,5	7393,8
Jumlah	20				452	11747

a. Ukuran pemusatan data

1. Rata-rata

Persamaan untuk menghitung nilai rata-rata data yang tidak dikelompokkan dan dinyatakan sebagaimana persamaan 4.2 yaitu sebagai berikut :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i X_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i}$$

Berdasarkan tabel frekuensi yang terbentuk diketahui bahwa :

$$\sum_{i=1}^{k} f_i X_i = 452$$

$$\sum_{i=1}^{k} f_i = 20$$

sehingga diperoleh nilai rata-rata adalah sebagai berikut :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i X_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i} = \frac{452}{20} = 22{,}6 \approx 23$$

$$\sum_{i=1} f_i$$

2. Median

Persamaan untuk menghitung median data dikelompokkan dinyatakan sebagaimana persamaan 4.4 yaitu sebagai berikut :

$$Me = Bb + \frac{(0,5 f_t - f_{sm})}{f_m} I$$

Berdasarkan tabel frekuensi yang terbentuk diketahui bahwa :

Interval	Frekuensi (fi)	Frekuensi Kumulatif	Nilai Tengah (Xi)	Xi^2	$fiXi$	$fiXi^2$
6-11	3	3	8,5	72,25	25,5	216,75
12-17	3	6	14,5	210,25	43,5	630,75

18-23	5	11	20,5	420,25	102,5	2101,3
24-29	2	15	26,5	702,25	53	1404,5
30-35	7	20	32,5	1056,25	227,5	7393,8
Jumlah	20				452	11747

Bb = 18

$f_t = 20$ $f_{sm} = 6$ $f_m = 5$

I = 6

sehingga diperoleh nilai median adalah sebagai berikut :

$$Me = 18 + \frac{(0,5(20) - 6)}{5} 6 = 18 + 4,8 = 22,8 \approx 23$$

3. Modus

Persamaan untuk menghitung modus data dikelompokkan dinyatakan sebagaimana persamaan 4.5 yaitu sebagai berikut

:

Mo□ *Bb*□□□□______*a ba*□
□□□*I*

Berdasarkan tabel frekuensi yang terbentuk diketahui bahwa :

Interval	Frekuensi (fi)	Frekuensi Kumulatif	Nilai Tengah (Xi)	Xi^2	$fiXi$	$fiXi^2$
6-11	3	3	8,5	72,25	25,5	216,75
12-17	3	6	14,5	210,25	43,5	630,75
18-23	5	11	20,5	420,25	102,5	2101,3
24-29	2	15	26,5	702,25	53	1404,5

30-35	7	20	32,5	1056,25	227,5	7393,8
Jumlah	20				452	11747

Bb = 30

$a = 7 - 2$

$b = 7 - 0$

I = 6 sehingga diperoleh nilai modus adalah sebagai berikut :

$$Mo = 30 + \left(\frac{(7-2)}{(7-2)+(7-0)} \right) \times 6 =$$

$$30 + \left(\frac{5}{12} \right) \times 6 = 32,5$$

4. Kuartil, Desil dan Persentil

Persamaan untuk menghitung kuartil, desil dan persentil data dikelompokkan dinyatakan berurutan sebagaimana persamaan 4.6, 4.7 dan 4.8 yaitu sebagai berikut :

Kuartil Desil

$$Kp = Bb + \left(\frac{\frac{p}{4} f_t - f_{sp}}{f_p} \right) I$$

$$Dp = Bb + \left(\frac{\frac{p}{10} f_t - f_{sp}}{f_p} \right) I$$

Persentil

$$Pp = Bb + \left(\frac{\frac{p}{100} f_t - f_{sp}}{f_p} \right) I$$

Berdasarkan tabel frekuensi yang terbentuk diketahui bahwa :

Kuartil $p = 1$ $f_{sp} = 3$

$Bb = 12$ $f_p = 3$ $f_t = 20$ $I = 6$ sehingga diperoleh nilai kuartil ke-1 adalah sebagai berikut :

Desil

$$K1 = 12 + \left(\frac{\frac{1}{4}(20) - 3}{3} \right) 6 = 16$$

$p = 1$ $f_{sp} = 0$ $Bb = 6$

$f_p = 3$ $f_t = 20$ $I = 6$

sehingga diperoleh nilai desil ke-1 adalah sebagai berikut :

$$D_1 = 6 + \left(\frac{\frac{1}{10}(20) - 0}{3} \right) 6 = 10$$

Persentil $p = 50$

$f_{sp} = 3$

$Bb = 18$ $f_p = 5$

$f_t = 20$ $I = 6$

sehingga diperoleh nilai persentil ke-50 adalah sebagai berikut :

$$P_{50} = 18 + \left(\frac{\frac{50}{100}(20) - 3}{5} \right) 6 = 26,4$$

b. Ukuran penyimpangan data

1. Ragam atau *variance*

Persamaan untuk menghitung ragam (*variance*) data dikelompokkan dinyatakan sebagaimana persamaan 4.11 yaitu sebagai berikut:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{k} f_i X_i\right)^2 / \sum_{i=1}^{k} f_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i - 1}$$

Berdasarkan tabel frekuensi yang terbentuk diketahui bahwa :

Interval	Frekuensi (*fi*)	Frekuensi Kumulatif	Nilai Tengah (*Xi*)	*Xi*^{2}	*fiXi*	*fiXi*^{2}
6-11	3	3	8,5	72,25	25,5	216,75

12-17	3	6	14,5	210,25	43,5	630,75
18-23	5	11	20,5	420,25	102,5	2101,3
24-29	2	15	26,5	702,25	53	1404,5
30-35	7	20	32,5	1056,25	227,5	7393,8
Jumlah	20				452	11747

$$\sum_{i=1}^{k} f_i X_i^2 = 11747$$

$$\sum_{i=1}^{k} f_i X_i = 452$$

$$\sum_{i=1}^{k} f_i = 20$$

Sehingga nilai ragam *(variance)* adalah :

$$s^2 = \frac{\left[\sum_{i=1}^{k} f_i X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{k} f_i X_i\right)^2 / \sum_{i=1}^{k} f_i\right]}{\sum_{i=1}^{k} f_i - 1} = \frac{\left[11.747 - (452)^2/20\right]}{19} = \frac{(11747 - 10215,2)}{19} = 80,62$$

Simpangan baku atau standart deviasi adalah akar dari ragam (*variance*). Sehingga simpangan baku untuk data tersebut adalah

$$s = \sqrt{\frac{\left[\sum_{i=1}^{k} f_i X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{k} f_i X_i\right)^2 / \sum_{i=1}^{k} f_i\right]}{\sum_{i=1}^{k} f_i - 1}} = \sqrt{\frac{[11747 - 10215,2]}{19}} = 8,98$$

4.5 Rangkuman

- Terdapat dua jenis ukuran pemusatan dan penyimpangan data, yaitu untuk data dikelompokkan dan data tidak dikelompokkan.Data yang dikelompokkan adalah data yang sudah disajikan dalam tabel frekuensi.
- Ukuran Pemusatan data <u>Data tidak dikelompokkan</u>

  a. Rata-rata b. Median

  c. Modus

  $\bar{x} = \sum_{i=1}^{n} X_i$

n

untuk n ganjil Me $X_{(n1)/2}$

$X_{(n/2)} X_{(/2\ 1)n}$

untuk n genap Me

2

Nilai yang paling sering muncul

Data tidak dikelompokkan

a. Rata-rata b. Median c. Modus

k

$\sum_{i1}^{k} f X_i\ i$ Me Bb (0,5f_t f_{sm}) I Mo Bb a

b^a I x f_m

$\sum f_i$

$i1$

d. Kuartil e. Desil f. Persentil

 p f f p f

Kp Bb 4 t f p sp I Dp Bb10 t f_{sp} I Pp Bb100p $f f_{tp}$ f_{sp} I

 f p

- Ukuran Penyimpangan Data

Data tidak dikelompokkan

a. Range

$$R = X_{max} - X_{min}$$

b. Ragam

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)^2 / n}{n-1}$$

c. Simpangan Baku

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)^2 / n}{n-1}}$$

Data dikelompokkan

a. Range

$$R = X_{max} - X_{min}$$

b. Ragam

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{k} f_i X_i\right)^2 / \sum_{i=1}^{k} f_i}{n-1}$$

c. Simpangan Baku

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k} f_i X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{k} f_i X_i\right)^2 / \sum_{i=1}^{k} f_i}{n-1}}$$

4.6 Latihan

1. Menggunakan soal yang sama pada bab tabel frekuensi yaitu data nilai UAS 30 mahasiswa pada matakuliah dasardasar pemrograman, hitunglah ukuran pemusatan dan penyimpangan data baik untuk data yang tidak

dikelompokkan dan data dikelompokkan. Data disajikan pada tabel sebagai berikut :

75	73	69	63	85	60	67	76	78	89
91	74	77	73	78	77	69	84	64	79
75	72	71	67	66	81	87	75	76	78

2. Berikut ini merupakan tabel frekuensi berat badan 25 siswa kelas 6 sebuah Sekolah Dasar:

Kelas	Frekuensi (*f*)
30-34	4
35-39	9
40-44	6
45-49	4
5	2

0-55	
Total	25

Hitunglah ukuran pemusatan dan penyebaran data untuk data dikelompokkan berdasarkan tabel frekuensi di atas !

3. Menggunakan hasil pengumpulan data berat badan dan tinggi badan dikelas pada bab tabel frekuensi, hitunglah ukuran pemusatan dan penyebaran data baik untuk data tidak dikelompokkan dan data dikelompokkan !

Daftar Pustaka

Supranto, J. (2008). *Statistik Teori dan Aplikasi*. Jakarta : Erlangga.

Walpole, Ronald E. (1995). *Pengantar Statistika*. Jakarta : PT. Gramedia Pustaka Utama.

Yitnosumarto, Suntoyo. (1990). *Dasar-Dasar Statistika*. Jakarta: Rajawali Pers.

Halaman Ini Sengaja Dikosongkan

BAB 5

PROBABILITAS

5.1 Pendahuluan

Dalam statistika inferensi, probabilitas berperan penting. Wibisono (2009) menyatakan bahwa probabilitas adalah peluang atau kebolehjadian, yaitu peristiwa yang didefinisikan sebagai kemungkinan terjadinya suatu peristiwa (event). Contoh penggunaan probabilitas dalam aktivitas sehari-hari adalah seorang pedagang mempunyai 2 (dua) pilihan untuk membeli barang dagangannya. Jika dia membeli hari ini, harganya setiap kilo adalah Rp 10.000, namun jika membeli besok harganya akan naik 2 % setiap kilonya. Keputusannya adalah apakah pedagang tersebut akan membeli barang dagangannya sekarang atau esok hari?. Sehingga keputusan yang diambil oleh pedagang tersbut berhubungan dengan peluang untuk mendapatkan laba yang lebih banyak. Probabilitas (peluang) dapat didefinisikan sebagai nilai dari 0 sampai 1 yang menunjukkan seberapa besar kemungkinan terjadinya suatu peristiwa. Probabilitas (peluang) memegang peranan penting dalam statistika inferensia. Hubungan antara populasi dan sampel didasarkan pada teori probabilitas (peluang). Dengan demikian pengetahuan mengenai peluang sangat diperlukan. Berbicara tentang probabilitas (peluang), tentu erat kaitannya dengan suatu percobaan (eksperimen). Percobaan (eksperimen) dapat didefinisikan sebagai pengamatan terhadap beberapa aktivitas atau proses yang memungkinkan timbulnya paling sedikit dua peristiwa tanpa memperhatikan peristiwa mana yang akan terjadi. Kejadian yang mungkin didapatkan dalam suatu percobaan disebut sebagai hasil. Kumpulan dari satu atau lebih hasil yang terjadi pada sebuah percobaan (eksperimen) disebut sebagai ruang contoh. Hasil akhir pada suatu percobaan (eksperimen) disebut sebagai peristiwa (Yitnosumarto,1990).

5.2 Konsep Probabilitas

Terdapat beberapa definisi dan pengertian yang berhubungan dengan konsep probabilitas, yaitu:

1. Eksperimen (Percobaan) adalah aksi/proses pengamatan yang membeawa kita kepada satu hasil yang tidak dapat diprediksi dengan pasti.
2. Titik Sampel adalah hasil yang paling mendasar dari suatu eksperimen.
3. Peristiwa adalah kumpulan khusus/tertentu dari titik sampel.
4. Ruang sampel adalah kumpulan dari semua titik sampelnya.

   Contoh : Terdapat dua koin uang logam, terdiri dari gambar (G) dan angka (A). Tentukan:

   a. Ruang sampelnya.
   b. Gambarkan diagram venn-nya

c. Peluang muncul 1 A dan 1 G

d. Peluang muncul 2 G

e. Peluang muncul 2 A Jawab:

a. Ruang sampelnya adalah AA, AG, GA, GG

b.

S	GA	AG
	AA	GG

c. Peluang muncul 1 A dan 1 G adalah : 2 / 4

d. Peluang muncul 2 G : 1/4

e. Peluang muncul 2 A : ¼

Jadi, aturan dalam probabilitas titik sampel adalah:

1. Semua probabilitas titik sampel harys terletak antara 0 dan 1
2. Jumlah semua probabilitas itik sampel dalam ruang sampel harus berharga 1.
3. Berikut akan diberikan ilustrasi mengenai perbedaan antara tiga unsur yaitu percobaan (eksperimen), hasil dan peristiwa dalam probabilitas (peluang) yang disajikan pada Tabel sebagai berikut.

Tabel. Ilustrasi Percobaan Pelemparan Satu Mata Uang Logam

Percobaan (eksperimen)	Pelemparan satu mata uang logam Rp. 500,-
Hasil	Sisi gambar dilambangkan dengan G Sisi angka dilambangkan dengan A
Peristiwa	Sisi Angka dilambangkan dengan A

Apabila dua mata uang logam Rp. 500,- tersebut dilemparkan maka hasil yang mungkin pada percobaan (eksperimen) tersebut adalah GG yaitu pelemparan mata uang logam pertama hasilnya G dan pelemparan mata uang logam kedua hasilnya G atau GA yaitu pelemparan mata uang logam pertama hasilnya G dan pelemparan mata uang logam kedua hasilnya A atau AG yaitu pelemparan mata uang logam pertama hasilnya A dan pelemparan mata uang logam kedua hasilnya G atau AA yaitu pelemparan mata uang logam pertama hasilnya A dan pelemparan mata uang logam kedua hasilnya A. Sehingga hasil yang mungkin pada percobaan

(eksperimen) tersebut adalah GG, GA, AG dan AA. Berdasarkan percobaan (eksperimen) yang dilakukan ternyata sisi yang muncul adalah sisi angka untuk mata uang logam pertama dan sisi gambar untuk mata uang logam yang kedua. Sehingga peristiwa dari percobaan (eksperimen) tersebut adalah AG (pelemparan mata uang logam pertama hasilnya A dan pelemparan mata uang logam kedua hasilnya G). Hasil yang mungkin pada suatu percobaan (eksperimen) juga disebut sebagai ruang contoh (*sample space*) dan pada umumnya dilambangkan dengan S yang dianggap sebagai gugus semesta. Untuk percobaan satu mata uang logam gugus semesta adalah S= {G,A} sedangkan untuk dua mata uang logam gugus semesta adalah S= {GG, GA, AG, AA}. Seperti halnya pelemparan satu mata uang logam, untuk lebih jelas mengenai ilustrasi pelemparan dua mata uang logam maka akan disajikan dalam bentuk tabel sebagai berikut.

Tabel. Ilustrasi Percobaan Pelemparan Dua Mata Uang Logam

Percobaan (eksperimen)	Pelemparan dua mata uang logam Rp. 500,-
Hasil (Ruang Contoh)	GG (Sisi Gambar dan Sisi Gambar) GA (Sisi Gambar dan Sisi Angka) AG (Sisi Angka dan Sisi Gambar) AA (Sisi Angka dan Sisi Angka)
Peristiwa	Sisi Angka dilambangkan dengan A

Tabel. Ilustrasi Percobaan (eksperimen), Hasil dan Peristiwa

Percobaan (eksperimen)	Pertandingan sepak bola liga indonesia antara persela vs persik
Hasil	Persela menang Persela kalah Seri
Peristiwa	Persela kalah

Ilustrasi lain misalkan percobaan (eksperimen) yang dilakukan adalah pelemparan sebuah mata uang logam Rp. 500,- . Sisi gambar pada mata uang Rp. 500,- dilambangkan dengan huruf G (G untuk gambar) dan sisi yang lain pada mata uang Rp. 500,- dilambangkan dengan huruf A (A untuk angka). Mata uang Rp. 500,- tersebut dilemparkan sekali maka yang tampak pada bagian atas dicatat dan tentu sisi yang muncul adalah G atau A sehingga sisi selain itu tidak mungkin terjadi. Munculnya sisi G atau A dinamakan sebagai hasil dalam percobaaan (eksperimen). Munculnya sisi G atau A dinamakan juga sebagai hasil yang mungkin terjadi karena selain G dan A tidak mungkin ada hasil lain yang terjadi. Berdasarkan percobaan (eksperimen) yang dilakukan ternyata sisi yang muncul adalah sisi angka atau dilambangkan dengan huruf A. Sehingga peristiwa dari percobaan (eksperimen) tersebut adalah A (A untuk Angka). Percobaaan (eksperimen) yang dilakukan disebut juga sebagai percobaan acak karena saat dilakukan pelemparan mata uang logam tidak diketahui pasti apakah hasil tersebut benar-benar terjadi secara acak (random) atau secara kebetulan. Untuk lebih jelas mengenai ilustrasi pelemparan mata uang logam maka akan disajikan dalam bentuk tabel sebagai berikut :

5.3 Gabungan dan Irisan

Gabungan *(union)* dan irisan *(intersection)* adalah dua konsep operasi himpunan yang terdapat pada teori himpunan. Gabungan 2 peristiwa A dan B adalah peristiwa yang terjadi jika A terjadi atau B terjadi atau keduanya terjadi secara bersamaan. Simbolnya adalah $A \cup B$.

Irisan 2 peristiwa A dan B adalah peristiwa yang terjadi jika A dan B terjadi secara bersamaan. Simbolnya adalah $A \cap B$.

Contoh:

Terdapat 2 peristiwa A = {pelemparan 1 dadu yang menghasilkan bilangan genap} dan B = {pelemparan 1 dadu yang menghasilkan bilangan yang kurang dari atau sama dengan 3}. Tentukan $A \cup B$ dan $A \cap B$.

Jawab:

Peristiwa $A \cup B = \{1,2,3,4,6\}$ dan peristiwa $A \cap B = \{2\}$. Jika diandaikan dadu tersebut eimbang, maka $P(A \cup B) = 5/6$ dan $P(A \cap B) = 1/6$.

5.4 Probabilitas Bersyarat

Merupakan probabilitas yang mengikutsertakan tambahan pengetahuan (informasi) lain. Untuk menentukan probabilitas A terjadi apabila diketahui bahwa peristiwa B terjadi, kita dapat membagi probabilitas $A \cap B$ terjadi dengan probabilitas B terjadi.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \qquad (5.1)$$

5.5 Aturan Perkalian Dan Peristiwa Independen

Aturan perkalian untuk probabilitas adalah sebagai berikut:

$$P(A \cap B) = P(A).\ P(B|A) \qquad (5.2)$$

Atau

$$P(A \cap B) = P(B).\ P(A|B) \qquad (5.3)$$

Peristiwa A dan B adalah peristiwa "*independen*" jika terjadinya peristiwa B tidak mempengaruhi terjadinya peristiwa A sehingga $P(A|B) = P(A)$. demikian pula, jika A dan B independen, maka *P*(B|A) = P(B) adalah benar. Jika peristiwa A dan B independen, probabilitas irisan peristiwa A dan B sama dengan hasil kali probabilitas A dan probabilitas B sehingga *P*(A|B)=P(A).P(B).

Contoh:

Kita ambil satu kartu secara acak dari satu set kartu *brige* yang berjumlah 52 buah, kemudian kita kembalikan lagi kartu tersebut dan kita acak lagi tumpukan kartu untuk mengambil kartu kedua sehingga diperoleh hasil A1 = (didapat As pada pengambilan I) dan A2 = (didapat As pada pengambilan II maka

$$P\ (A_1 \cap A_2) = P\ (A_1).\ P\ (A_2) = (4/52)\ (4/52) = 1/169.$$

Dalam hal ini A1 dan A2 adalah peristiwa yang independen.

5.6 Beberapa Aturan Perhitungan/Pencacahan

Aturan sederhana yang digunakan untuk mencacah ataumenghitung adalah:

1. Aturan perkalian

Terdapat beberapa himpunan dari elemen-elemen dimana n1 berada dalam himpunan pertama, n2 berada dalam himpunan kedua ,,… dan n2 berada dalam himpunan yang ke-k, kita ingin membentuk sampel yang terdiri k elemen dengan mengambil satu elemen dari tiap k himpunan. Sampel berbeda yang dapat dibentuk adalah:

$$n_1.n_2.n_3\ldots nk \qquad (5.4)$$

Contoh :

Dalam kantong plastik terdapat 3 kelereng merah dan 2 kelereng hijau. Ada berapa carakah memilih 2 kelereng yang terdiri dari 1 merah dan 1 kelereng hijau?

Jawab: Terdapat (3).(2) = 6 cara.

2. Aturan Permutasi

Diberikan himpunan tnggal yang terdiri dari N elemen yang berbeda. Kita ingin memilih n elemen dari N dan mengatur mereka dalam n posisi. Banyaknya permutasi yang berbeda dari N elemen yang diambil n pada sekali waktu disimbolkan dengan P_n^N dan dirumuskan sebagai

$$P_n^N = N(N-1)(N-2)(n-3)...(N-n+1) = \frac{N!}{(N-n)!} \qquad (5.5)$$

Dimana, n! = n (n-1) (n-2) (n-3) …3.2.1 disebut n factorial.

Contoh:

Terdapat berapa cara untuk memilih 2 huruf dari himpuan 3 huruf (X, Y, Z) apabila urutannya diperhitungkan?

Jawab:

$$P_2^3 = \frac{3!}{(3-2)!} = \frac{3!}{1!} = \frac{3.2.1}{1} = 6$$

Jadi, terdapat 6 cara yaitu : (X,Y); (Y,Z); (Z, X); (X,Z); (Y, X) dam (Z, Y).

4. Aturan Partisi

Terdapat himpunan tunggal yang terdiri dari N elemen yang berbeda. Kita mempartisi mereka ke dalam k himpunan, dengan himpunan pertama memuat n_1 elemen, himpunan kedua memuat n_2 elemen,… dan himpunan ke-k memuat n_k elemen. Banyaknya partisi yang berbeda adalah:

$$\frac{N!}{n_1!n_2!n_3!...n_k!} \text{ dengan } n_1 + n_2 + n_3 + \ldots + n_k = N \qquad (5.6)$$

Contoh:

Ada berapa banyak cara untuk mempartisi himpunan {1,2,3,4} ke dalam 3 himpunan, Diana himpunan pertama memuat 2 elemen, himpunan kedua memuat 1 elemen dan himpunan ketiga memuat 1 elemen?

Jawab:

Terdapat : $\frac{4!}{2!1!1!} = 12$

5. Aturan Kombinasi

Suatu sampel terdiri dari n elemen yang dipilih dari himpunan N elemen. Banyaknya sampel berbeda yang terdiri dari n elemen yang dipilih dari N, disimbolkan dengan:

$$\binom{N}{n} = \frac{N!}{n!(N-n)!} \quad (5.7)$$

Contoh:

Terdapat berapa cara untuk memilih 2 huruf dari himpunan 3 huruf (A, B, C) apabila urutan tidak diperhitungkan?

Jawab:

$C^{3}_{2} = \frac{3!}{2!(3-2)!} = \frac{3!}{2!1!} = 3$, Sehingga terdapat 3 cara.

6. Ruang Contoh Diskrit dan Kontinyu

Terdapat dua jenis ruang contoh (*sampel space*) pada teori probabilitas (peluang) yaitu ruang contoh diskrit dan ruang contoh kontinyu. Secara singkat telah dijelaskan pada pendahuluan bahwa ruang contoh adalah hasil yang mungkin terjadi pada suatu percobaan (eksperimen).

Ruang sampel diskrit dapat didefinisikan sebagai ruang sampel yang mempunyai banyak anggota berhingga atau tidak berhingga tetapi dapat dihitung. Gambaran mengenai ruang sampel diskrit telah dicontohkan pada 3 ilustrasi dibagian pendahuluan yaitu pada pertandingan sepak bola, pelemparan satu mata uang logam dan pelemparan dua mata uang logam. Sebagai tambahan akan diberikan satu lagi ilustrasi tentang ruang sampel diskrit.

Apabila dilakukan sebuah percobaan (eksperimen) mengenai pengundian sebuah dadu, maka ruang contoh pada percobaan (eksperimen) tersebut berisi salah satu dari hasil sebagai berikut: mata dadu 1, mata dadu 2, mata dadu 3, mata dadu 4, mata dadu 5 dan mata dadu 6. Sehingga ruang contoh pada percobaan mengenai pengundian sebuah dadu yaitu S={1, 2, 3, 4, 5, 6}. Dalam hal ini mata dadu 1 saja, mata dadu 2 saja, mata dadu 3 saja, mata dadu 4 saja, mata dadu 5 saja dan mata dadu 6 saja masing-masing dinamakan sebagai titik-titik contoh.

(Walpole, 1995)

Ruang sampel kontinyu dapat didefinisikan sebagai ruang sampel yang anggotanya merupakan interval pada garis bilangan real. Penjelasan tentang ruang sampel kontinyu akan diberikan melalui ilustrasi sebagai berikut. Misalkan sebuah perusahaan bola lampu memproduksi sebuah bola lampu baru. Tentukan masa hidup (dalam jam) bola lampu yang diproduksi oleh perusahaan tersebut. Karena masa hidup bola lampu bernilai bilangan real positif maka ruang sampelnya adalah S= {t: t>0}. Pada kasus tersebut dapat ditentukan beberapa peristiwa dari ruang sampel S. Pada bagian pendahuluan dijelaskan bahwa peristiwa adalah kumpulan dari satu atau lebih hasil yang terjadi pada sebuah percobaan (eksperimen). Definisi lain dari peristiwa adalah sebuah himpunan bagian dari ruang sampel S. Notasi untuk mnyatakan peristiwa pada umumnya ditulis dengan huruf kapital, misalnya A, B, C, D dan sebagainya kecuali S. Karena sebuah peristiwa merupakan himpunan bagian dari ruang sampel S maka terdapat 3 kemungkinan yang dapat terjadi dalam suatu peristiwa yaitu :

1. S itu sendiri merupakan sebuah peristiwa
2. $\emptyset$ (himpunan kosong) juga merupakan sebuah peristiwa
3. Beberapa hasil yang mungkin dari S merupakan sebuah peristiwa

Aapabila dilakukan sebuah percobaan (eksperimen) maka akan diperoleh hasil-hasil yang mungkin berdasarkan percobaan (eksperimen) tersebut yang dinamakan sebagai ruang sampel. Sama halnya seperti percobaan (eksprimen), apabila peristiwa dapat ditentukan maka hasil hasil yang termasuk dalam peristiwa tersebut juga dapat ditentukan.

(Walpole, R. E., & Myers, R. H, 1986)

7. Pendekatan Klasik dan Empiris Pada Probabilitas (Peluang)

Pendekatan klasik dapat didefinisikan sebagai besarnya probalitas (peluang) apabila hasil dari suatu percobaan (eksperiment) mempunyai kesempatan yang sama untuk terjadi. Apabila terdapat a kemungkinan yang dapat terjadi pada hasil percobaan A dan terdapat b kemungkinan yang dapat terjadi pada hasil percobaan A, serta masing-masing kejadian mempunyai kesempatan yang sama untuk terjadi, maka probabilitas(peluang) bahwa akan terjadi hasil a pada suatu percobaan (eksperiment) dapat dinyatakan sebagaimana persamaan sebagai berikut:

$$P(A) = \frac{a}{a+b}$$

Berdasarkan definisi tersebut maka dapat dituliskan beberapa sifat probabilitas (peluang) sebagai berikut :

a. Untuk setiap A dalam S (Ruang Contoh)

   $0 < P(A) < 1$

b. Dalam suatu percobaan (eksperiment) kemungkinan kejadian ada 2, yaitu “terjadi” (P(A)) atau “tidak terjadi” (P(A)‘‘), maka jumlah probabilitas total adalah :

   $P(S) = 1 \qquad atau \qquad P(A) + P(A)' = 1$

c. Apabila A_1, A_2,..., A_k adalah hasil dari suatu percobaan yang mutual eksklusif (kejadian yang tidak dapat terjadi secara bersama-sama dengan kejadian lainnya) dalam S maka :

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{k} A_i\right) = P(A_1) + P(A_2) + \cdots + P(A_k)$$

Berbeda dengan pendekatan klasik, pada pendekatan empiris besar probabilitas (peluang) suatu percobaan (eksperiment) tidak dianggap sama, tetapi tergantung pada berapa banyak suatu hasil terjadi dari keseluruhan percobaan (eksperiment) yang dilakukan. Pada umumnya perdekatan empiris dilakukan berulang-ulang. Hal ini didasarkan pada kenyataan bahwa kesempatan yang sama untuk terjadi sebagaimana pendekatan klasik tidak selamanya bisa dipenuhi. Maka probabilitas(peluang) berdasarkan pendekatan empiris pada suatu percobaan (eksperiment) dapat dinyatakan sebagaimana persamaan sebagai berikut:

$$P(A) = \frac{Jumlah\ Hasil\ Yang\ Terjadi}{Jumlah\ Seluruh\ Percobaan\ (Eksperiment)} \quad atau \quad P(A) = \frac{n\ a}{N}$$

(Supranto, 2008).

Contoh Soal

1. Pelamar pekerjaan terdiri dari 10 orang pria (a) dan 15 orang wanita (b). Jika yang diterima hanya 1, berapa probabilitas (peluang) bahwa pelamar yang diterima merupakan pelamar wanita?

   Jawab:

   $n\,b = 15$

   $N = 15 + 10 = 25$

   $$P(A) = \frac{n\,b}{N} = \frac{15}{25} = 0{,}6$$

   Jadi probabilitas (peluang) bahwa pelamar yang diterima merupakan pelamar wanita adalah sebesar 0,6 atau 60%.

2. Dari hasil penelitian diketahui bahwa 5 orang siswa akan terserang flu pada musim dingin. Apabila diadakan kemah pada daerah yang dingin, maka berapa probabilitas (peluang) terjadi 1 orang siswa sakit flu dari 400 orang siswa yang ikut serta?

   Jawab:

   $n\,a = 5$

   $N = 400$

$$P(A) = \frac{5}{400} = 0{,}0125$$

Jadi probabilitas (peluang) terjadi 1 orang siswa sakit flu dari 400 orang siswa yang ikut serta adalah 0,0125 atau 1,25%

5.7 Rangkuman

1. Probabilitas adalah peluang atau kebolehjadian, yaitu peristiwa yang didefinisikan sebagai kemungkinan terjadinya suatu peristiwa *(event).*
2. Dalam konsep probabilitas terdapat 4 konsep, yaitu:
   a. Eksperimen
   b. Titik Sampel
   c. Ruang Sampel
   d. Peristiwa
3. Dalam teori probabilitas terdapat gabungan dan irisin.
4. Probabilitas bersyarat adalah probabilitas yang mengikutsertakan tambahan informasi.
5. Terdapat beberapa aturan perhitungan atau pencacahan, yaitu:
   a. Aturan perkalian
   b. Aturan permutasi
   c. Aturan partisi

d. Aturan Kombinasi

6. **Probabilitas (peluang)** didefinisikan sebagai nilai dari 0 sampai 1 yang menunjukkan seberapa besar kemungkinan terjadinya suatu peristiwa.
7. Terdapat beberapa istilah penting pada teori probabilitas yaitu percobaan (esperimen), hasil, ruang contoh dan peristiwa. **Percobaan (eksperimen)** ddefinisikan sebagai pengamatan terhadap beberapa aktivitas atau proses yang memungkinkan timbulnya paling sedikit dua peristiwa tanpa memperhatikan peristiwa mana yang akan terjadi. **Hasil** didefinisikan sebagai kejadian yang mungkin didapatkan dalam suatu percobaan. **Ruang contoh** didefinisikan sebagai kumpulan dari satu atau lebih hasil yang terjadi pada sebuah percobaan (eksperimen). **Peristiwa** didefinisikan sebagai hasil akhir pada suatu percobaan (eksperimen) disebut sebagai.
8. **Ruang sampel diskrit** didefinisikan sebagai ruang sampel yang mempunyai banyak anggota berhingga atau tidak berhingga tetapi dapat dihitung.

9. **Ruang sampel kontinyu** didefinisikan sebagai ruang sampel yang anggotanya merupakan interval pada garis bilangan real.
10. **Pendekatan klasik** didefinisikan sebagai besarnya probalitas (peluang) apabila hasil dari suatu percobaan (eksperiment) mempunyai kesempatan yang sama untuk terjadi.
11. **Pendekatan empiris** didefinisikan sebagai besarnya probabilitas (peluang) suatu percobaan (eksperiment) tidak dianggap sama, tetapi tergantung pada berapa banyak suatu hasil terjadi dari keseluruhan percobaan (eksperiment) yang dilakukan.

Latihan

1. Apakah yang dimaksud dengan :
   a. Statistik

b. Ruang Sampel
c. Titik Sampel
d. Peristiwa
e. Permutasi
f. Beri contoh masing-masing pengertian di atas

2. Tuliskan anggota ruang sampel berikut ini :
   a. Himpunan bilangan bulat antara 1 dan 50 yang habis dibagi 8.
   b. Himpunan bilangan ganjil antara 1 dan 77 yang habis dibagi 7.
3. Bila ada diketahui :
   a. T = {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9} dan A = {0,2,4,6,8}, B = {1,3,5,7,9}, C = {2,3,4,5} dan D ={1,6,7}, tuliskan anggota himpunan yang berkaitan dengan kejadian :
      - A U C
      - $A \cap B$
   b. T ={Tembaga, natrium, nitrogen, kalium, uranium,oksigen,seng} dan kejadian A = {tembaga, natrium, seng}, B = {natrium, kalium, nitrogen}, dan C= {oksigen}, tuliskan anggota himpunan yang berkaitan dengan kejadian berikut :

- A U C
- A ∩ B

4. Dalam setangan pemain poker terdapat 5 kartu, hitunglah peluangnya mendapatkan 2 As dan 3 jack. Dan berapa peluang dari 5 kartu yang berada ditangan pemain poker?
5. Pada keranjang buah yang berisi 20 buah apel terdapat delapan apel merah (M) dan duabelas apel hijau (H). Diambil 4 buah apel secara acak dan pada pengambilan selanjutnya apel dikembalikan lagi.

   Tentukan peluang untuk memperoleh : a. Keempatnya apel merah

   b. Paling sedikit 2 apel merah
   c. Paling banyak dua apel hijau
   d. Apel merah dan hijau berurutan
6. Dalam ruang kuliah terdapat 10 mahasiswa; 4 laki-laki dan 6 perempuan. Jika ditunjuk secara acak diantara mereka tentukan peluang mahasiswa yang ditunjuk adalah mahasiswa perempuan !
7. Apabila suatu keluarga yang mempunyai 3 orang anak mempunyai peluang terlahirnya anak laki-laki adalah 0,5 tanpa memperhatikan urutan kelahiran, maka tentukan :

   a. Ruang contoh untuk kelahiran anak tersebut

b. Peluang bahwa ketiga anak berjenis kelamin sama
c. Peluang paling sedikit satu anak perempuan dalam keluarga tersebut

Daftar Pustaka

Santosa, R. Gunawan (2004)., *Statistik*., Yogyakarta: Andi

Sudjana (2005)., *Metoda Statistika*., Bandung: Tarsito

Supranto, J. (2008). *Statistik Teori dan Aplikasi*. Jakarta : Erlangga.

Walpole, R. E., & Myers, R. H. (1986). *Ilmu peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuwan* (R. K. Sembiring, Trans.). Bandung: Penerbit ITB.

Walpole, Ronald E. (1995). *Pengantar Statistika*. Jakarta : PT. Gramedia Pustaka Utama.

Yitnosumarto, Suntoyo. (1990). *Dasar-Dasar Statistika*. Jakarta: Rajawali Pers.

Halaman Ini Sengaja Dikosongkan

BAB 6
DISTRIBUSI NORMAL

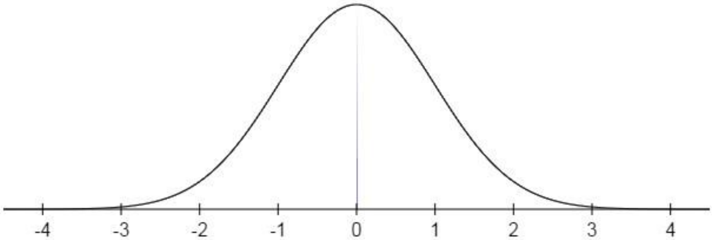
6.1 Pendahuluan

Distribusi Normal adalah distribusi dari variabel acak kontinyu yang paling sering digunakan karena distribusi normal adalah distribusi yang paling luas aplikasinya dan merupakan pendekatan yang baik dari distribusi-distribusi lainnya.

Menurut Walpole dan Myers (1986), variabel acak X dikatakan berdistribusi normal umum, jika fungsi peluang untuk X diyatakan sebagaimana persamaan 6.1 sebagai berikut :

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]; \quad -\infty < x < \infty, \; -\infty < \mu < \infty, \; \sigma^2 > 0 \qquad (6.1)$$

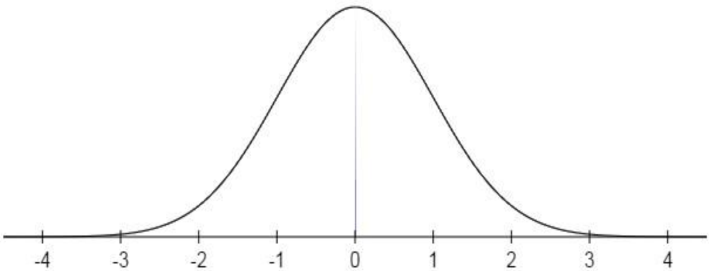
Penulisan notasi dari variabel acak yang berdistribusi normal adalah N (*x; μ, σ*^{2}), yang memiliki arti bahwa variabel acak x memiliki distribusi normal dengan rata-rata μ dan ragam (*variance*) σ^2 . Variabel acak X yang berdistribusi normal dengan rata-rata μ dan varians (ragam) σ^2 . Juga dapat dituliskan sebagai , NID berarti $X \sim NID(\mu, \sigma^2)$ *normally independently distributed*. Kurva distribusi normal berbentuk lonceng atau genta yang ditunjukkan sebagaimana gambar 6.1 sebagai berikut :



Gambar 6.1 Kurva Distribusi Normal

6.2 Sifat-sifat Distribusi Normal

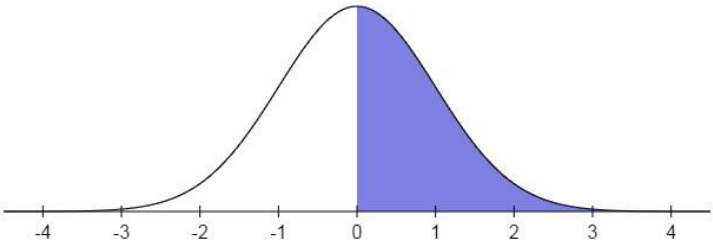
a. Kurva distribusi normal berbentuk lonceng (genta)



Seperti yang sudah di jelaskan pada bagian awal bahwa kurva distribusi normal berbentuk lonceng atau genta dengan dua paremeter yaitu μ

(rata-rata) dan σ (simpangan baku)

b. Kurva distribusi normal berbentuk lonceng (genta) mempunyai sifat setangkup



Sifat setangkup pada distribusi normal berarti bahwa luasan kurva distribusi normal sisi kiri sama dengan luasan kurva distribusi normal sisi kanan. Luas kurva ditribusi normal sisi kiri dan sisi kanan yaitu 0,5.

c. Luas daerah yang terletak di bawah kurva tetapi di atas sumbu mendatar x sama dengan 1 atau dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = 1$$

Berdasarkan sifat setangkup distribusi normal, diketahui bahwa luas kurva ditribusi normal sisi kiri dan sisi kanan yaitu 0,5, sehingga luas kurva normal secara keseluruhan adalah 1.

d. Fungsi peluang distribusi normal mencapai maksimum di x=μ, sehingga fungsi peluang ditribusi normal dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}$$

(Yitnosumarto,1990)

6.3 Penggunaan Distribusi Normal

Berikut ini diberikan contoh kasus penggunaan distribusi normal pada perhitungan-perhitungan nilai peluang untuk lebih mengetahui aplikasi dari distribusi normal yang dijelaskan.

Tinggi laki-laki dikelas tersebar secara normal dengan rata-rata 155 cm dan simpangan baku 7 cm. Apabila di panggil secara acak, seorang laki-laki dikelas maka tentukan berapa peluang:

a. Tinggi laki-laki tersebut kurang dari 150 cm
b. Tinggi laki-laki tersebut lebih dari 170 cm
c. Tinggi laki-laki tersebut antara 140 -160 cm
d. Tinggi laki-laki tersebut tepat 160 cm

Untuk menyelesaikan kasus tersebut, kita misalkan bahwa tinggi badan laki-laki dikelas sebagai variabel acak X, sehingga notasi variabel acak X dapat dituliskan sebagai berikut :

$$X \sim NID(155,49)$$

Karena luas daerah di bawah kurva fungsi peluang distribusi normal merupakan peluang maka nilai peluang untuk tinggi laki-laki dikelas adalah :

a. Tinggi laki-laki tersebut kurang dari 150 cm

$$P(x < 150) = \int_{-\infty}^{150} f(x)\,dx$$

$$= \int_{-\infty}^{150} \frac{1}{\sqrt{2\pi(49)}} \exp\left(-\frac{1}{2(49)}(x-155)^2\right) dx$$

b. Tinggi laki-laki tersebut lebih dari 170 cm

$$P(x > 170) = \int_{170}^{\infty} f(x)\,dx$$

$$= \int_{170}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi(49)}} \exp\left(-\frac{1}{2(49)}(x-155)^2\right) dx$$

c. Tinggi laki-laki tersebut antara 140 -160 cm

$$P(140 < x < 160) = \int^{160} f(x)\,dx$$

$$= \int_{140}^{160} \frac{1}{\sqrt{2\pi(49)}} \exp\left[-\frac{1}{2(49)}(x-155)^2\right] dx$$

d. Tinggi laki-laki tersebut tepat 160 cm

Karena nilai peluang merupakan luas daerah di bawah kurva fungsi peluang distribusi normal maka peluang untuk P(X=160) tidak dapat dihitung, sehingga kita harus menempatkan diantara dua nilai misalnya antara 159,95 cm dan 160,05 cm. Jadi peluang untuk tinggi laki-laki tepat 160 adalah:

$$P(159{,}95 < x < 160{,}05) = \int_{159{,}95}^{160{,}05} f(x)\,dx$$

$$= \int_{159{,}95}^{160{,}05} \frac{1}{\sqrt{2\pi(49)}} \exp\left[-\frac{1}{2(49)}(x-155)^2\right] dx$$

6.4 Transformasi Distribusi Normal

Proses penyelesaian integral fungsi peluang distribusi normal cukup rumit oleh karena itu, untuk mempermudah proses penyelesaian terdapat transformasi dari distribusi normal ke distribusi normal baku. Menurut Yitnosumarto (1990), bentuk tranformasi distribusi normal baku dinyatakan sebagaimana persamaan 6.2 sebagai berikut :

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

di mana : μ = rata-rata σ = simpangan baku

Distribusi normal baku adalah distribusi untuk variabel acak normal dengan nilai tengah nol dan simpangan baku 1. Fungsi peluang distribusi normal baku dinyatakan sebagaimana persamaan 6.3 sebagai berikut

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}x^2\right); \; -\infty < x < \infty \qquad (6.3)$$

Untuk lebih memahami proses transformasi distribusi normal baku, berikut ini diberikan contoh kasus penggunaan transformasi normal baku menggunakan contoh kasus yang sama dengan distribusi normal umum sebagai berikut.

Tinggi laki-laki dewasa di Indonesia tersebar secara normal dengan rata-rata 155 cm dan ragam 7cm. Apabila di panggil secara acak, seorang laki-laki dewasa Indonesia, berapa peluang :

a. Tinggi orang tersebut kurang dari 150 cm

b. Tinggi orang tersebut lebih dari 170 cm

c. Tinggi orang tersebut antara 140 -160 cm

d. Tinggi laki-laki tersebut tepat 160 cm

Dengan menggunakan transformasi normal baku, maka nilai peluang untuk tinggi laki-laki dikelas adalah sebagai berikut :

a. Tinggi orang tersebut kurang dari 150 cm

$a\ P\ x.\ (\ \square 150)\ \square\ P\ \frac{150-155}{7}$

$Z(\ \square)$

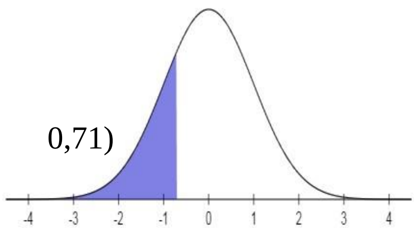
$= (P\ Z\ \square\square 0{,}71)$

0,71)

$= (P\ Z\ \square\ 0{,}71)$

$= (P\ Z\ \square\ 0)\square\ P(0$

$\square\ \square Z$

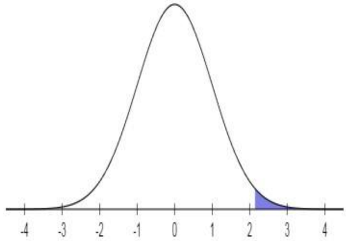


$= 0{,}5\ \square\ 0{,}2612$

$=0{,}2388$

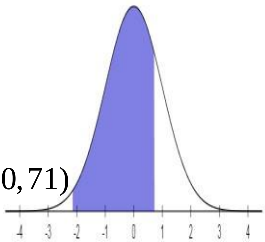
b. Tinggi orang tersebut lebih dari 170 cm

$$P(x > 170) = P(Z > \frac{170-155}{7})$$
$$= P(Z > 2,14)$$
$$= P(Z > 0) - P(0 < Z < 2,14)$$
$$= 0,5 - 0,4838$$
$$= 0,0162$$



c. Tinggi orang tersebut antara 140 -160 cm

$$P(140 < x < 160) = P(\frac{140-155}{7} < Z < \frac{160-155}{7})$$
$$= P(-2,14 < Z < 0) + P(0 < Z < 0,71)$$
$$= P(-2,14 < Z < 0,71)$$
$$= 0,4838 + 0,2612 = 0,745$$



d.Tinggi laki-laki tersebut tepat 160 cm

Sama halnya dengan distribusi normal umum peluang untuk P(X=160) tidak dapat dihitung, sehingga kita harus menempatkan diantara dua nilai misalnya antara 159,95 cm dan 160,05 cm. Jadi peluang untuk tinggi laki-laki tepat 160 adalah

$P(159,95 \le x \le 160,05)$

$$= P\left(\frac{159,95 - 155}{7} \le Z \le \frac{160,05 - 155}{7}\right)$$

$= P(0,71 \le Z \le 0,72)$

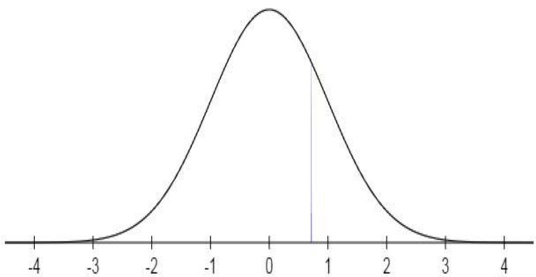
$= P(Z \ge 0) - P(0 \le Z \le 0,71) - P(Z \ge 0,72)$

$= P(Z \ge 0) - P(0 \le Z \le 0,71) - (P(Z \ge 0) - P(0 \le Z \le 0,72))$

$= 0,5 - 0,2612 - (0,5 - 0,2642)$

$= 0,5 - 0,2612 - 0,2358$

$= 0,003$



6.5 Rangkuman

- Distribusi Normal adalah distribusi dari variabel acak kontinyu yang paling luas aplikasinya dan merupakan pendekatan yang baik dari distribusi-distribusi lainnya.
- Fungsi peluang distribusi normal umum dinyatakan sebagaimana persamaan sebagai berikut :

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2\right]; \quad -\infty < x < \infty,\ -\infty < \mu < \infty,\ \sigma^2 > 0$$

Notasi variabel acak X yang beristribusi normal dapat dinyatakan sebagai

- Bentuk transformasi distribusi normal baku adalah sebagai berikut :

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

- Fungsi peluang distribusi normal baku dinyatakan sebagaimana persamaan sebagai berikut :

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}x^2\right); \quad -\infty < x < \infty$$

Distribusi normal baku adalah distribusi untuk variabel acak normal dengan nilai tengah nol dan simpangan baku 1.

6.6 Latihan

1. Berat badan mahasiswa Fakultas Ekonomi dan Bisnis Universitas Muhammadiyah Sidoarjo tersebar secara normal dengan rata-rata 55 kg dan ragam 6 kg. Apabila diamati secara acak, seorang mahasiswa FEB UMSIDA, tentukan berapa peluang :

a. Berat badan mahasiswa tersebut kurang dari 50 cm

b. Berat badan mahasiswa tersebut lebih dari 62 cm

c. Tinggi orang tersebut antara 53-64 cm

d. Tinggi laki-laki tersebut tepat 57 cm

2. Dengan menggunakan tabel distribusi normal baku tentukan nilai peluang :

a. Nilai Z lebih besar dari 1,65
b. Nilai Z diantara -1,65 sampai 2,04
c. Nilai Z kurang dari 1,43
d. Nilai Z diantara 1,75 sampai 2,45

3. Nilai UAS matakuliah statistika dasar mahasiswa FKIP UMSIDA tersebar secara normal dengan rata-rata 83 dan ragam 5 kg. Apabila diamati secara acak, tentukan berapa peluang :

a. Nilai UAS mahasiswa kurang dari 75

b. Nilai UAS mahasiswa kurang dari 90

c. Nilai UAS mahasiswa diantara 78 sampai 87

d. Nilai UAS mahasiswa lebih dari 79

Daftar Pustaka

Walpole, R. E., & Myers, R. H. (1986). *Ilmu peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuwan* (R. K. Sembiring, Trans.). Bandung: Penerbit ITB.

Yitnosumarto, Suntoyo. (1990). *Dasar-Dasar Statistika*. Jakarta: Rajawali Pers.

Halaman ini sengaja dikosongkan

BAB 7
HIPOTESA

7.1 Pendahuluan

Hipotesa statistik merupakan suatu pernyataan probabilitas dari satu atau lebih parameter populasi yang mungkin benar atau mungkin salah (wibisono, 2009). Hipotesa adalah asumsi atau dugaan mengenai sesuatu hal yang dibuat untuk menjelaskan hal itu yang sering dituntut untuk melakukan pengecekan. Hipotesa statistik adalah suatu anggapan atau pernyataan yang mungkin benar atau tidak mengenai satu populasi atau lebih. Langkah atau prosedur untuk menentukan apakah menerima atau menolak hipotesis disebut Pengujian

Hipotesis. Hipotesis Nol menyatakan setiap hipotesis yang ingin diuji dinyatakan dengan H0. Hipotesis Tandingan merupakan penolakan terhadap H0, dinyatakan dengan H1.

Langkah-langkah penulisan hipotesis yang biasa dilakukan adalah merumuskan hipotesis yang akan ditulis disertai keterangan seperlunya. Terdapat tiga macam parameter, yaitu:

1. Hipotesis mengandung Pengertian Minimum
   Misalkan:
   Salah satu pabrik lampu menyatakan bahwa masa pakai lampu tidak kurang dari 2 tahun. Pernyataan pabrik harus ditolak jika rata-rata umur pakai lampu kurang dari 2 tahun dan harus diterima jika umur pakai lampu lebih lama atau sama dengan 2 tahun. Perumusan hipotesa yang digunakan adalah: Ho : $\mu = 2$ tahun ; berarti masa pakai lampu tidak kurang dari 2 tahun.
   H1 : $\mu < 2$ tahun; berarti masa pakai lampu kurang dari 2 tahun.

2. Hipotesis mengandung Pengertian Maksimum
   Misalkan :

Perusahaan rokok menyatakan bahwa kandungan tar per bungkus tidak lebih dari 0,1 mg. Pernyataan perusahaan ini harus ditolak jika kandungan tar melebihi 0,1 mg, dan harus menerima jika kandungan tar lebih kecil atau sama denga 0,1 mg. Perumusan yang digunakan adalah:

Ho : μ = 0,1 mg ; kandungan tar per bungkus rokok maksimum 0.1 mg.

H1 : μ > 2 tahun; kandungan tar per bungkus rokok lebih dari 0.1 mg.

3. Hipotesis mengandung Pengertian Sama Misalkan :

   Jika kita ingin menguji dugaan sales penjualan suku cadang yang menyatakan baha persentase penjualan suku cadang naik sebesar 30 % pada tahun 2015. Perumusan yang digunakan adalah:

   Ho : μ = 30 % ; berarti hanya sekitar 30 % untuk tahun 2015 penjualan suku cadang.

   H1 : $\mu \neq$ 30 % ; berarti penjualan suku cadang tidaklah 30 % untuk tahun 2015.

7.2 Dua Jenis Kesalahan Hipotesa

Dalam melakukan pengujian hipotesis, ada dua macam kekeliruan yang terjadi, yaitu :

Tabel 7.1 Kekeliruan Hipotesa

Terima Ho	Keputusan Benar	Kekeliruan (Galat II)
Tolak Ho	Kekeliruan (Galat I)	Keputusan Benar

1. Kekeliruan (Galat) I yaitu menolak hipotesis yang seharusnya diterima disebut juga kekeliruan α.
2. Kekeliruan (Galat) II yaitu menerima hipotesis yang seharusnya ditolak disebut juga kekeliruan β.

7.3 Langkah-langkah pengujian hipotesa

1. Rumuskan Ho yg sesuai

2. Rumuskan hipotesis tandingannya (H1) yg sesuai

3. Pilih taraf nyata pengujian sebesar α

4. Pilih uji statistik yg sesuai dan tentukan daerah kritisnya

5. Hitung nilai statistik dari contoh acak berukuran n

6. Buat keputusan: tolak Ho jika statistik mempunyai nilai dalam daerah kritis, selain itu terima Ho.

7.4 Pengujian Hipotesa

7.4.1 Menguji Rataan μ : Uji Dua Pihak

Jika kita mempunyai sebuah populasi berdistribusi normal dengan rata-rata μ dan simpangan baku σ. Akan diuji mengenai parameter rataan μ. Untuk hal ini , seperti biasa diambil sebuah sampel acak berukuran n, lalu hitung statistik x-bar dan s. Maka dapat dibedakan hal-hal berikut :

1. **Jika σ Diketahui**

   Untuk pasangan hipotesisnya :

   $$H_o : \mu = \mu_o$$

   $$H_1 : \mu \neq \mu_o$$

   dengan μo sebuah harga yang diketahui, digunakan statistik :

   $$\boxed{Z = \frac{X - \mu o}{\sigma / \sqrt{n}}} \qquad (7.1)$$

2. **Jika σ Tidak Diketahui**

   Pada kenyataannya simpangan baku σ sering tidak diketahui. Dalam hal ini maka diambil taksirannya ialah simpangan baku s yang dihitung dari sampel dengan menggunakan rumus :

$$S^2 = \frac{\Sigma\,(X_i - X)^2}{n - 1}$$

(7.2)

Sehingga, statistika yang digunakan untuk menguji pasangan hipotesis :

Ho : μ = μo

H1 : μ ≠ μo, sehingga rumus yang dipakai adalah :

$$\boxed{t = \frac{X - \mu_o}{\frac{s}{\sqrt{n}}}}$$

(7.3)

7.4.2 Menguji Rataan μ : Uji Satu Pihak

Secara resmi uji hipotesis mengenai satu rataan populasi. Perumusan yang umum untuk uji satu pihak kanan mengenai rata-rata μ berdasarkan Ho dan H1 adalah

Ho : μ = μo

H1 : μ > μo

Di misalkan populasi berdistribusi normal dengan sampel acak berukuran n telah diambil. Seperti biasa dari sampel dihitung X-bar dan S.

1. **Jika σ Diketahui**

Jika simpangan baku **σ** untuk populasi diketahui, seperti biasa digunakan statistik Z dengan rumus :

$$Z = \frac{X - \mu o}{\sigma / \sqrt{n}}$$

(7.4)

Kita tolak Ho jika $Z \geq Z_{0,5-\alpha}$ dengan $Z_{0,5-\alpha}$ didapat dari daftar normal baku menggunakan peluang (0,5 – α).

Dalam hal lainnya Ho kita terima.

2. **Jika σ Tidak Diketahui**

Jika σ tidak diketahui, statistik yang digunakan untuk menguji :

Ho : $\mu = \mu o$

H1 : $\mu > \mu o$

Dengan menggunakan statistik distribusi-t yaitu :

$$t = \frac{X - \mu_o}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

(7.5)

Kriteria pengujian di dapat dari daftar distribusi student-t dengan dk = (n-1) dan peluang (1-α). Jadi kita tolak Ho jika $t \geq t_{1-\alpha}$ dan terima Ho dalam hal lain.

7.4.3 Menguji Proporsi μ : Uji Dua Pihak

Misalkan, kita mempunyai populasi binom dengan proporsi berukuran A = π. Berdasarkan sebuah sampel acak yang diambil dari populasi itu, akan diuji mengenai uji dua pihak.

$$Ho : \pi = \pi o$$
$$H1 : \pi \neq \pi o$$

dengan πo sebuah harga yang diketahui. Dari sampel berukuran n itu kita hitung proporsi sampel x/n adanya peristiwa A. Dengan menggunakan distribusi normal, maka untuk pengujian ini digunakan statistik z dengan rumus :

$$z = \frac{\frac{x}{n} - \pi o}{\sqrt{\pi o(1 - \pi o)/n}}$$

(7.6)

Kriteria untuk pengujian ini, dengan taraf nyata α adalah terima Ho jika $-Z_{½\,(1-\alpha)} < Z < Z_{½\,(1-\alpha)}$, dimana $Z_{½\,(1-\alpha)}$ didapat dari daftar normal baku dengan peluang ½ (1-α). Dalam hal lainnya, hipotesis Ho ditolak.

7.4.4 Menguji Proporsi μ : Uji Satu Pihak

Jika yang diuji dari populasi binom itu berbentuk :

Ho : $\pi = \pi o$
H1 : $\pi > \pi o$

Maka penguan demikian merupakan uji pihak kanan. Rumus yang digunakan adalah

$$z = \frac{\frac{x}{n} - \pi o}{\sqrt{\pi o(1 - \pi o)/n}}$$

(7.7)

Yang berbeda adalah dalam penentuan kriteria pengujiannya. Dalam hal ini tolak Ho jika $Z \geq Z_{0,5-\alpha}$ dimana $Z_{0,5-\alpha}$ didapat dari daftar normal baku dengan peluang (0,5-α) Untuk Hipotesis $Z < Z_{0,5-\alpha}$ hipotesis Ho diterima.

7.5 Contoh Soal

1. Uji rataan μ : Uji Dua Pihak, dengan nilai σ diketahui

   Pengusaha lampu pijar A mengatakan bahwa lampunya bisa tahan pakai sekitar 800 jam. Akhirakhir ini timbul dugaan bahwa masa pakai lampu itu telah berubah. Untuk menentukan hal ini, dilakukan penelitian dengan jalan menguji 50 lampu. Ternyata rata-ratanya 792 jam. Dari pengalaman, diketahui bahwa simpangan baku masa hidup lampu 60 jam. Selidikilah dengan taraf nyata 0,05 apakah kualitas lampu itu sudah berubah atau belum.

Jawab :

a. $\bar{X} = 792$
b. n = 50
c. $\mu o = 800$
d. $\sigma = 60$
e. Jadi,

$$Z = \frac{792 - 800}{60\sqrt{50}} = -0{,}94$$

f. Sehingga dari daftar normal baku untuk uji dua pihak dengan taraf keberartian 0,05 yang memberikan $Z_{0,475} = 1{,}96$.
g. Kesimpulan : Terima Ho jika z hitung terletak antara -1,96 dan 1,96.

2. Uji rataan μ : Uji Dua Pihak, dengan nilai σ tidak diketahui

Suatu alat penyedot debu menggunakan rata-rata 46 kilowatt-jam per tahun. Bila sampel acak 12 rumah yang diikut sertakan dalam rancangan penelitian dan menunjukkan bahwa penyedot debu menggunakan rata-rata 42 kilowatt-jam per tahun dengan simpangan baku 11,9 kilowatt-jam, apakah ini menunjukkan pada taraf keberartian 0,05 bahwa penyedot debu menggunakan, pada rata-rata kurang dari 46 kilowattjam setahun? Anggap bahwa populasi kilowatt-jam berdistribusi normal!.

Jawab :

a. Ho : µ = 46kilowatt-jam
b. H1 : µ < 46 kilowatt-jam
c. α= 0,05; N = 12 dengan v = 11 derajat kebebasan (V = n-1 =12-1 =11) = - 1,796
d. Perhitungan ; $\bar{X}$ = 42 kilowatt-jam, σ = 11,9 kilowatt-jam, sehingga

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}}$$

$$t = \frac{42 - 46}{11{,}9/\sqrt{12}} = -1{,}16$$

e. Keputusan : Terima Ho dan dapat disimpulkan bahwa rata-rata banyaknya penggunaan kilowatt-jam setahun penyedot debu di rumah tidak berbeda secara berarti dengan 46.

3. Uji rataan µ : Uji Satu Pihak, dengan nilai σ diketahui Sampel acak catatan **100** kematian di AS selama setahn lalu menunjukkan rata-rata usia mereka 71,8 tahun. Andaikan sempangan bakunya 8,9 tahun, apakah ini

menunjukkan bahwa rata-rata usia ini lebih dari 70 tahun. Dengan taraf keberartian 0,05.

Jawab

1. Ho : μ = 70 tahun
2. H1 : μ > 70 tahun
3. α= 0,05
4. Daerah kritis z > 1,645 bila ➔
5. Perhitungan ; $\bar{X}$ = 71,8 tahun, σ = 8,9 tahun, sehingga

$$Z = \frac{X - \mu o}{\sigma / \sqrt{n}} \qquad Z = \frac{71,8 - 70}{8,9/\sqrt{100}} = 2,02$$

➔

6. Keputusan : Tolak Ho dan dapat disimpulkan bahwa rata-rata usia melebihi 70 tahun.

7.Dengan menggunakan tabel L.3, maka diperoleh : P = P (Z > 2,02) = 0,0217, hasil lebih kuat daripada yang ditunjukkan oleh taraf keberartian 0,05

4. Uji rataan μ : Uji Satu Pihak, dengan nilai σ tidak diketahui

   Dikatakan bahwa dengan menyuntikkan semacam hormon tertentu kepada ayam akan menambah berat telurnya rata-rata dengan 4,5 gram. Sampel acak terdiri atas 31 butir telur dari ayam yang telah diberika suntikan hormon tersebut memberikan rata-rata berat 4,9 gram dan simpangan baku s = 0,8 gram. Cukup beralasankah untuk menerima pernyataan bahwa pertambahan rata-rata berat telur paling sedikit 4,5 gram. Dengan taraf keberartian = 0,01.

Jawab :

a. Ho : $\mu = 4,5$ gram
b. H1 : $\mu > 4,5$ gram
c. $\bar{X} = 4,9$ gram; s = 0,8 gram; n = 31, V = 30, sehingga nilai t tabel dengan v = 30, $\alpha = 0,01$ dengan t tabel = 2,326
d. Sehingga : ➔

$$t = \frac{4,9 - 4,5}{0,8/\sqrt{31}} = 2,78$$

e. Kesimpulan tolak hipotesis Ho jika t hitung lebih besar atau sama dengan 2,326.

5. Uji Proporsi : Uji Dua Pihak

“Kita ingin menguji bahwa distribusi jenis kelamin laki-laki dan perempuan adalah sama. Sebuah sampel acak terdiri atas 4.800 orang mengandung 2.458 lakilaki. Dalam taraf nyata 0,05 betulkan distribusi kedua jenis kelamin itu sama.

Jawab :

a. Jika π = peluang terdapatnya laki-laki, maka akan dapat diuji pasangan hipotesis :

   Ho : $\pi = ½$

   H1 : $\pi \neq ½$

b. x = 2.458; n = 4.800, πo = ½, sehingga :

$$z = \frac{\frac{x}{n} - \pi o}{\sqrt{\pi o(1-\pi o)/n}}$$

➔

$$z = \frac{\frac{2.458}{4.800} - 0{,}5}{\sqrt{0{,}5(0{,}5)/4800}} = 1{,}68$$

c. Angka Z dari daftar normal baku dengan $\alpha = 0{,}05$ adalah 1,96. Sehingga kesimpulannya adalah Terima Ho jika Z hitung terletak antara -1,96 dan 1,96, sedangkan dalam hal lainnya Ho ditolak. Karena nilai Z berada pada daerah penerimaan Ho sehingga Ho diterima. Sehingga, peluang adanya laki-laki dan perempuan sama besar.

6. Uji Proporsi : Uji Satu Pihak

   Seorang pejabat mengatakan bahwa paling banyak 60 % anggota masyarakat termasuk golongan A. Sebuah sampel acak telah diambil yang terdiri atas 8.500 orang dan ternyata 5.426 termasuk golongan A.

Apabila α = 0,01 benarkah pernyataan tersebut ?

Jawab :

a. Menyusun Hipotesa:

$$H_0 : \pi = 0{,}6$$
$$H_1 : \pi > 0{,}6$$

b. x = 5. 426 ; π = 0,6

c. n = 8.500 ; (1- π) = 0,4, Sehingga di dapatkan :

$$z = \frac{\frac{x}{n} - \pi o}{\sqrt{\pi o(1 - \pi o)/n}} \rightarrow$$

$$z = \frac{\frac{5.426}{8.500} - 0{,}6}{\sqrt{0{,}6(0{,}4)/8500}} = 2{,}79$$

Dengan taraf nyata α = 0,01 dari daftar normal baku memberikan $Z_{0,49}$ = 2,33. Harga Z hitung = 2,79 lebih besar dari Z daftar = 2,33. Maka, Tolak Ho dan uji sangat berarti, ini menunjukkan bahwa masyarakat golongan A sudah melampaui 60 %

7.6 Rangkuman

- Hipotesa statistik merupakan suatu pernyataan probabilitas dari satu atau lebih parameter populasi yang mungkin benar atau mungkin salah.
- Terdapat dua jenis hipotesis, yaitu Hipotesis awal (Ho) dan Hipotesis alternatif (H1).
- Terdapat tiga parameter dalam penulisan hipotesis, yaitu:
  1. Hipotesis yang mengandung pengertian minimum
  2. Hipotesis yang mengandung pengertian maksimum
  3. Hipotesis yang mengenadung pengertian sama.
- Pengujian hipotesis antara lain:
  1. Menguji Rataan : Uji Dua Pihak
  2. Menguji Rataan : Uji Satu Pihak
  3. Menguji Proporsi : Uji Dua Pihak
  4. Menguji Proporsi : Uji Satu Pihak

7.7 Latihan

1. Menurut majalah kesehatan, sebuah perusahaan memperkenalkan obat jenis baru yang dapat menurunkan tekanan darah sebesar 18,5 mmHg. Seorang dokter tengah mengamati 25 orang pasien penderita hipertensi dan diberi obat baru tersebut. Setelah seminggu diperoleh informasi bahwa rata-rata tekanan darah penderita hipertensi menurun sebesar 20 mmHg dan simpangan baku 35 mmHg. Taksirlah dengan taraf nyata 5 %, apakah pemberian obat jenis baru dapat menurunkan tekanan darah pasien.
2. Sebuah perusahaan kue kering menuliskan berat bersih dalam toplesnya sebesar 250 gr. Apakah betul berat bersih kue kering adalah 250 gr atau tidak. Untuk itu dilakukan penelitian terhadap 20 toples, isinya dibuka dan ditimbang. Dari hasil penimbangan 20 kemasan, diperoleh rata-rata 247 gr dengan simpangan baku 5 gr. Apakah hasil penelitian menunjukkan bahwa berat bersih kue kering tersebut 250 gr, dengan taraf nyata 10 %.

Daftar Pustaka

Walpole, R. E., & Myers, R. H. (1986). *Ilmu peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuwan* (R. K. Sembiring, Trans.). Bandung: Penerbit ITB.

Wibisono, Yusuf (2009)., *Metode Statistik.* Yogyakarta: Gadjah Mada Press

Halaman Ini Sengaja Dikosongkan

BAB 8

REGRESI DAN KORELASI

8.1 Pendahuluan

Analisis regresi dapat didefinisikan sebagai metode statistika yang digunakan untuk mengetahui hubungan fungsional linear antara satu variabel respon dengan satu variabel prediktor. Sedangkan analisis korelasi dapat didefinisikan sebagai analisis yang digunakan untuk mengukur keeratan hubungan antara dua variabel. Kata variabel didefinisikan sebagai karakteristik dari objek yang diteliti. Terdapat dua jenis variabel dalam analisis regresi yaitu variabel respon atau disebut dengan variabel dependen (Y) dan variabel prediktor atau disebut variabel independen (X). Variabel respon (Y) dinyatakan juga sebagai variabel yang dipengaruhi dan variabel prediktor (X) dinyatakan juga sebagai variabel yang mempengaruhi. Terdapat dua jenis analisis regresi linier yaitu analisis regresi linier sederhana dan analisis regresi linier berganda. Analisis regresi linier sederhana hanya melibatkan satu variabel prediktor sedangkan analisis regresi linier berganda melibatkan dua atau lebih variabel prediktor.

Regresi linear berarti bahwa variabel respon (Y) berkaitan linear dengan variabel prediktor (X) dalam bentuk persamaan linearyang dapat dinyatakan sebagaimana persamaan 8.1 sebagai berikut :

$$Y = \alpha + \beta x \quad (8.1)$$

Dimana, α dan β adalah dua parameter pada analisis regresi yang disebut sebagai intercept (α) dan slope (β) (Walpole dan Myers, 1986).

Berbeda dengan analisis regresi, analisis korelasi hanya digunakan untuk mengetahui keeratan hubungan antara dua variabel, tanpa memperhatikan variabel yang dipengaruhi dan variabel yang mempengaruhi. Besarnya keeratan hubungan dalam analisis korelasi dinyatakan menggunakan koefisien korelasi.

8.2 Analisis Regresi Linier

Hubungan fungsional linear yang hanya melibatkan satu variabel respon dengan satu variabel prediktor termasuk dalam analisis regresi linier sederhana. Persamaan analisis regresi linier sederhana telah dinyatakan pada persamaan 8.1 di atas. Dua parameter α dan β dalam analisis regresi linier sederhana diduga dengan a dan b menggunakan data sampel, sehingga penduga untuk respon dinyatakan sebagaimana persamaan 8.2 sebagai berikut :

$$\boxed{Y = \alpha + \beta x} \qquad \boxed{\hat{y} = a + bx} \qquad (8.2)$$

dimana :

a = intercept b

= slope

Pada analisis regresi intercept didefinisikan sebagai adalah rata-rata variabel respon (Y) saat variabel prediktor (X) bernilai 0. Sedangkan slope didefinisikan sebagai nilai yang menunjukkan seberapa besar kontribusi atau pengaruh yang diberikan oleh suatu variabel predikor (X) terhadap variabel respon (Y) atau dapat diartikan sebagai rata-rata pertambahan atau pengurangan pada variabel Y untuk setiap peningkatan satu satuan variabel X

Berbeda dengan analisis analisis regresi linier sederhana terdapat juga analisis regresi linier yang melibatkan lebih dari satu variabel predoktor (X) yang disebut sebagai analisis regresi linier berganda. Secara umum analisis regresi linier berganda dapat didefinisikan sebagai metode statistika yang digunakan untuk mengetahui hubungan fungsional linear antara satu variabel respon (Y) dengan dua atau lebih variabel prediktor (X). Menurut Walpole (1995), bentuk persamaan regresi linier berganda yang melibatkan dua variabel prediktor, tiga variabel prediktor dan *k* buah variabel prediktor secara berurutan dinyatakan sebagaimana persamaan 8.3, 8.4 dan 8.5 sebagai berikut :

$$\hat{y} = a + b_1x_1 + b_2x_2 \qquad (8.3)$$

$$\hat{y} = a + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 \qquad (8.4)$$

$$\hat{y} = a + b_1x_1 + \dots + b_kx_k$$

8.2.1 Koefisien regresi linier sederhana dan berganda

Intercept (a) dan slope (b) pada analisis regresi linier disebut sebagai koefisien regresi. Persamaan untuk menghitung koefisien regresi linier sederhana berbeda dengan koefisien berganda. Berikut akan diuraikan persamaan untuk menghitung koefisien regresi linier sederhana berbeda dengan koefisien berganda.

8.2.2 Koefisien regresi linier sederhana

Menurut Walpole (1995), persamaan untuk menghitung nilai slope (b) dan intercept (a) secara berurutan dinyatakan sebagaimana persamaan 8.6 dan 8.7 sebagai berikut :

$$b = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2} \qquad (8.6)$$

di mana :

X = variabel prediktor

Y = variabel respon

i = 1, 2, 3,..., n

n = jumlah data

$$a = \bar{y} - b\bar{x} \qquad (8.7)$$

di mana :

$\bar{x}$ = rata-rata variabel prediktor

$\bar{y}$ = rata-rata variabel respon

8.2.3 Koefisien regresi linier berganda

Menurut Walpole dan Myers (1986), persamaan untuk menghitung nilai slope (b) pada analisis regresi linier berganda yang melibatkan dua variabel prediktor dinyatakan sebagaimana persamaan 8.8 dan 8.9 sebagai berikut :

$$b_1 = \frac{\left(\sum x_2^2\right)\left(\sum x_1 y\right) - \left(\sum x_1 x_2\right)\left(\sum x_2 y\right)}{\left(\sum x_1^2\right)\left(\sum x_2^2\right) - \left(\sum x_1 x_2\right)^2}$$

(8.8)

b_2 □ □ □ □$x_{12}\, x\ _{12}x\, y_2\, x$□$_{22}$□□

□□□□□$x\, y_1\ \ x\, x_{1\,2}$ □□$x\, x_{21\,2}$ □

□□ □

(8.9) Komponen penyusun masing-masing perhitungan slope diuraikan pada beberapa persamaan di bawah ini, untuk lebih mempermudah proses perhitungan masing-masing komponen dimisalkan sebagai A, B, C, D, E dan F yang dinyatakan sebagaimana persamaan sebagai berikut :

A □□x_{12} □□ X_{12} □□□nX_1 □$_2$

□

X_2 □$_2$

B □□x_{22} □□ X_{22} □ ________□n

2

C □□ y_2 □□$Y\ _2$ □□□nY□

D □ □ $x\, y_1$ □□ $X\, Y_1$ □ □□

□Xn_1 Y □

$$E = \sum x y_2 = \sum X Y_2 - \frac{(\sum X_2)(\sum Y)}{n}$$

$$F = \sum x_1 x_2 = \sum X_1 X_2 - \frac{(\sum X_1)(\sum X_2)}{n}$$

Sehingga persamaan 8.8 dan 8.9 dapat dituliskan kembali sebagaimana persamaan 8.10 dan 8.11 sebagai berikut :

$$b_2 = \frac{(A.E) - (D.F)}{(A.B) - (F)^2}$$

$$b_1 = \frac{(B.D) - (E.F)}{(A.B) - (F)^2} \quad (8.11)$$

Menurut Walpole dan Myers (1986), persamaan untuk menghitung nilai intercept (a) pada analisis regresi linier berganda yang melibatkan dua variabel prediktor dinyatakan sebagaimana persamaan 8.12 sebagai berikut :

$$a = \frac{\sum Y - b_1 \sum X_1 - b_2 \sum X_2}{n}$$

8.3 Analisis Korelasi

Seperti yang sudah dijelaskan pada bagian pendahuluan, analisis korelasi hanya digunakan untuk mengetahui keeratan hubungan antara dua variabel, tanpa perlu memperhatikan variabel yang dipengaruhi atau variabel yang mempengaruhi. Menurut Supranto (2008), persamaan untuk menghitung koefisien korelasi dinyatakan sebagaimana persamaan 8.13 sebagai berikut:

$$r = \frac{n \sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)}{\sqrt{\left[n \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2\right]\left[n \sum_{i=1}^{n} y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)^2\right]}}$$

di mana :

X = variabel prediktor
Y = variabel respon

i = $1, 2, 3,..., n$
n = jumlah data

Koefsien korelasi bisa bernilai positif atau negatif dan nilai koefisien korelasi berkisar antara -1 sampai dengan 1. Korelasi negatif ditunjukkan dengan koefisien korelasi yang bernilai negatif begitu juga sebaliknya korelasi positif ditunjukkan dengan koefisien korelasi yang bernilai positif.

8.3 Contoh Kasus

Untuk lebih memahami tentang uraian materi analisis regresi linier dan analisis korelasi yang telah dijelaskan berikut ini diberikan contoh kasus analisis regresi linier dan analisis korelasi.

Suatu penelitian dilakukan untuk mengetahui pengaruh uang saku harian terhadap nilai rata-rata rapot siswa. Diambil sampel acak berukuran 9 dan diperoleh data yang disajikan sebagaimana Tabel 8.1 sebagai berikut :

Tabel 8.1 Data uang saku siswa dan nilai rata-rata rapot

Mahasiswa	Uang saku	Nilai rata-rata rapot
1	30000	80,17

2	25000	83,57
3	15000	85,99
4	20000	87,33
5	25000	85,25
6	35000	80,56
7	15000	84,77
8	20000	90,56
9	20000	87,66

Lakukan analisis regresi linier sederhana dan analisis korelasi pada data tersebut, selanjutnya interpretasikan hasil analisis yang telah dibuat !

Jawaban:

a. Analisis regresi linier sederhana

Langkah awal pada analisis regresi linier sederhana adalah menghitung slope (a) dan intercept (b), kemudian dilanjutkan dengan membentuk persamaan regresi dan menginterpretasikan persamaan regresi. Persamaan untuk menghitung slope (b) dinyatakan sebagaimana persamaan 8.6 sebagai berikut :

$$b = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

Berdasarkan Tabel 8.1 diketahui bahwa :

Mahasiswa	Uang saku (X)	Nilai rata-rata rapot (Y)	XY	X^2	Y_2
1	30000	80,17	2405100	900000000	6427,23
2	25000	83,57	2089250	625000000	6983,94
3	15000	85,99	1289850	225000000	7394,28
4	20000	87,33	1746600	400000000	7626,53
5	25000	85,25	2131250	625000000	7267,56
6	35000	80,56	2819600	1225000000	6489,91
7	15000	84,77	1271550	225000000	7185,95
8	20000	90,56	1811200	400000000	8201,11
9	20000	87,66	1753200	400000000	7684,28
Jumlah	205000	765,86	17317600	5025000000	65260,80

$$\sum_{i=1}^{n} x_i y_i = 17317600$$

n

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 205000$$

$$\sum_{i=1}^{n} y_i = 765,86$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = 5025000000$$

$$n = 9$$

Sehingga diperoleh nilai slope (b) adalah sebagai berikut:

$$b = \frac{(9)(17317600) - (205000)(765,86)}{(9)(5025000000) - (205000)^2} = \frac{1142900}{3200000000} = 0,00036$$

Persamaan untuk menghitung nilai intercept (a) dinyatakan sebagaimana persamaan 8.7 sebagai berikut :

$$\boxed{a = \bar{y} - b\bar{x}}$$

Berdasarkan Tabel 8.1 diketahui bahwa :

$\bar{y} = 85,1$ $\bar{x} =$ 22.777,78

Sehingga diperoleh nilai intercept (a) adalah sebagai berikut:

$$a = (85,1) - (0,00036)(22.777,78)$$

$= 93,3$

Persamaan regresi yang terbentuk adalah sebagai berikut :

$\hat{y} = a + bx \longrightarrow \hat{y} = 93,3 - 0,00036x$

Interpretasui model regresi :

1. Setiap penambahan 1000 rupiah uang saku maka akan menurunkan nilai rata-rata rapot sebesar 0,36.
2. Rata-rata nilai rapot adalah 93,3 saat uang saku bernilai 0

b. Analisis Korelasi

Persamaan untuk menghitung koefisien korelasi dinyatakan sebagaimana persamaan 8.13 sebagai berikut:

$$r = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)}{\sqrt{\left[n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2\right]\left[n\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)^2\right]}}$$

Berdasarkan Tabel 8.1 diketahui bahwa :

$\sum_{i=1}^{n} x_i y_i = 17317600$ $\quad\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = 5025000000$

$\sum^{n} x_i = 205000$ $\quad\sum^{n} y_i^2 = 65260,80$

$i\,n1$ $\qquad\qquad$ $i\,1$

$\sum_{i=1} y_i = 765,86 \qquad n = 9$

Sehingga diperoleh nilai kofisien korelasi adalah sebagai berikut:

$$r = \frac{9(17317600) - (205000)(765,86)}{\sqrt{[9(5025000000) - (205000)][9(65621)^2 - (765,86)^2]}} = -0,71$$

Intrepretasi koefisien regresi :

Terjadi korelasi negatif antara uang saku dan nilai rata-rata rapot dan besar korelasi antara antara uang saku dan nilai rata-rata rapot adalah -0,71.

8.4 Rangkuman

- Analisis regresi didefinisikan sebagai metode statistika yang digunakan untuk mengetahui hubungan fungsional linear antara satu variabel respon dengan satu variabel prediktor
- Terdapat dua jenis variabel dalam analisis regresi yaitu variabel respon atau disebut dengan variabel dependen (Y) dan variabel prediktor atau disebut variabel independen (X).

- Persamaan umum analisis regresi linier adalah sebagai berikut :

$$\boxed{\hat{y} = a + bx}$$

dimana : a =

intercept b

= slope

- Intercept didefinisikan sebagai adalah rata-rata variabel respon (Y) saat variabel prediktor (X) bernilai 0. Sedangkan slope didefinisikan sebagai nilai yang menunjukkan seberapa besar kontribusi atau pengaruh yang diberikan oleh suatu variabel predikor (X) terhadap variabel respon (Y) atau dapat diartikan sebagai rata-rata pertambahan atau pengurangan pada variabel Y untuk setiap peningkatan satu satuan variabel X
- Terdapat dua jenis analisis regresi linier yaitu analisis regresi linier sederhana dan analisis regresi linier berganda. Analisis regresi linier sederhana hanya melibatkan satu variabel prediktor sedangkan analisis regresi linier berganda melibatkan dua atau lebih variabel prediktor.

- Analisis korelasi adalah metode statistika yang digunakan untuk mengetahui keeratan hubungan antara dua variabel, tanpa memperhatikan variabel yang dipengaruhi dan variabel yang mempengaruhi
- Koefsien korelasi bisa bernilai positif atau negatif dan nilai koefisien korelasi berkisar antara -1 sampai dengan 1.

8.5 Latihan

1. Hitunglah koefisien korelasi dan koefisien regresi untuk data pada tabel berikut ini :

No	Y	X
1	10	35
2	25	55
3	16	44
4	18	47
5	21	49
6	13	36
7	18	48
8	19	49
9	16	45
10	23	50

2. Sebuah penelitian dilakukan untuk mengetahui pengaruh nilai tryout matematika terhadap nilai UNAS matematiaka siswa.

Diambil sampel acak berukuran 12 siswa dan diperoleh data yang disajikan pada tabel berikut ini:

Siswa	Nilai Tryout	Nilai UNAS
1	75	80
2	80	86
3	85	90
4	83	88
5	69	80
6	87	91
7	90	92
8	75	84
9	85	88
10	84	87
11	76	82
12	79	85

Lakukan analisis regresi dan analisis korelasi pada data tersebut, kemudian interpretasikan hasil analisis yang didapatkan

3. Lakukan pengumpulan data dikelas, catat uang saku perhari dan nilai UTS setiap mahaiswa. Selanjutnya lakukan analisis regresi linier sederhana untuk mengetahui pengaruh uang saku terhadap nilai UTS mahasiswa!

Daftar Pustaka

Supranto, J. (2008). *Statistik Teori dan Aplikasi*. Jakarta : Erlangga.

Walpole, R. E., & Myers, R. H. (1986). *Ilmu peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuwan* (R. K. Sembiring, Trans.). Bandung: Penerbit ITB.

Walpole, Ronald E. (1995). *Pengantar Statistika*. Jakarta : PT. Gramedia Pustaka Utama.

Halaman Ini Sengaja Dikosongkan

BAB 9
PENGUJIAN ASUMSI DAN ANALISA REGRESI

9.1 Pendahuluan

Analisis regresi dapat didefinisikan sebagai metode statistika yang digunakan untuk mengetahui hubungan fungsional linear antara satu variabel respon dengan satu variabel prediktor. Analisis regresi tidak berakhir begitu model regresi sesuai. Harus dilakukan pemeriksaan plot residual dan statistik diagnostik lainnya untuk menentukan apakah model memadai dan asumsi regresi telah terpenuhi. Terdapat empat asumsi dasar dalam analisis regresi yaitu normalitas, non-heteroskedastisitas, non-autokorelasi dan non-multikolinieritas. Jika model tidak memadai, tidak akan mewakili data anda dengan benar (Minitab Inc., 2014). Sebagai contoh:

· koefisien standar error mungkin bias, menyebabkan nilai t dan p yang salah.

· Koefisien mungkin memiliki tanda yang salah.

· Modelnya mungkin terlalu dipengaruhi oleh satu atau dua titik.

Tabel di bawah ini dapat digunakan untuk mengetahui apakah model regresi yang terbentuk sudah memadai atau tidak

Tabel 1. Pengujian Asumsi Analisis Regresi

Asumsi Regresi	**Metode**	**Keputusan**
Kenormalan	Anderson Darling Ryan Joiner Kolmogorov Smirnov	Normal bila p-value > 0.05
Non-Heterokedastisitas	Uji Gleytser	Homogen jika semua pengaruh variabel bebas terhadap absolut error tidak signifikan (p-value > 0.05)

Non-Autokorelasi	Durbin Watson	Jika D>Du maka tidak ada korelasi. Jika D<Dl maka terdapat korelasi positif. Jika Dl<D<Du maka tidak bisa dijelaskan
Non-Multikolinieritas	VIF	Tidak ada hubungan antara variabel bebas ketika VIF < 10

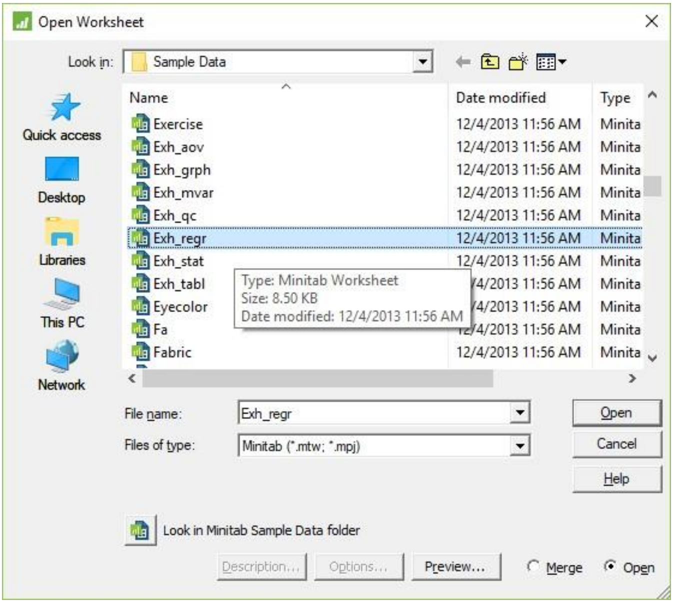
9.2 Pengujian Asumsi Analisis Regresi menggunakan *Software* Minitab

Untuk lebih mudah memahami Pengujian Asumsi Analisis Regresi digunakan *software* Minitab. Berikut langkahlangkah analisis regresi berserta pengujian asumsi regresi dengan menggunakan *software* Minitab 17

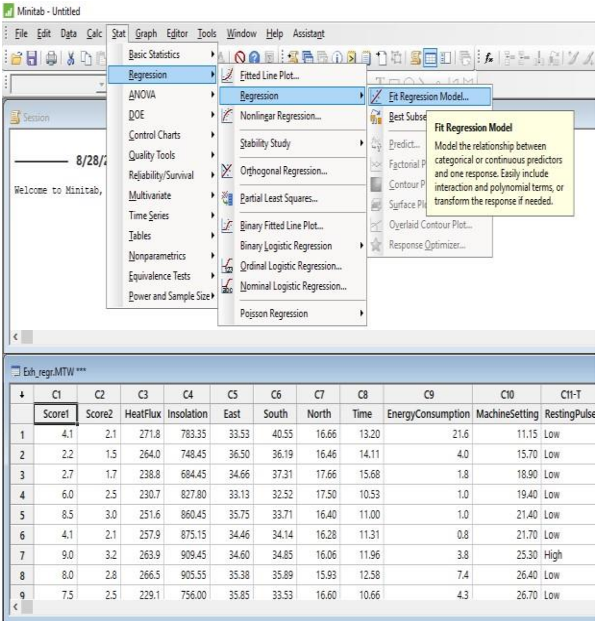
9.2.1 Analisis Regresi

Pada contoh ini digunakan data exh_regression.mtw

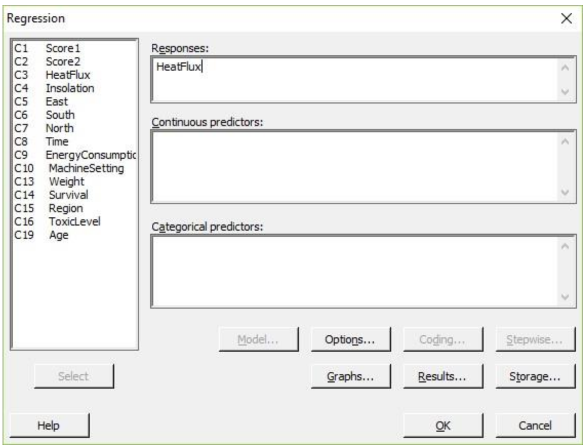
Buka worksheet EXH_REGR.MTW.



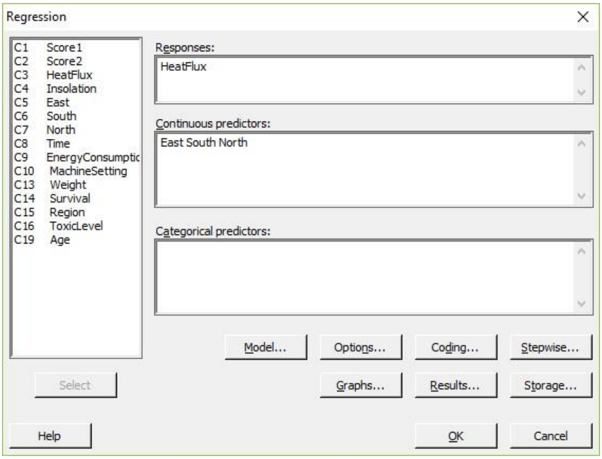
Pilih Stat > Regression > Regression > Fit Regression Model.



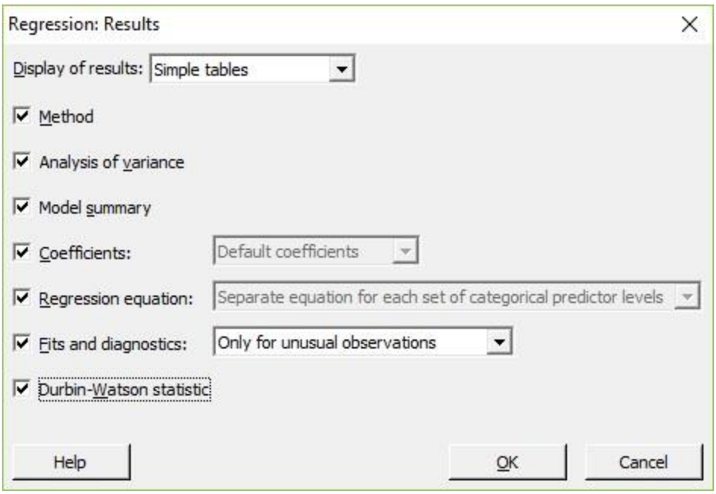
Pada kotak Responses, masukkan HeatFlux.



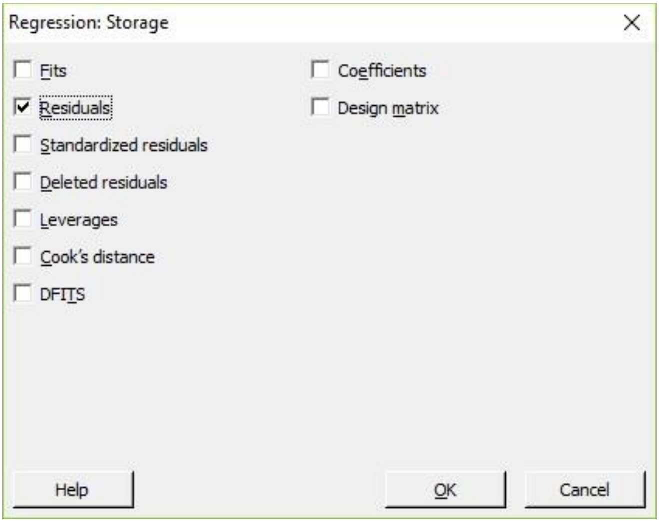
Pada kotak Continuous predictors, masukkan East South North.



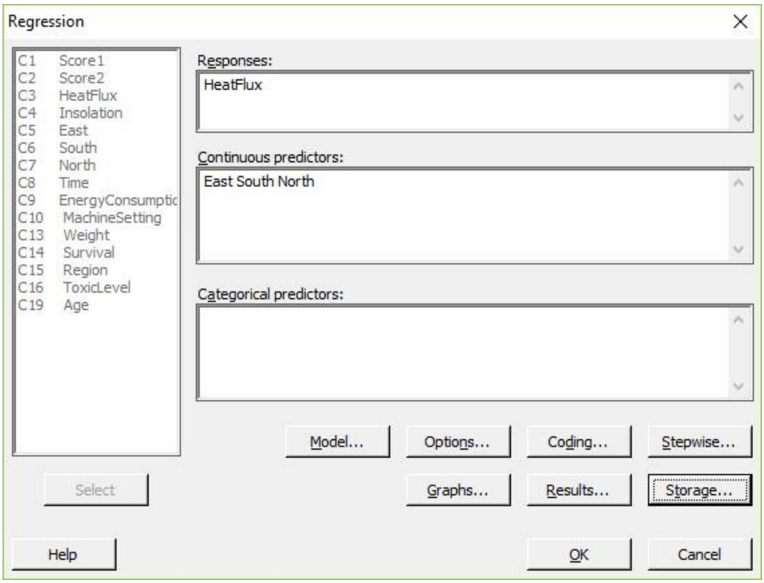
Pada Results pilih Durbin Watson Statistics



Pada Storage pilih Residuals



Klik OK



Hasil dari analisis regresi adalah sebagai berikut:

Results for: Exh_regr.MTW

Regression Analysis: HeatFlux versus East, South, North

Analysis of Variance

Source	DF	Adj SS	Adj MS	F-Value	P-Value
Regression	3	12833.9	4278.0	57.87	0.000
East	1	226.3	226.3	3.06	0.092
South	1	2255.1	2255.1	30.51	0.000
North	1	12330.6	12330.6	166.80	0.000
Error	25	1848.1	73.9		
Total	28	14681.9			

Model Summary

S	R-sq	R-sq(adj)	R-sq(pred)
8.59782	87.41%	85.90%	78.96%

Coefficients

Term	Coef	SE Coef	T-Value	P-Value	VIF
Constant	389.2	66.1	5.89	0.000	
East	2.12	1.21	1.75	0.092	1.12

South 5.318 0.963 5.52 0.000 1.21

North -24.13 1.87 -12.92 0.000 1.09

Regression Equation

HeatFlux = 389.2 + 2.12 East + 5.318 South - 24.13 North

Fits and Diagnostics for Unusual Observations

				Std	
Obs	HeatFlux	Fit	Resid	Resid	
4	230.70	210.20	20.50	2.94	R
22	254.50	237.16	17.34	2.32	R

R Large residual

Durbin-Watson Statistic

Durbin-Watson Statistic = 1.48378

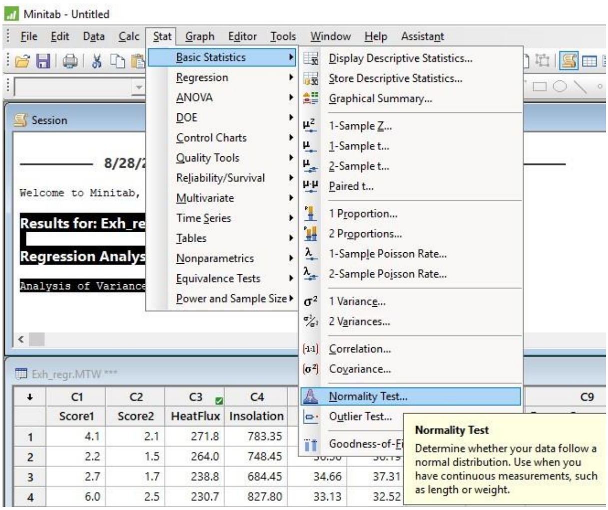
Selanjutnya berdasarkan hasil analisis regresi akan dilakukan empat asumsi dasar dalam analisis regresi yaitu normalitas, non-heteroskedastisitas, non-autokorelasi dan nonmultikolinieritas.

9.2.2 Pengujian Normalitas

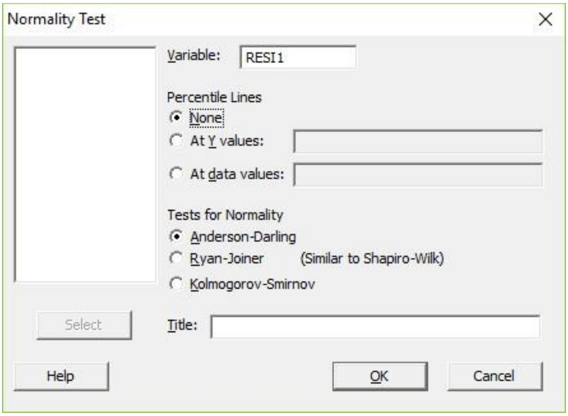
Pada regresi, residual diharapkan menyebar normal. Terdapat 3 macam cara menguji kenormalan data pada minitab 17, yaitu Anderson Darling, Ryan Joiner dan Kolmogorov Smirnov (Colton, 2013). Berikut ini langkahlangkahnya pada minitab.

a. Anderson Darling (Alternatif 1)

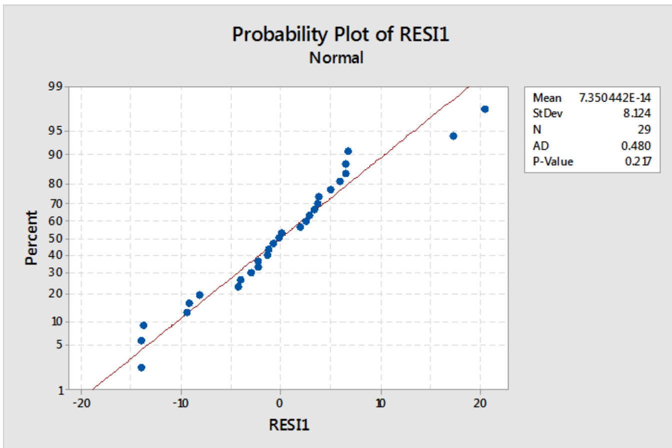
Stat > Basic Statistics > Normality Test



Isi Kotak Variable dengan RESI1 dan pilih Anderson Darling pada Test for Normality

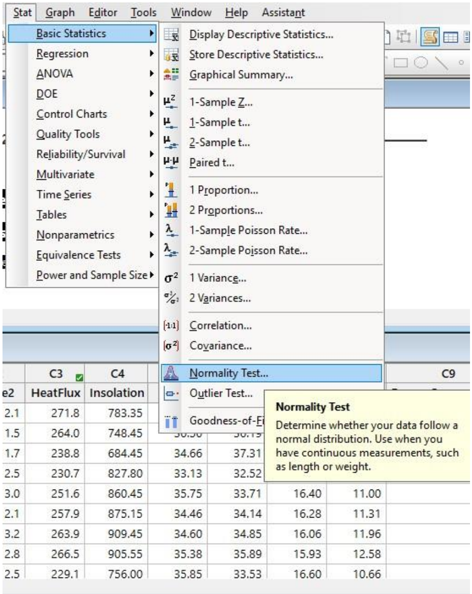


Hasil pengujian normalitas dengan andorson darling dapat dilihat seperti berikut:

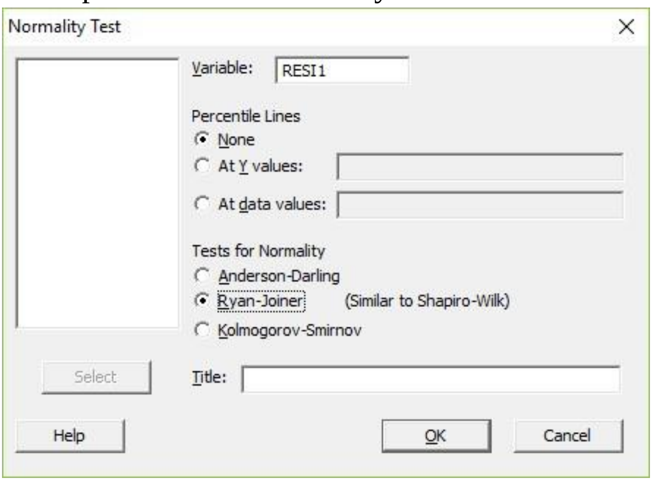


Pada contoh tersebut didapatkan nilai p-value (0.217) dimana nilai tersebut > 0.05 sehingga dapat dikatakan bahwa asumsi normalitas pada regresi telah terpenuhi.

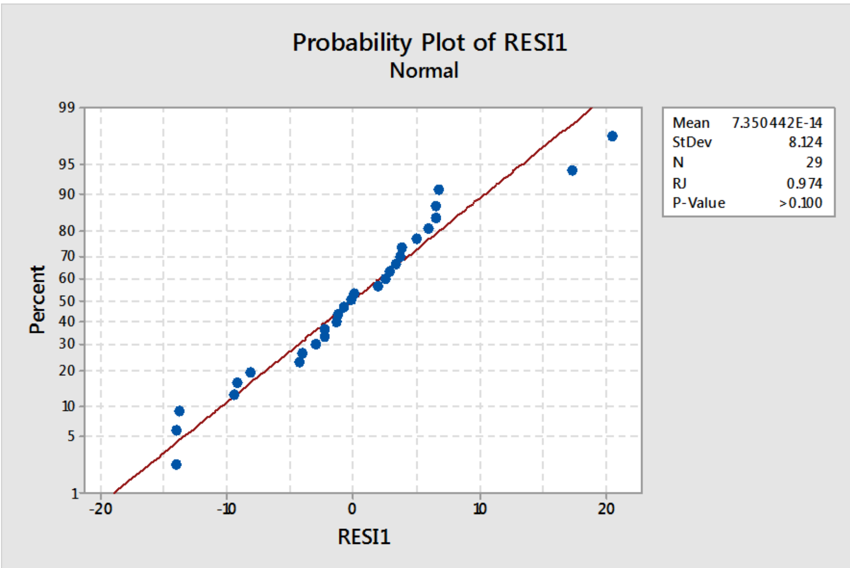
b. Ryan Joiner (Alternatif 2)
   Stat > Basic Statistics > Normality Test



Isi Kotak Variable dengan RESI1 dan pilih Ryan Joiner pada Test for Normality



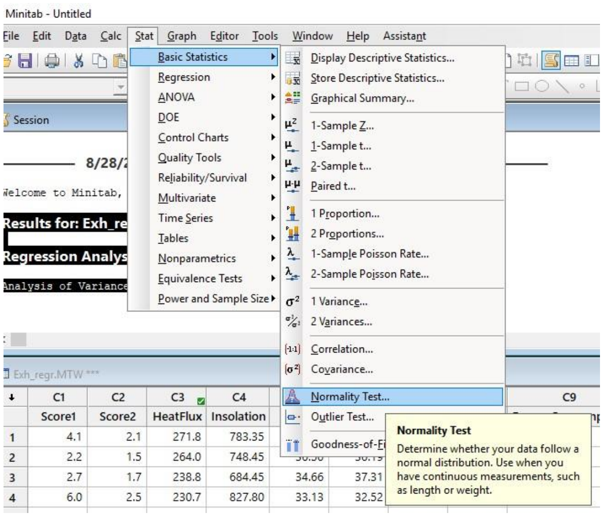
Hasil pengujian normalitas dengan ryan joiner dapat dilihat seperti berikut:



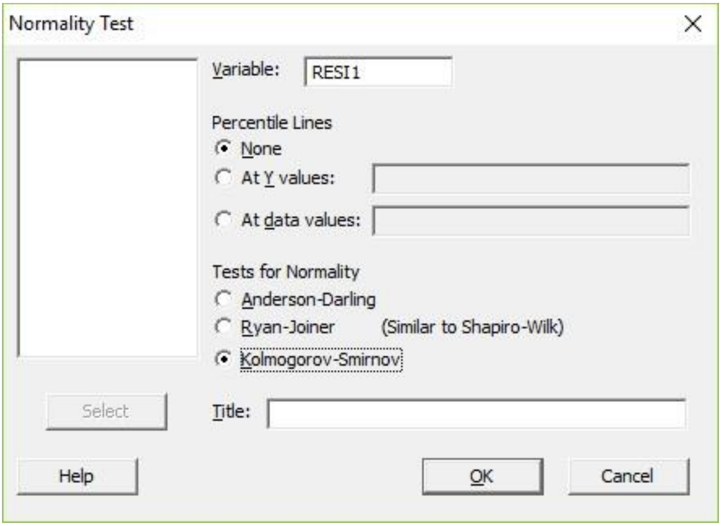
Pada contoh tersebut didapatkan nilai p-value (>0.100) yang artinya nilai tersebut > 0.05 sehingga dapat dikatakan bahwa asumsi normalitas pada regresi telah terpenuhi.

c. Kolmogorov Smirnov (Alternatif 3)

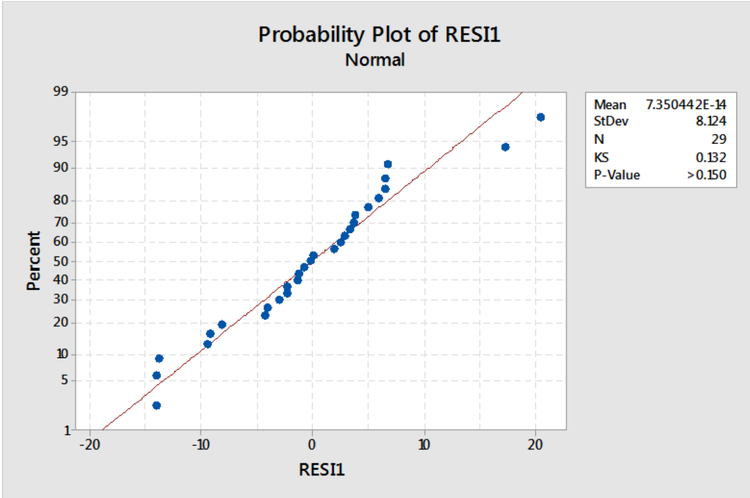
Stat > Basic Statistics > Normality Test



Isi Kotak Variable dengan RESI1 dan pilih Kolmogorov Smirnov pada Test for Normality



Hasil pengujian normalitas dengan Kolmogorov smirnov dapat dilihat seperti berikut:

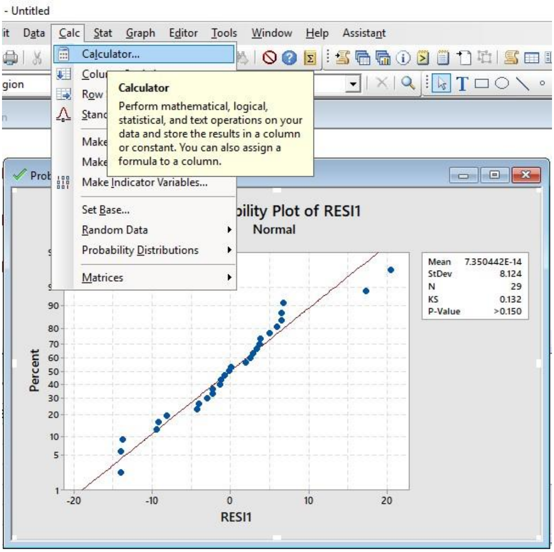


Pada contoh tersebut didapatkan nilai p-value (>0.150) yang berarti nilai tersebut > 0.05 sehingga dapat dikatakan bahwa asumsi normalitas pada regresi telah terpenuhi.

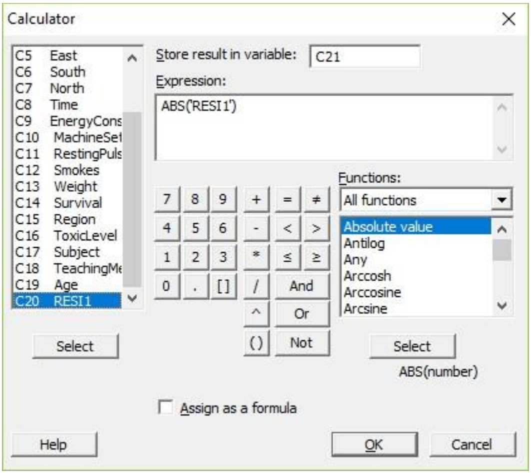
9.3 Pengujian Non-Heterokedastisitas

Pada analisis regresi, uji ini digunakan untuk menguji apakah dalam model regresi terjadi ketidaksamaan varian dari residual satu pengamatan ke pengamatan lain. Jika ragam dari residual satu pengamatan ke pengamatan lain tetap maka disebut homokedastisitas, dan jika berbeda disebut heterokedastisitas. Model regresi yang baik adalah bila tidak terjadi heterokedastisitas. Salah satu cara pengujian nonheterokedastisitas adalah dengan metode glejser (Glejser, 1969) dengan langkah sebagai berikut:

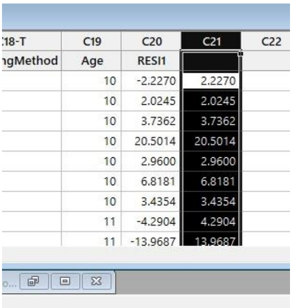
a. Calc > Calculator



b. Pada kotak store result in variable isi dengan kolom yang masih kosong (misal C21) dan pada kotak Expression isi dengan ABS(„RESI1‟)

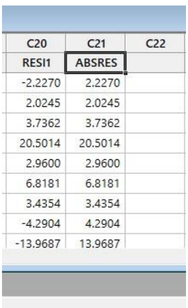


c. Pada kolom C21 akan muncul hasil sebagai berikut



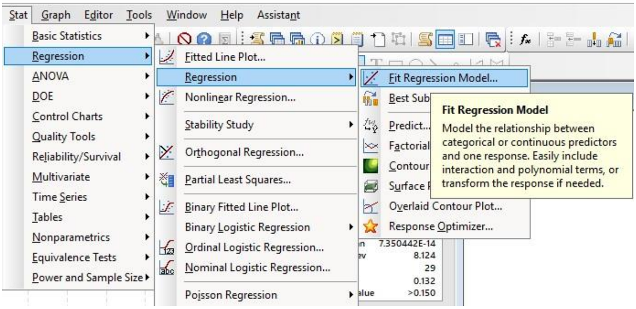
C18-T	C19	C20	C21	C22
ngMethod	Age	RESI1		
	10	-2.2270	2.2270	
	10	2.0245	2.0245	
	10	3.7362	3.7362	
	10	20.5014	20.5014	
	10	2.9600	2.9600	
	10	6.8181	6.8181	
	10	3.4354	3.4354	
	11	-4.2904	4.2904	
	11	-13.9687	13.9687	

d. Beri nama kolom C21 dengan ABSRES

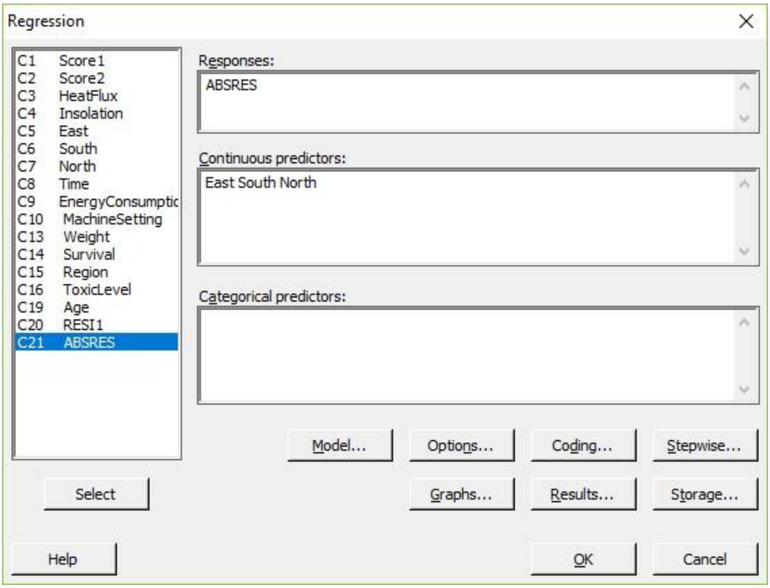


C20	C21	C22
RESI1	ABSRES	
-2.2270	2.2270	
2.0245	2.0245	
3.7362	3.7362	
20.5014	20.5014	
2.9600	2.9600	
6.8181	6.8181	
3.4354	3.4354	
-4.2904	4.2904	
-13.9687	13.9687	

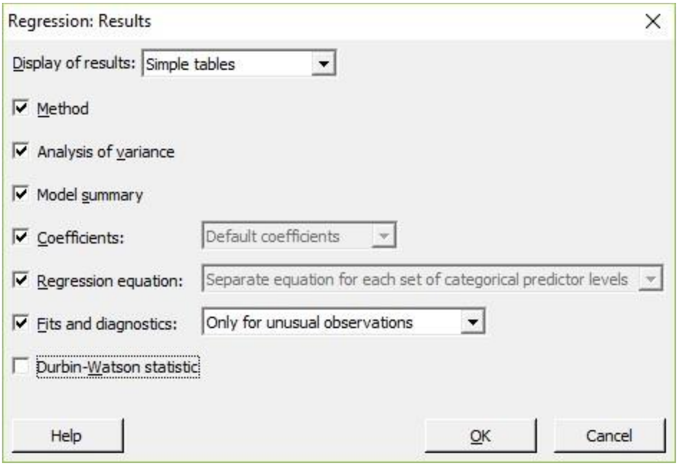
e. Klik Stat > Regression > Regression > Fit Regression Model



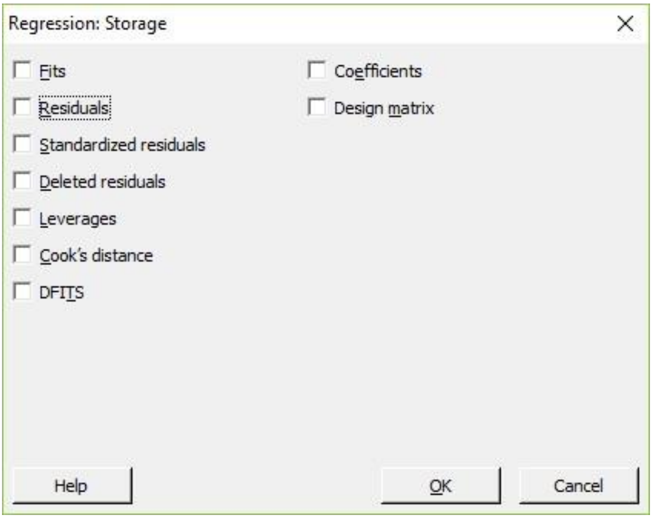
f. Pada kotak responses ganti isinya menjadi ABSRES



g. Klik Result dan hilangkan centang Durbin-Watson Statistic



h. Pada Storage Hilangkan centang residuals



i. Klik OK dan hasilnya adalah sebagai berikut:

Regression Analysis: ABSRES versus East, South, North

Analysis of Variance

Source	DF	Adj SS	Adj MS	F-Value	P-Value
Regression	3	358.272	119.424	6.85	0.002
East	1	0.016	0.016	0.00	0.976
South	1	146.858	146.858	8.42	0.008
North	1	290.334	290.334	16.64	0.000
Error	25	436.118	17.445		
Total	28	794.390			

Model Summary

S	R-sq	R-sq(adj)	R-sq(pred)
4.17669	45.10%	38.51%	17.78%

Coefficients

Term	Coef	SE Coef	T-Value	P-Value	VIF
Constant	-8.2	32.1	-0.26	0.800	
East	0.018	0.590	0.03	0.976	1.12
South	-1.357	0.468	-2.90	0.008	1.21
North	3.703	0.908	4.08	0.000	1.09

Regression Equation

ABSRES = -8.2 + 0.018 East - 1.357 South + 3.703 North

```
Fits and Diagnostics for Unusual Observations

                   Std

Obs  ABSRES   Fit  Resid  Resid

  4   20.50  13.03   7.47   2.20  R

22   17.34   8.48   8.86   2.44  R

R  Large residual
```

Pada hasil minitab tersebut, kita fokus pada nilai pvalue pada uji t. Jika nilai p-value dari semua variabel prediktor terdapat minimal satu varibel yang memiliki p-value < 0.05 maka terjadi heterokedastisitas sehingga model regresi yang dibentuk kurang baik untuk digunakan.

9.4 Uji Non-Autokorelasi

Pengujian autokorelasi dimaksudkan untuk mengetahui apakah residual bersifat bebas atau tidak terdapat korelasi antara satu dengan yang lain. Salah satu metode pengujian non-autokorelasi adalah dengan uji Durbin-Watson. Jika D>Du maka tidak ada korelasi, jika D<Dl maka terdapat korelasi positif, namun jika Dl<D<Du maka tidak bisa dijelaskan (Minitab Inc., 2014). Nilai D pada minitab 17 sebenarnya

sudah kita keluarkan pada saat analisis regresi (karena kita mencentang Durbin-Watson Statistic).

Results for: Exh_regr.MTW

Regression Analysis: HeatFlux versus East, South, North

Analysis of Variance

Source	DF	Adj SS	Adj MS	F-Value	P-Value
Regression	3	12833.9	4278.0	57.87	0.000
East	1	226.3	226.3	3.06	0.092
South	1	2255.1	2255.1	30.51	0.000
North	1	12330.6	12330.6	166.80	0.000
Error	25	1848.1	73.9		
Total	28	14681.9			

Model Summary

S	R-sq	R-sq(adj)	R-sq(pred)
8.59782	87.41%	85.90%	78.96%

Coefficients

Term	Coef	SE Coef	T-Value	P-Value	VIF
Constant	389.2	66.1	5.89	0.000	
East	2.12	1.21	1.75	0.092	1.12

South 5.318 0.963 5.52 0.000 1.21

North -24.13 1.87 -12.92 0.000 1.09

Regression Equation

HeatFlux = 389.2 + 2.12 East + 5.318 South - 24.13 North

Fits and Diagnostics for Unusual Observations

Obs	HeatFlux	Fit	Resid	Std Resid	
4	230.70	210.20	20.50	2.94	R
22	254.50	237.16	17.34	2.32	R

R Large residual

Durbin-Watson Statistic

Durbin-Watson Statistic = 1.48378

Nilai D pada hasil di atas adalah 1.48378, dengan n sebesar 29 dan k sebesar 2 maka didapatkan Dl = 1.270 dan Du = 1.563. Karena Dl < D < Du maka tidak dapat dijelaskan ada tidaknya autokorelasi.

9.5 Uji Non-Multikolinieritas

Pada regresi, diharapkan antar variabel prediktor benarbenar saling bebas. Untuk itu perlu pengujian untuk mengetahui ada tidaknya multikolinieritas. Pada minitab 17, sebenarnya hasil multikolinieritas dapat dilihat langsung pada hasil regresi variabel prediktor terhadap variabel respon. Kita fokuskan perhatian pada nilai VIF, jika nilai VIF lebih dari 10 maka dapat dikatakan terdapat multikolinieritas (Martz, 2013).

Results for: Exh_regr.MTW

Regression Analysis: HeatFlux versus East, South, North

Analysis of Variance

Source	DF	Adj SS	Adj MS	F-Value	P-Value
Regression	3	12833.9	4278.0	57.87	0.000
East	1	226.3	226.3	3.06	0.092
South	1	2255.1	2255.1	30.51	0.000
North	1	12330.6	12330.6	166.80	0.000
Error	25	1848.1	73.9		
Total	28	14681.9			

Model Summary

S R-sq R-sq(adj) R-sq(pred)

8.59782 87.41%   85.90%   78.96%

Coefficients

Term	Coef	SE Coef	T-Value	P-Value	VIF
Constant	389.2	66.1	5.89	0.000	
East	2.12	1.21	1.75	0.092	1.12
South	5.318	0.963	5.52	0.000	1.21
North	-24.13	1.87	-12.92	0.000	1.09

Regression Equation

HeatFlux = 389.2 + 2.12 East + 5.318 South - 24.13 North

Fits and Diagnostics for Unusual Observations

Obs	HeatFlux	Fit	Resid	Std Resid	
4	230.70	210.20	20.50	2.94	R
22	254.50	237.16	17.34	2.32	R

R Large residual

Durbin-Watson Statistic

Durbin-Watson Statistic = 1.48378

Berdasarkan hasil tersebut dapat kita lihat bahwa nilai

VIF untuk semua variabel prediktor memiliki nilai VIF < 10 maka dapat disimpulkan bahwa tidak terjadi multikolinieritas antar variabel prediktor.

9.6 **Rangkuman**

Analisis regresi dapat didefinisikan sebagai metode statistika yang digunakan untuk mengetahui hubungan fungsional linear antara satu variabel respon dengan satu variabel prediktor. Analisis regresi tidak berakhir begitu model regresi sesuai. Harus dilakukan pemeriksaan plot residual dan statistik diagnostik lainnya untuk menentukan apakah model memadai dan asumsi regresi telah terpenuhi. Berikut adalah empat jenis pengujian asumsi dilakukan pada analisis regresi:

Asumsi Regresi	**Metode**	**Keputusan**
Kenormalan	Anderson Darling Ryan Joiner Kolmogorov Smirnov	Normal bila pvalue > 0.05
Non-Heterokedastisitas	Uji Gleytser	Homogen jika semua pengaruh variabel bebas terhadap absolut
		error tidak signifikan (pvalue > 0.05)

Non-Autokorelasi	Durbin Watson	Jika D>Du maka tidak ada korelasi. Jika D<Dl maka terdapat korelasi positif. Jika Dl<D<Du maka tidak bisa dijelaskan
Non-Multikolinieritas	VIF	Tidak ada hubungan antara variabel bebas ketika VIF < 10

9.7 Latihan

Berikut ini terdapat data dengan X1 dan X2 adalah varibel prediktor dan Y adalah variabel respon!

X1	X2	Y

40	24	33
62	75	66
58	57	51
48	38	35
47	63	54
66	9	33
3	47	31
19	74	50
39	25	30
57	70	66
64	58	58
30	20	21
41	31	31
68	46	46
66	63	56
57	17	33
1	81	53
45	45	43
36	34	30
28	92	66

1. Lakukan analisis regresi pada data di atas
2. Lakukan empat pengujian asumsi regresi,setelah analisis regresi telah dilakukan

D**aftar Pustaka**

Colton, J., 2013. *Anderson-Darling, Ryan-Joiner, or Kolmogorov-Smirnov: Which Normality Test Is the Best?*. [Online]

Available at: http://blog.minitab.com/blog/the-statisticalmentor/anderson-darling-ryan-joiner-or-kolmogorovsmirnov-which-normality-test-is-the-best [Accessed 2017].

Evans, W. N., 2016. *Durbin Watson Significance Tables.* [Online]
Available at:
https://www3.nd.edu/~wevans1/econ30331/Durbin_Watson_tables.pdf [Accessed 2017].

Glejser, H., 1969. A New Test for Heteroskedasticity. *Journal of the American Statistical Association,* 64(235), pp. 315-323.

Martz, E., 2013. *Enough Is Enough! Handling Multicollinearity in Regression Analysis.* [Online] Available at:
http://blog.minitab.com/blog/understandingstatistics/handling-multicollinearity-in-regression-analysis [Accessed 2017].

Minitab Inc., 2014. *Minitab Statistical Software, Release 17 for Windows.* Pennsylvania: Minitab Inc..

BAB 10
ANALISIS RAGAM

10.1 Pendahuluan

Analisis Ragam atau Analisis Varian (*Analysis of Varians*/ANOVA) akan memperluas pengujian kesamaan dari dua nilai rata-rata menjadi kesamaan beberapa nilai rata-rata secara simultan. Analisis Varian adalah suatu metode untuk menguraikan keragaman total menjadi komponen-komponen yang mengukur berbagai sumber kergaman/variansi. Pada pengujian ANOVA, dengan mudah akan diketahui apakah terdapat perbedaan signifikan atau tidak dari beberapa nilai rata-rata contoh yang diselidiki, yang pada akhirnya diperoleh suatu keyakinan menerima hipotesis nol atau menerima hipotesis alternatifnya. Langkah selanjutnya adalah mengetahui besarnya ragam/variansi populasi σ^2 . Untuk mengetahui variansi populasi, kita perlu melakukan pendugaan besarnya variansi antar kelompok dan variansi dalam sampel. Bila keduanya variansi sangat kecil atau mendekati 1, kemungkinan menerima Ho dapat diterima, begitu pula sebalikanya.

10.2 Analisis Ragam Satu Arah

Konsep Analisis variansi (ANOVA) didasarkan pada distribusi –F dan dapat diaplikasikan untuk berbagai macam kasus dalam analisis hubungan antara berbagai variabel yang diamati. Dalam perhitungan statistik, analisis ragam sangat dipengaruhi oleh asumsi-asumsi yang digunakan seperti kenormalan dari distribusi, homogenitas dari ragam dan kebebasan dari kesalahan. Asumsi kenormalan distribusi memberikan penjelasan terhadap karakteristik tiap data setiap kelompok. Asumsi homogenitas ragam menjelaskan bahwa ragam dalam asing-masing kelompok dianggap sama, sedangkan asumsi bebas menjelaskan bahwa ragam masing-masing terhadap rataratanya pada setiap kelompok bersifat saling bebas.

10.2.1 Teknik Analisis Ragam Satu Arah

10.2.1.1 Data Seragam

Misalnya kita mempunyai r populasi yang bebas dan terdistribusi normal dengan rata-rata $\mu 1, \mu 2, \dots \mu r$ dan ragam yang sama yaitu σ^2 dan dari masing-masing populasi diambil sampel acak berukuran n. Kita akan mencari pengujian hipotesis seperti dalam tabel dibawah ini :

Tabel 9.1. Nilai pengamatan analisis ragam satu arah

T

Populasi	Asumsi Distribusi	Nilai Pengamatan	
1	N(μ1, σ²)	X1j (j=1,2,..,n)	
2	N (μ2, σ²)	X2j (j=1,2,..,n)	
… . .	…………	…………	
… r	…..…….	…..…….	
	N(μr σ²	Xij (j=1,2,..,n)	
Hipotesis nol : Ho = μ1,μ2, …μr Hipotesis alternatif : H1 : μ1 ≠μ1, untuk beberapa i ≠l			

T

T

T

T

(Wibisono,2009)

Misalkan Xij merupakan pengamatan ke-j dari populasi ke-i. Setiap pengamatan Xij dari nilai rata-rata dapat dibedakan menjadi dua yaitu rata-rata populasi ke-i dan simpangan εij pengamatan ke-j dalam contoh ke-I dari rataratanya. Jumlah kuadrat total (JKT) sama dengan jumlah kuadrat rata-rata baris atau perlakuan (JKB) ditambah jumlah kuadrat galat (JKG). Jumlah kuadrat masing-masing suku menggambarkan keragaman masing-masing komponen. Dengan demikian pengujian hipotesis nol dapat dilakukan dengan membandingkan dengan dua nilai dugaan bebas bagi ragam populasinya. Untuk menghitung nilai JKT, JKB maupun JKG tidaklah mudah. Namun secara praktis nilainilai tersebut dapat dihitung dari hubungan-hubungan persamaan 9.1, 9.2 dan 9.3 berikut ini :

$$JKT = \sum_{i-1}^{r}\sum_{j=1}^{n} X_{ij}^2 - \frac{T^2}{nr}$$

(9.1)

$$JKB = \frac{\sum_{i=`1}^{r} T_i^2}{n} - \frac{T^2}{nr}$$

(9.2)

$$JKG = JKT - JKB$$

(9.3)

Nilai dugaan populasi diperoleh dengan cara menguraikan jumlah kuadrat total dibagi dengan derajat bebasnya. Nilai dugaan ini merupakan nilai dugaan tak nias bagi varian populasi bila hipotesis nol benar tanpa memperhatikan pengelompokkannya yang mempunyai derajat bebas (nr-1).

$$S^2 = \frac{\sum_{i-1}^{r}\sum_{j=1}^{n}(X_{ij} - X)^2}{nr - 1} = \frac{JKT}{nr - 1}$$

(9.4)

Sedangkan besarnya variansi antar baris diperoleh dengan membagi jumlah kuadrat antar rata-rata baris dengan derajat bebas (r-1).

$$S_1^2 = \frac{n\sum_{i=1}^{r}\overline{(\bar{X}_\imath - \bar{X})^2}}{r - 1} = \frac{JKB}{r - 1}$$

(9.5)

Adapun ragam galat diperoleh dari jumlah kuadrat galat dibagi derajat bebas r(n-1). Nilai dugaan bersifat tidak bias baik Ho benar atau salah, dinyatakan dalam bentuk :

$$S_2^2 = \frac{\sum_{i-1}^{r}\sum_{j=1}^{n}(X_{ij} - X)^2}{r(n - 1)} = \frac{JKG}{r(n - 1)}$$

(9.6)

Pengujian hipotesis nol benar didasarkan atas perbandingan nilai dugaan ragam/variansi antara rata-rata baris dengan ragam/variansi galatnya.

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2} \quad (9.7)$$

Dimana nilai F merupakan nilai peubah acak distribusi-F dengan derajat bebas pembilang (r-1) dan derajat bebas penyebut r(n-1).Bila Ho benar, pengujian satu arah pada taraf nyata α dengan daerah penerimaan adalah $F \leq F\ \alpha\ (df1;df2)$ dan daerah penolakan $F > F\ \alpha\ (df1;df2)$. Untuk mempermudah perhitungan, pengujian hipotesis ditampilkan dalam bentuk tabel analisis variansi sebagai berikut :

Tabel 9.2. Nilai pengamatan analisis ragam satu arah

umber arians	Jumlah kuadrat	Derajat Bebas	Ragam	F Rasio
ntar baris	JKB	(r-1)	$S_1^2 = \frac{JKB}{r-1}$	$F = \frac{S_1^2}{S_2^2}$
alat/error	JKG	r(n-1)	$S_2^2 = \frac{JKG}{r(n-1)}$	
otal	JKT	(nr-1)		

Contoh:

- Sebuah pabrik lampu memproduksi 4 macam lampu pijar dengan daya masing-masing 10 W, 15 W, 20 W, san 25 W dan diinginkan untuk menguji apakah ada perbedaan umur pemakaian. Untuk menguji masingmasing diambil sampel acak 6 buah lampu. Dapat dikatakan bahwa tidak ada perbedaan umur pakai diantara 4 macam lampu tersebut. Ujilah dengan taraf nyata 0,05.

Jawab:

Lampu	**Lama Pemakaian (dalam hari)**						
10 W	159	150	170	137	181	163	
15 W	181	162	201	218	188	190	
20 W	176	181	201	165	175	182	
25 W	177	162	173	185	171	152	

$$JKT = (159^2 + 150^2 + 170^2 + \cdots + 152^2) - \frac{(4200)^2}{6(4)} = 742.338 -$$

$$JKB = \frac{(960^2 + 1140^2 + 1080^2 + 1020^2)}{6} - \frac{(4200)^2}{6(4)} = 738.000 - 735.$$

-
-
- JKG = JKT-JKB =7.338 – 3.000 = 4.338
- Ho:μ1= μ2= μ3= μ4

  H1 : sekurang-kurangnya ada dua nilai rata-rata yang tidak sama.
- Taraf nyata α = 0,05 ➔ F 0,05(3:20)=3,10 untuk r = 4 dan n = 6 dimana df1 = r-1=3; df2 = r(n-1)= 20
- Daerah penerimaan : Fo ≤ 3,10 dan daerah penolakan : Fo
- Pengujian Statistik:

Sumber Variansi	**Jumlah Kuadrat**	**Derajat Bebas**	**Variansi**	**F-Rasio**
Antar Baris	3.000	3	3000/3 = 1000	1000/216,9 = 4,61
Galat	4.338	20	4338/20 =216,9	
Total	7.338	23	1.216,9	

> 3,10

- Karena Fo = 4,61 > 3,10 maka hipotesis Ho ditolak. Artinya umur pakai rata-rata keempat jenis lampu pijar tidak sama.

10.2.2 Data Tidak Seragam

Pada pengujian ragam dengan data yang tidak seragam (sama) maka perhitungan yang digunakan adalah:

Variansi antar kelompok :

$$S_{\bar{x}}^2 = \frac{1}{(r-1)} \sum_{j=1}^{r} (\bar{X}_i - \bar{X})^2$$

(9.8)

Variansi Dalam Sampel

$$S_i^2 = \frac{1}{(ni-1)} \sum_{j=1}^{n} (X_{ij} - \overline{X_i})^2$$

(9.9)

Variansi Gabungan

$$S_p^2 = \frac{(n1-1)S_1^2 + (n2-1)S_2^2 + (n3-1)S_3^2}{n1+n2+n3-3}$$

(9.10)

Uji Statistik distribusi –F

$$F = \frac{variansi\ antar\ kelompok}{Variansi\ dalam\ sampel} = \frac{nS_{\bar{x}}^2}{S_p^2}$$

(9.11)

(Wibisono,2009)

Contoh:

Perusahaan rokok Jarum memproduksi rokoknya di empat lokasi yang berbeda. Hasil pengamatan secara acak menunjukkan bahwa rata-rata kandungan tar per bungkus rokok seperti tabel dibawah ini. Lakukanlah analisis varian dengan taraf nyata 1%. Ujilah bahwa rata-rata kandungan tar per bungkus sama untuk rokok yang diproduksi di empat lokasi yang berbeda.

Lokasi Pabrik	**Kandungan Tar per bungkus (mg)**						**Pembo**
Tangerang	25	27	26,5	27,5	24,5	25,5	n1= 6
Sidoarjo	27,8	26,9	26,8	28,3	30,2		n2 = 5
Surabaya	31,5	29,6	28,9				n3 = 3
Bandung	22,9	24,5	27,1	25,5			n4 = 4
							n = 18

be

$$Rata-rata\ kandungan\ tar\ \bar{X} = \frac{n(X_1)}{\sum ni} = \frac{6\,(26) + 5\,(28) + 3\,(30) + 4(25)}{(6+5+3+4)} = 27\,m$$

Jawab:

- ❖ **Menghitung rata-rata**
- ❖ **Menghitung Variansi Antar Kelompok**

Untuk ukuran sampel yang tidak seragam, penduga variansi antar kelompok tidak dikalilan dengan n, namun dilakukan faktor pembobot. Jadi r = kelompok.

$$S_{\bar{x}}^2 = \frac{1}{(r-1)} \sum_{j=1}^{r} (\bar{X}_i - \bar{X})^2$$

$$S_{\bar{x}}^2 = \frac{6(26-27)^2 + 5(28-27)^2 + 3(30-27)^2 4(25-27)^2}{(4-1)} = 18$$

❖ **Menghitung Variansi dalam Sampel**

$$S_i^2 = \frac{1}{(ni-1)} \sum_{j=1}^{n} (X_{ij} - \overline{Xi})^2$$

$$S_1^2 = \frac{1}{(6-1)} [(25-26)^2 + (27-26)^2 + \cdots + (25{,}5-26)^2] = 1{,}40$$

❖ **Variansi Gabungan**

$$Adapun\ Variansi\ gabungan = S_p^2 = \frac{(n1-1)S_1^2 + (n2-1)S_2^2 + (n3-1)S_3^2}{n1+n2+n3-3}$$

$$S_p^2 = \frac{(6-1)1{,}40 + (5-1)1{,}91 + (3-1)1{,}81 + (4-1)3{,}11}{(6+5+3+4)-4} = 1{,}97$$

❖ Ho:µ1= µ2= µ3= µ4

H1: sekurang-kurangnya ada dua nilai rata-rata yang tidak sama.

❖ Taraf nyata α = 0,01 ➔ F 0,01(3:14)=5,56 untuk r = 4 dan N = 18, dimana df1 = r-1=3; df2 = N-r = 14

❖ Daerah penerimaan : Fo ≤ 5,56

Daerah penolakan : Fo > 5,56

- ❖ Pengujian Statistik –F = 18/1,97 = 9,14
- ❖ Kesimpulan, karena Fo = 9,14 > 5,56 maka hipotesis Ho ditolak. Artinya rokok yang diproduksi di empat lokasi memiliki rata-rata kandungan tar yang tidak sama.

10.3 Uji Homogenitas

Diasumsikan adanya homogenitas variansi menjelaskan bahwa variansi pada masing masing kelompok sama. Asumsi ini diperlukan agar kombinasi variansi masing-masing kelompok dapat dilakukan. Hipotesis nol pada uji homogenitas variansi Bartlett mensyaratkan bahwa nilai variansi populasi haruslah $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 \ldots = \sigma_r^2$ lawan hipotesis alternatifnya $\sigma_i^2 \neq \sigma_l^2$ untuk beberapa i≠ l. Variansi Gabungan memberikan hasil dugaan gabungan, yaitu :

$$S_p^2 = \frac{\sum_{i-1}^{r}(n_i - 1)S_1^2}{(N - r)}$$

(9.12)

$$Bo = \frac{1}{S_p^2}\left[(s_1^2)^{n1-1} x (s_2^2)^{n2-1} x \ldots x (s_r^2)^{nr-1}\right]^{1/N-r}$$

(9.13)

Bila ukuran sampel sama (n1=n2=…=nr) nilai B ≥ B α (r;n) menunjukkan bahwa hipotesis nol diterima pada taraf nyata α, sehingga disimpulkan bahwa variansi populasi sama. Sebaliknya, jika B < B α (r;n) menunjukkan bahwa hipotesis alternatif diterima pada taraf nyata α, sehingga disimpulkan bahwa variansi populasi tidak semuanya sama. Adapun untuk ukuran sampel tidak sama (ni ≠ nl untuk beberapa i ≠l) hipotesis nol diterima pada taraf nyata α bila B ≥ B α (r; n1=n2=…=nr) dan sebaliknya Hipotesis nol ditolak berarti sekurang-kurangnya ada dua variansi populasi yang tidak sama, sehingga tabel distribusi Bartlet diuraikan sebagai berikut :

$$B_\alpha(r{:}n1,n2,\ldots,nr = \frac{\left[n_1 B_\alpha(r{:}n_1) + n_2 B_\alpha(r{:}n_2) + \cdots + n_r B_\alpha(r{:}n_r)\right]}{N} \quad (9.14)$$

(Wibisono,2009)

Contoh :

Gunakan uji Bartlet dengan taraf nyata 0,05 untuk menguji hipotesis bahwa variansi ketiga mesin pabrik adalah sama (r=3 dan N=15).

Jawab :

❖ Menentukan nilai Ho dan H1

$$Ho = \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2$$

H1: Sekurang-kurangnya ada dua variansi populasi yang tidak sama

❖ Taraf nyata $\alpha = 0{,}05$ ➔ F 0,05(2;12)= 3,89 untuk r = 3 dan N = 15 dimana df1 = r-1=2; df2 = (N-r)= 12.

❖ Daerah penerimaan : Fo $\geq 3{,}89$

Daerah penolakan : Fo < 3,89

❖ Pengujian Statistik

$$S_1^2 = 13{,}5;\ S_2^2 = 12{,}5; S_3^2 = 11{,}5; S_p^2 = 12{,}5$$

$$Bo = \frac{[(13{,}5)^{5-1}x(12{,}5)^{5-1}x(11{,}5)^{5-1}]^{1/(15-3)}}{12{,}5} = 0{,}998$$

❖ Kesimpulan, karena Bo = 0,988 < 0,5762 maka hipotesis Ho ditolak, sehingga dapat disimpulkan bahwa variansi ketiga mesin adalah tidak sama.

10.4 Analisis Ragam Dua Arah

Analisis ragam dua arah adalah perluasan dari analisis ragam satu arah untuk pengamatan berpasangan yang tidak melibatkan dua contoh pengamatan saja tetapi tiga atau lebih. Pada analisis ragam dua arah kita tidak lagi menyebut pengamatan berpasangan karena tiga atau lebih contoh mempunyai kesempatan yang sama untuk dibandingkan dalam pengamatan yang diulang beberapa kali. Dengan kata lain perbedaan mendasar dari analisis ragam satu arah dan dua arah adalah analisis ragam satu arah hanya mempertimbangkan satu faktor yang menimbulkan variasi, sedangkan analisis ragam dua arah mempertimbangkan dua faktor yang menimbulkan variasi. Dua faktor variasi yang dipertimbangkan adalah keragaman antar contoh dan keragaman antar pengamatan atau ulangan. Menurut Yitnosumarto (1990), model analisis ragam dua arah dapat dinyatakan sebagaimana persamaan 9.1 sebagai berikut :

$$X_i \;\square\; \square\; \square\; \square\square\; \square\; \square\; \square_i \qquad _j \qquad _{ij}\,,$$

$$i \;\square\; 1,2,...,\;\; ;\, n\; j \;\square\; 1,2,...,k$$

(9.15)

di mana :

X_{ij} = pengamatan pada baris ke-i dan kolom ke-j

μ = nilai tengah umum γ_i = pengaruh baris ke-i

β_j = pengaruh kolom ke-j

ε_{ij} = sisa pengaruh untuk pengamatan baris ke-i dan kolom ke$j$

10.4.1 Analisis Ragam Dua Arah

Nilai pengamatan analisis ragam dua arah apabila disajikan dalam bentuk tabel, dinyatakan sebagaimana tabel
9.3 sebagai berikut :

Tabel 9.3. Nilai pengamatan analisis ragam dua arah

Baris	Kolom				Total
	1	2	...	k	
1	X_{11}	X_{12}	...	X_{1k}	$\sum_{j=1}^{k} X_{1j}$
2	X_{21}	X_{22}	...	X_{2k}	$\sum_{j=1}^{k} X_{2j}$
...	....	...		...	
n	X_{n1}	X_{n2}	...	X_{nk}	$\sum_{j=1}^{k} X_{ij}$

(Yitnosumarto,1990)

Analisis ragam dua arah mempertimbangkan dua faktor yaitu keragaman antar contoh (antar baris) dan keragaman antar pengamatan atau ulangan (antar kolom). Sehingga susunan tabel analisis ragam dua arah menurut Yitnosumarto (1990), dapat dinyatakan pada tabel 9.4sebagai berikut :

Tabel 9.4 Tabel Analisis Ragam Dua Arah

Sumber Keragaman (SK)	**db**	**JK**	**KT**	**F**
Baris	(n-1)	$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}(X_{ij})^2 / k - FK$	$JK_{Baris}/(n-1)$	KT_{Baris}/KT_G
Kolom	(k-1)	$\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n}(X_{ij})^2 / n - FK$	$JK_{kolom}/(k-1)$	KT_{Kolom}/KT_G
Galat/Sisaan	(n-1) (k-1)	$JK_G = JK_{Total} - JK_{Baris} - JK_{kolom}$	$JK_G/(n-1)(k-1)$	
Total	nk-1	$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}X_{ij}^2 - FK$		

Keterangan :

FK adalah faktor koreksi yang dinyatakan sebagaimana persamaan 9.4 sebagai berikut :

$$FK = \left(\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n} X_{ij}\right)^2 / nk$$

Menurut Walpole (1995), pada analisis ragam dua arah terdapat 6 langkah yang harus dilakukan, langkah-langkah tersebut antara lain adalah sebagai berikut :

1. Menentukan Hipotesis

Terdapat dua hipotesis dalam analisis ragam dua arah yaitu hipotesis untuk baris dan hipotesis untuk kolom

a. Hipotesis untuk baris

$H_0 : \square\ \square\ \square_1 \square_2 \square_3 \square\ 0$

H_1 :Paling tidak ada satu $\square_i \square\ 0$

a. Hipotesis untuk kolom

$H_0 : \square\ \square\ \square_1 \square_2 \square_3 \square\ 0$

H_1 :Paling tidak ada satu $\square_i \square\ 0$

2. Menentukan tingkat signifikansi (α) dan nilai F tabel

Tingkat signifikansi adalah tingkat kesalahan yang mungkin dilakukan dalam proses analisis, nilai α yang pada umumnya paling sering digunakan adalah 5%, 10 % dan 15%.

Nilai F tabel bergantung pada tingkat signifikansi dan derajat bebas (db) pada setiap baris, kolom dan db galat.
Nilai Ftabel dinyatakan sebagai berikut :

a. Nilai F tabel untuk baris ; F (α;db baris ;db galat)
b. Nilai F tabel untuk kolom ; F (α;db kolom ;db galat)

3. Menentukan kriteria pengujian

Tolak H_0 jika F hitung > F tabel

Terima H_0 jika F hitung ≤ F tabel

4. Menghitung tabel analisis ragam dua arah

Tabel analisis ragam dua arah disajikan pada tabel 9.2 dengan persamaan-persamaan penyusun tabel analisis ragam tersebut. Sebelum menyusun tabel analisis ragam dua arah terlebih dahulu dihitung komponen-komponen penyusun tabel analisis ragam seperti faktor koreksi dan Jumlah Kuadrat masing-masing sumber keragaman

5. Membuat Keputusan

Keputusan yang diambil adalah tolak H_0 atau terima H_0. Hal ini tergantung pada hasil kriteria pengujian yang dilakukan

6. Membuat Kesimpulan

Kesimpulan dibuat berdasarkan hasil keputusan yang telah diambil. Apabila kita memutuskan untuk menolak H_0 maka dapat disimpulkan bahwa terdapat perbedaan yang signifikan pada komponen baris atau kolom, sebaliknya apabila kita memutuskan untuk menerima H_0 maka dapat disimpulkan bahwa tidak terdapat perbedaan yang signifikan pada komponen baris atau kolom.

Contoh:

Untuk lebih memahami tentang uraian materi analisis ragam dua arah yang telah dijelaskan berikut ini diberikan contoh kasus analisis ragam dua arah

Seorang dosen ingin meneliti efektifitas metode penilaian terhadap nilai KUIS mahasiswa pada 3 matakuliah yag telah diajarkan. Terdapat 3 metode penilaian yang digunakan yaitu tes tulis (A1), tes lisan (A2) serta tes tulis dan tes lisan (A3). Data nilai rata-rata kelas pada 3 matakuliah yang menjadi fokus penelitian dengan 3 jenis metode penilaian disajikan pada tabel 9.3 sebagai berikut :

Tabel 9.5 Data nilai rata-rata kelas pada 3 matakuliah

Metode Penilaian	Matakuliah		
	Statistika Dasar	Matematika Dasar	Matematika Diskrit
A1	83	79	79,5
A2	87	80,5	82
A3	85	81,5	83,5

Dengan menggunakan analisis ragam dua arah tentukan apakah ada perbedaan antar metode penilaian dan antar matakuliah atau tidak ?

Seperti yang telah dijelaskan diawal terdapat 6 langkah dalam analisis ragam dua arah. Berikut adalah tahapan yang dilakukan dalam analisis ragam dua arah :

1. Menentukan Hipotesis

a. Hipotesis untuk metode penilaian (baris)

$H_0 : \square\ \square\ \square_1\ \square\ _2\ \square\ _3\ \square\ 0$

H_1 :Paling tidak ada satu $\square_i\ \square\ 0$

b. Hipotesis untuk matakuliah (kolom)

$H_0 : \square \; \square \; \square_1 \; \square_2 \; \square_3 \; \square \; 0$

H_1 :Paling tidak ada satu $\square_i \; \square \; 0$

2. Menentukan tingkat signifikansi (α) dan nilai F tabel

Tingkat signifikansi α = 5% = 0,05

a. Nilai F tabel untuk baris ; F (α;db baris ;db galat) dimana db1= 3-1=2 dan db2= 2x2=4

F(0,05;2;4) = 19,25

b. Nilai F tabel untuk kolom ; F (α;db kolom ;db galat) dimana db1= 3-1=2 dan db2= 2x2=4

F(0,05;2;4) = 19,25

3. Menentukan kriteria pengujian

Tolak H_0 jika F hitung > F tabel

Terima H_0 jika F hitung ≤ F tabel

4. Menghitung tabel analisis ragam dua arah

Komponen- komponen analisis ragam dua arah dihitung berdasarkan persamaan yang disajikan pada tabel 9.4.

Sebelum menyusun tabel analisis ragam dua arah terlebih dahulu dihitung komponen-komponen penyusun tabel analisis ragam dua arah, yang dinyatakan sebagai berikut :

Metode Penilaian	Matakuliah			Total
	Statistika Dasar	Matematika Dasar	Matematika Diskrit	
A1	83	79	79,5	241,5
A2	87	80,5	82	249,5
A3	85	81,5	83,5	250
Total	255	241	245	741

a. Faktor Koreksi

$$FK = \left(\sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{n} X_{ij} \right)^2 / nk$$

$$= (741)^2 / (3 x 3) = 61009$$

b. Jumlah Kuadrat masing-masing sumber keragaman

$$JK_{Total} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{k} X_{ij}^2 - FK$$

$$=(83^2 + 79^2 + \dots + 81,5^2 + 83,5^2) - 61009 = 54$$

n k

$$JK_{M\ Penilaian.} = \sum_{i=1}\sum_{j=1}(X_{ij})^2 / k - FK$$

$$= \frac{241,5^2 + 249,5^2 + 250^2}{3} - 61009 = 15,17$$

$$JK_{Matkul} = \sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n}(X_{ij})^2 / n - FK$$

$$= \frac{255^2 + 241^2 + 245^2}{3} - 61009 = 34,67$$

$JK_G = JK_{Total} - JK_{M.P} - JK_{Matkul}$

$= 54 - 15,17 - 34,67 = 4,16$

Berdasarkan hasil perhitungan faktor koreksi dan jumlah kuadrat sebagai komponen tabel analisis ragam maka dapat disusun tabel analisis ragam yang dinyatakan sebagaimana tabel 9.6 berikut :

Tabel 9.6 Tabel analisis ragam dua arah untuk data nilai ratarata kelas pada 3 matakuliah

Sumber Keragaman (SK)	db	JK	KT	F

MP	2	15,17	7,585	7,29
Matakuliah	2	34,67	17,335	16,67
Galat/Sisaan	4	4,16	1,04	
Total	8	54		

5. Membuat Keputusan

a. Sumber Keragaman Baris (M. Penilaian)

F hitung (7,29) $\leq$ F tabel (19,25) maka keputusan yang diambil adalah terima H_0

b. Sumber Keragaman Kolom (Matakuliah)

F hitung (17,335) $\leq$ F tabel (19,25) maka keputusan yang diambil adalah terima H_0

6. Membuat Kesimpulan

a. Pada SK Baris (metode penilaian) karena keputusan yang diambil adalah terima H_0 maka dapat disimpulkan bahwa tidak terdapat perbedaan yang signifikan untuk nilai rata-rata kuis pada setiap jenis metode penilaian yang digunakan.

a. Pada SK kolom (matakuliah) Karena keputusan yang diambil adalah terima H_0 maka dapat disimpulkan bahwa tidak terdapat perbedaan yang signifikan untuk nilai rata-rata kuis pada setiap jenis metode penilaian yang digunakan.

10.5 Rangkuman

- Analisis ragam satu arah adalah analisis yang mempertimbangkan satu faktor yang menimbulkan variasi yaitu keragaman antar baris dan keragaman galat.

- Tabel Nilai pengamatan analisis ragam satu arah

Populasi	**Asumsi Distribusi**	**Nilai Pengamatan**	**Total**	**Ratarata**
1 2 . . r	$N(\mu 1, \sigma^2)$ $N(\mu 2, \sigma^2)$ ………… …..…… $N(\mu r\ \sigma^2$	X1j (j=1,2,..,n) X2j (j=1,2,..,n) ………… …..…… Xij (j=1,2,..,n)	T1 T2 … … Tr	$\bar{X}_1$ ... $\bar{X}_2$ ... $\bar{X}_r$
Hipotesis nol : Ho = $\mu 1, \mu 2, \ldots \mu r$ Hipotesis alternatif : H1 : $\mu 1 \neq \mu 1$, untuk beberapa i $\neq$l			T	$\bar{X}$

- Analisis ragam dua arah adalah analisis yang mempertimbangkan dua faktor yang menimbulkan variasi yaitu keragaman antar contoh (antar baris) dan keragaman antar pengamatan atau ulangan (antar kolom)

- Tabel analisis ragam dua arah dapat dinyatakan sebagai berikut :

Sumber Keragaman (SK)	**db**	**JK**	**KT**	**F**
Baris	(n-1)	$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}(X_{ij})^2$	JK_{Baris}/(n-1)	KT_{Baris}/ KT_G
Kolom	(k-1)	$\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n}(X_{ij})^2$	JK_{kolom}/ (k-1)	KT_{Kolom} / KT_G
Galat/Sisaan	(n-1) (k-1)	JK_G= JK_{Total}- JK_{Baris}- JK_{kolom}	JK_G/(n-1)(k-1)	
Total	nk-1	$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}X_{ij}^2$		

10.6 Latihan

1. Jelaskan perbedaan mendasar analisis ragam satu arah dan analisis ragam dua arah!

2. Data-data dibawah ini menunjukkan jumlah panenan (Kw/Ha) masing-masing jenis padi varietas IR-32, IR-36 dan VUTR. Ujilah dengan taraf nyata 0,01, apakah ada perbedaan nyata rata-rata produksi ketiga jenis varietas padi tersebut.

Jenis Padi	**Hasil Produksi (Kw/Ha)**					
IR-32	42	40	35	36	47	40
IR-36	39	43	42	46	43	35
VUTR	43	45	42	46	44	35

3. Lakukan analisis ragam dua arah pada data tingkat pemahaman mahasiswa terhadap matakuliah statitika dasar yang diberikan dengan menggunakan 4 teknik pengajaran yang berbeda. Penelitian dilakukan terhadap 8 mahasiswa, pengukuran tingkat pemahaman mahasiswa dilakukan dengan skala 1-10 dan selanjutnya data penelitian disajikan sebagaimana tabel di bawah ini :

Teknik Pengajaran	Mahasiswa							
	1	2	3	4	5	6	7	8

Teknik Pengajaran 1	6	7	9	8	8	7	6	5
Teknik Pengajaran 2	8	8	8	7	9	9	9	8
Teknik Pengajaran 3	5	7	6	7	7	8	6	5
Teknik Pengajaran 4	7	6	8	5	7	9	8	7

Daftar Pustaka

Walpole, Ronald E. (1995). *Pengantar Statistika*. Jakarta : PT. Gramedia Pustaka Utama.

Wibisono, Yusuf (2009)., *Metode Statistik.* Yogyakarta: Gadjah Mada Press

Yitnosumarto, Suntoyo. (1990). *Dasar-Dasar Statistika*. Jakarta: Rajawali Pers.

BIODATA PENULIS

Wiwik Sulistiyowati, S.T., M.T. lahir di Magetan, 16 Agustus 1982. Lulus Sarjana tahun 2005 di Program Studi Teknik Industri, Fakultas Teknologi Industri Universitas Pembangunan Nasiona "Veteran" JAwa Timur Surabaya. Lulus Pasca Sarjana tahun 2008di Program Keahlian Rekayasa Kualitas, Program Studi Teknik Industri, Fakultas Teknologi Industri Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya. Pengalaman kerja di perusahaan manufaktur di Departemen Quality Control selama setahun, kemudian karir pendidikan dimulai pada tahun 2009 di Universitas Muhammadiyah Sidoarjo dengan menjadi dosen tetap dengan jabatan akademik Lektor. Buku yang sudah ditulis adalah **Pengendalian Kualitas**. Aktif melaksanakan penelitian dan pengabdian kepada masyarakat serta mengikuti seminar dan konferensi di beberapa daerah.

Cindy Cahyaning Astuti., S.Si., M.Si. lahir di Sidoarjo, 14 Juli 1991. Lulus sarjana pada tahun 2013 di Program Studi Statistika Universitas Brawijaya. Lulus Pascasarjana tahun 2015 di Program Studi Statistika Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya dengan skema Beasiswa BPPDN-Calon Dosen Kemenristekdikti. Karir bidang pendidikan dimulai sejak tahun 2015 yaitu dengan menjadi dosen tetap di Prodi Pendidikan TIK Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Muhammadiyah Sidoarjo .

INDEKS

LAMPIRAN

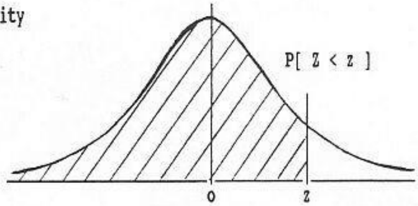
Lampiran 1. Tabel Distribusi Normal
Lampiran 2. Tabel Distribusi F

STANDARD STATISTICAL TABLES

1. Areas under the Normal Distribution

The table gives the cumulative probability up to the standardised normal value z
i.e.

$$P[\, Z < z \,] = \int_{-\infty}^{z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-\tfrac{1}{2}Z^2)\, dZ$$



z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5159	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7854
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8804	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9773	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9865	0.9868	0.9871	0.9874	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9924	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9980	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986

z	3.00	3.10	3.20	3.30	3.40	3.50	3.60	3.70	3.80	3.90
P	0.9986	0.9990	0.9993	0.9995	0.9997	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	1.0000

Titik Persentase Distribusi F

Probabilita = 0.01

Diproduksi oleh: Junaidi
http://junaidichaniago.wordpress.com

Titik Persentase Distribusi F untuk Probabilita = 0,01

df untuk penyebut (N2)	df untuk pembilang (N1)														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	4052	4999	5403	5625	5764	5859	5928	5981	6022	6056	6083	6106	6126	6143	6157
2	98.50	99.00	99.17	99.25	99.30	99.33	99.36	99.37	99.39	99.40	99.41	99.42	99.42	99.43	99.43
3	34.12	30.82	29.46	28.71	28.24	27.91	27.67	27.49	27.35	27.23	27.13	27.05	26.98	26.92	26.87
4	21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98	14.80	14.66	14.55	14.45	14.37	14.31	14.25	14.20
5	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.46	10.29	10.16	10.05	9.96	9.89	9.82	9.77	9.72
6	13.75	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.79	7.72	7.66	7.60	7.56
7	12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.54	6.47	6.41	6.36	6.31
8	11.26	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81	5.73	5.67	5.61	5.56	5.52
9	10.56	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26	5.18	5.11	5.05	5.01	4.96
10	10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85	4.77	4.71	4.65	4.60	4.56
11	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.46	4.40	4.34	4.29	4.25
12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.22	4.16	4.10	4.05	4.01
13	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	4.02	3.96	3.91	3.86	3.82
14	8.86	6.51	5.56	5.04	4.69	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.86	3.80	3.75	3.70	3.66
15	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.73	3.67	3.61	3.56	3.52
16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.62	3.55	3.50	3.45	3.41
17	8.40	6.11	5.18	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.52	3.46	3.40	3.35	3.31
18	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60	3.51	3.43	3.37	3.32	3.27	3.23
19	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.36	3.30	3.24	3.19	3.15
20	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37	3.29	3.23	3.18	3.13	3.09
21	8.02	5.78	4.87	4.37	4.04	3.81	3.64	3.51	3.40	3.31	3.24	3.17	3.12	3.07	3.03
22	7.95	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35	3.26	3.18	3.12	3.07	3.02	2.98
23	7.88	5.66	4.76	4.26	3.94	3.71	3.54	3.41	3.30	3.21	3.14	3.07	3.02	2.97	2.93
24	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26	3.17	3.09	3.03	2.98	2.93	2.89
25	7.77	5.57	4.68	4.18	3.85	3.63	3.46	3.32	3.22	3.13	3.06	2.99	2.94	2.89	2.85
26	7.72	5.53	4.64	4.14	3.82	3.59	3.42	3.29	3.18	3.09	3.02	2.96	2.90	2.86	2.81
27	7.68	5.49	4.60	4.11	3.78	3.56	3.39	3.26	3.15	3.06	2.99	2.93	2.87	2.82	2.78
28	7.64	5.45	4.57	4.07	3.75	3.53	3.36	3.23	3.12	3.03	2.96	2.90	2.84	2.79	2.75
29	7.60	5.42	4.54	4.04	3.73	3.50	3.33	3.20	3.09	3.00	2.93	2.87	2.81	2.77	2.73
30	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07	2.98	2.91	2.84	2.79	2.74	2.70
31	7.53	5.36	4.48	3.99	3.67	3.45	3.28	3.15	3.04	2.96	2.88	2.82	2.77	2.72	2.68
32	7.50	5.34	4.46	3.97	3.65	3.43	3.26	3.13	3.02	2.93	2.86	2.80	2.74	2.70	2.65
33	7.47	5.31	4.44	3.95	3.63	3.41	3.24	3.11	3.00	2.91	2.84	2.78	2.72	2.68	2.63
34	7.44	5.29	4.42	3.93	3.61	3.39	3.22	3.09	2.98	2.89	2.82	2.76	2.70	2.66	2.61
35	7.42	5.27	4.40	3.91	3.59	3.37	3.20	3.07	2.96	2.88	2.80	2.74	2.69	2.64	2.60
36	7.40	5.25	4.38	3.89	3.57	3.35	3.18	3.05	2.95	2.86	2.79	2.72	2.67	2.62	2.58
37	7.37	5.23	4.36	3.87	3.56	3.33	3.17	3.04	2.93	2.84	2.77	2.71	2.65	2.61	2.56
38	7.35	5.21	4.34	3.86	3.54	3.32	3.15	3.02	2.92	2.83	2.75	2.69	2.64	2.59	2.55
39	7.33	5.19	4.33	3.84	3.53	3.30	3.14	3.01	2.90	2.81	2.74	2.68	2.62	2.58	2.54
40	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89	2.80	2.73	2.66	2.61	2.56	2.52
41	7.30	5.16	4.30	3.81	3.50	3.28	3.11	2.98	2.87	2.79	2.71	2.65	2.60	2.55	2.51
42	7.28	5.15	4.29	3.80	3.49	3.27	3.10	2.97	2.86	2.78	2.70	2.64	2.59	2.54	2.50
43	7.26	5.14	4.27	3.79	3.48	3.25	3.09	2.96	2.85	2.76	2.69	2.63	2.57	2.53	2.49
44	7.25	5.12	4.26	3.78	3.47	3.24	3.08	2.95	2.84	2.75	2.68	2.62	2.56	2.52	2.47
45	7.23	5.11	4.25	3.77	3.45	3.23	3.07	2.94	2.83	2.74	2.67	2.61	2.55	2.51	2.46

Titik Persentase Distribusi F untuk Probabilita = 0,01

df untuk penyebut (N2)	df untuk pembilang (N1)														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
46	7.22	5.10	4.24	3.76	3.44	3.22	3.06	2.93	2.82	2.73	2.66	2.60	2.54	2.50	2.45
47	7.21	5.09	4.23	3.75	3.43	3.21	3.05	2.92	2.81	2.72	2.65	2.59	2.53	2.49	2.44
48	7.19	5.08	4.22	3.74	3.43	3.20	3.04	2.91	2.80	2.71	2.64	2.58	2.53	2.48	2.44
49	7.18	5.07	4.21	3.73	3.42	3.19	3.03	2.90	2.79	2.71	2.63	2.57	2.52	2.47	2.43
50	7.17	5.06	4.20	3.72	3.41	3.19	3.02	2.89	2.78	2.70	2.63	2.56	2.51	2.46	2.42
51	7.16	5.05	4.19	3.71	3.40	3.18	3.01	2.88	2.78	2.69	2.62	2.55	2.50	2.45	2.41
52	7.15	5.04	4.18	3.70	3.39	3.17	3.00	2.87	2.77	2.68	2.61	2.55	2.49	2.45	2.40
53	7.14	5.03	4.17	3.70	3.38	3.16	3.00	2.87	2.76	2.68	2.60	2.54	2.49	2.44	2.40
54	7.13	5.02	4.17	3.69	3.38	3.16	2.99	2.86	2.76	2.67	2.60	2.53	2.48	2.43	2.39
55	7.12	5.01	4.16	3.68	3.37	3.15	2.98	2.85	2.75	2.66	2.59	2.53	2.47	2.42	2.38
56	7.11	5.01	4.15	3.67	3.36	3.14	2.98	2.85	2.74	2.66	2.58	2.52	2.47	2.42	2.38
57	7.10	5.00	4.15	3.67	3.36	3.14	2.97	2.84	2.74	2.65	2.58	2.51	2.46	2.41	2.37
58	7.09	4.99	4.14	3.66	3.35	3.13	2.96	2.83	2.73	2.64	2.57	2.51	2.45	2.41	2.36
59	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.96	2.83	2.72	2.64	2.56	2.50	2.45	2.40	2.36
60	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63	2.56	2.50	2.44	2.39	2.35
61	7.07	4.97	4.12	3.64	3.33	3.11	2.95	2.82	2.71	2.63	2.55	2.49	2.44	2.39	2.35
62	7.06	4.96	4.11	3.64	3.33	3.11	2.94	2.81	2.71	2.62	2.55	2.49	2.43	2.38	2.34
63	7.06	4.96	4.11	3.63	3.32	3.10	2.94	2.81	2.70	2.62	2.54	2.48	2.43	2.38	2.34
64	7.05	4.95	4.10	3.63	3.32	3.10	2.93	2.80	2.70	2.61	2.54	2.48	2.42	2.37	2.33
65	7.04	4.95	4.10	3.62	3.31	3.09	2.93	2.80	2.69	2.61	2.53	2.47	2.42	2.37	2.33
66	7.04	4.94	4.09	3.62	3.31	3.09	2.92	2.79	2.69	2.60	2.53	2.47	2.41	2.36	2.32
67	7.03	4.94	4.09	3.61	3.30	3.08	2.92	2.79	2.68	2.60	2.52	2.46	2.41	2.36	2.32
68	7.02	4.93	4.08	3.61	3.30	3.08	2.91	2.78	2.68	2.59	2.52	2.46	2.40	2.36	2.31
69	7.02	4.93	4.08	3.60	3.29	3.08	2.91	2.78	2.68	2.59	2.52	2.45	2.40	2.35	2.31
70	7.01	4.92	4.07	3.60	3.29	3.07	2.91	2.78	2.67	2.59	2.51	2.45	2.40	2.35	2.31
71	7.01	4.92	4.07	3.60	3.29	3.07	2.90	2.77	2.67	2.58	2.51	2.45	2.39	2.34	2.30
72	7.00	4.91	4.07	3.59	3.28	3.06	2.90	2.77	2.66	2.58	2.50	2.44	2.39	2.34	2.30
73	7.00	4.91	4.06	3.59	3.28	3.06	2.89	2.77	2.66	2.57	2.50	2.44	2.38	2.34	2.29
74	6.99	4.90	4.06	3.58	3.28	3.06	2.89	2.76	2.66	2.57	2.50	2.43	2.38	2.33	2.29
75	6.99	4.90	4.05	3.58	3.27	3.05	2.89	2.76	2.65	2.57	2.49	2.43	2.38	2.33	2.29
76	6.98	4.90	4.05	3.58	3.27	3.05	2.88	2.75	2.65	2.56	2.49	2.43	2.37	2.33	2.28
77	6.98	4.89	4.05	3.57	3.26	3.05	2.88	2.75	2.65	2.56	2.49	2.42	2.37	2.32	2.28
78	6.97	4.89	4.04	3.57	3.26	3.04	2.88	2.75	2.64	2.56	2.48	2.42	2.37	2.32	2.28
79	6.97	4.88	4.04	3.57	3.26	3.04	2.87	2.75	2.64	2.55	2.48	2.42	2.36	2.32	2.27
80	6.96	4.88	4.04	3.56	3.26	3.04	2.87	2.74	2.64	2.55	2.48	2.42	2.36	2.31	2.27
81	6.96	4.88	4.03	3.56	3.25	3.03	2.87	2.74	2.63	2.55	2.47	2.41	2.36	2.31	2.27
82	6.95	4.87	4.03	3.56	3.25	3.03	2.87	2.74	2.63	2.54	2.47	2.41	2.35	2.31	2.27
83	6.95	4.87	4.03	3.55	3.25	3.03	2.86	2.73	2.63	2.54	2.47	2.41	2.35	2.30	2.26
84	6.95	4.87	4.02	3.55	3.24	3.02	2.86	2.73	2.63	2.54	2.47	2.40	2.35	2.30	2.26
85	6.94	4.86	4.02	3.55	3.24	3.02	2.86	2.73	2.62	2.54	2.46	2.40	2.35	2.30	2.26
86	6.94	4.86	4.02	3.55	3.24	3.02	2.85	2.73	2.62	2.53	2.46	2.40	2.34	2.30	2.25
87	6.94	4.86	4.02	3.54	3.24	3.02	2.85	2.72	2.62	2.53	2.46	2.40	2.34	2.29	2.25
88	6.93	4.85	4.01	3.54	3.23	3.01	2.85	2.72	2.62	2.53	2.46	2.39	2.34	2.29	2.25
89	6.93	4.85	4.01	3.54	3.23	3.01	2.85	2.72	2.61	2.53	2.45	2.39	2.34	2.29	2.25
90	6.93	4.85	4.01	3.53	3.23	3.01	2.84	2.72	2.61	2.52	2.45	2.39	2.33	2.29	2.24

Titik Persentase Distribusi F untuk Probabilita = 0,01

df untuk penyebut (N2)	df untuk pembilang (N1)														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
91	6.92	4.85	4.00	3.53	3.23	3.01	2.84	2.71	2.61	2.52	2.45	2.39	2.33	2.28	2.24
92	6.92	4.84	4.00	3.53	3.22	3.00	2.84	2.71	2.61	2.52	2.45	2.38	2.33	2.28	2.24
93	6.92	4.84	4.00	3.53	3.22	3.00	2.84	2.71	2.60	2.52	2.44	2.38	2.33	2.28	2.24
94	6.91	4.84	4.00	3.53	3.22	3.00	2.84	2.71	2.60	2.52	2.44	2.38	2.33	2.28	2.24
95	6.91	4.84	3.99	3.52	3.22	3.00	2.83	2.70	2.60	2.51	2.44	2.38	2.32	2.28	2.23
96	6.91	4.83	3.99	3.52	3.21	3.00	2.83	2.70	2.60	2.51	2.44	2.38	2.32	2.27	2.23
97	6.90	4.83	3.99	3.52	3.21	2.99	2.83	2.70	2.60	2.51	2.44	2.37	2.32	2.27	2.23
98	6.90	4.83	3.99	3.52	3.21	2.99	2.83	2.70	2.59	2.51	2.43	2.37	2.32	2.27	2.23
99	6.90	4.83	3.99	3.51	3.21	2.99	2.83	2.70	2.59	2.51	2.43	2.37	2.32	2.27	2.22
100	6.90	4.82	3.98	3.51	3.21	2.99	2.82	2.69	2.59	2.50	2.43	2.37	2.31	2.27	2.22
101	6.89	4.82	3.98	3.51	3.20	2.99	2.82	2.69	2.59	2.50	2.43	2.37	2.31	2.26	2.22
102	6.89	4.82	3.98	3.51	3.20	2.98	2.82	2.69	2.59	2.50	2.43	2.36	2.31	2.26	2.22
103	6.89	4.82	3.98	3.51	3.20	2.98	2.82	2.69	2.58	2.50	2.42	2.36	2.31	2.26	2.22
104	6.89	4.82	3.98	3.51	3.20	2.98	2.82	2.69	2.58	2.50	2.42	2.36	2.31	2.26	2.22
105	6.88	4.81	3.97	3.50	3.20	2.98	2.81	2.69	2.58	2.49	2.42	2.36	2.30	2.26	2.21
106	6.88	4.81	3.97	3.50	3.19	2.98	2.81	2.68	2.58	2.49	2.42	2.36	2.30	2.25	2.21
107	6.88	4.81	3.97	3.50	3.19	2.98	2.81	2.68	2.58	2.49	2.42	2.36	2.30	2.25	2.21
108	6.88	4.81	3.97	3.50	3.19	2.97	2.81	2.68	2.58	2.49	2.42	2.35	2.30	2.25	2.21
109	6.87	4.81	3.97	3.50	3.19	2.97	2.81	2.68	2.57	2.49	2.41	2.35	2.30	2.25	2.21
110	6.87	4.80	3.96	3.49	3.19	2.97	2.81	2.68	2.57	2.49	2.41	2.35	2.30	2.25	2.21
111	6.87	4.80	3.96	3.49	3.19	2.97	2.80	2.68	2.57	2.48	2.41	2.35	2.29	2.25	2.20
112	6.87	4.80	3.96	3.49	3.19	2.97	2.80	2.67	2.57	2.48	2.41	2.35	2.29	2.25	2.20
113	6.86	4.80	3.96	3.49	3.18	2.97	2.80	2.67	2.57	2.48	2.41	2.35	2.29	2.24	2.20
114	6.86	4.80	3.96	3.49	3.18	2.96	2.80	2.67	2.57	2.48	2.41	2.34	2.29	2.24	2.20
115	6.86	4.79	3.96	3.49	3.18	2.96	2.80	2.67	2.57	2.48	2.41	2.34	2.29	2.24	2.20
116	6.86	4.79	3.96	3.49	3.18	2.96	2.80	2.67	2.56	2.48	2.40	2.34	2.29	2.24	2.20
117	6.86	4.79	3.95	3.48	3.18	2.96	2.80	2.67	2.56	2.48	2.40	2.34	2.29	2.24	2.20
118	6.85	4.79	3.95	3.48	3.18	2.96	2.79	2.67	2.56	2.47	2.40	2.34	2.28	2.24	2.19
119	6.85	4.79	3.95	3.48	3.17	2.96	2.79	2.66	2.56	2.47	2.40	2.34	2.28	2.24	2.19
120	6.85	4.79	3.95	3.48	3.17	2.96	2.79	2.66	2.56	2.47	2.40	2.34	2.28	2.23	2.19
121	6.85	4.78	3.95	3.48	3.17	2.95	2.79	2.66	2.56	2.47	2.40	2.34	2.28	2.23	2.19
122	6.85	4.78	3.95	3.48	3.17	2.95	2.79	2.66	2.56	2.47	2.40	2.33	2.28	2.23	2.19
123	6.85	4.78	3.94	3.48	3.17	2.95	2.79	2.66	2.55	2.47	2.40	2.33	2.28	2.23	2.19
124	6.84	4.78	3.94	3.47	3.17	2.95	2.79	2.66	2.55	2.47	2.39	2.33	2.28	2.23	2.19
125	6.84	4.78	3.94	3.47	3.17	2.95	2.79	2.66	2.55	2.47	2.39	2.33	2.28	2.23	2.19
126	6.84	4.78	3.94	3.47	3.17	2.95	2.78	2.66	2.55	2.46	2.39	2.33	2.27	2.23	2.18
127	6.84	4.78	3.94	3.47	3.16	2.95	2.78	2.65	2.55	2.46	2.39	2.33	2.27	2.23	2.18
128	6.84	4.77	3.94	3.47	3.16	2.95	2.78	2.65	2.55	2.46	2.39	2.33	2.27	2.22	2.18
129	6.84	4.77	3.94	3.47	3.16	2.94	2.78	2.65	2.55	2.46	2.39	2.33	2.27	2.22	2.18
130	6.83	4.77	3.94	3.47	3.16	2.94	2.78	2.65	2.55	2.46	2.39	2.32	2.27	2.22	2.18
131	6.83	4.77	3.93	3.47	3.16	2.94	2.78	2.65	2.55	2.46	2.39	2.32	2.27	2.22	2.18
132	6.83	4.77	3.93	3.46	3.16	2.94	2.78	2.65	2.54	2.46	2.38	2.32	2.27	2.22	2.18
133	6.83	4.77	3.93	3.46	3.16	2.94	2.78	2.65	2.54	2.46	2.38	2.32	2.27	2.22	2.18
134	6.83	4.77	3.93	3.46	3.16	2.94	2.78	2.65	2.54	2.46	2.38	2.32	2.27	2.22	2.18
135	6.83	4.77	3.93	3.46	3.16	2.94	2.77	2.65	2.54	2.45	2.38	2.32	2.26	2.22	2.17

Titik Persentase Distribusi F untuk Probabilita = 0,01

df untuk penyebut (N2)	df untuk pembilang (N1)														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
136	6.82	4.76	3.93	3.46	3.15	2.94	2.77	2.64	2.54	2.45	2.38	2.32	2.26	2.22	2.17
137	6.82	4.76	3.93	3.46	3.15	2.94	2.77	2.64	2.54	2.45	2.38	2.32	2.26	2.21	2.17
138	6.82	4.76	3.93	3.46	3.15	2.94	2.77	2.64	2.54	2.45	2.38	2.32	2.26	2.21	2.17
139	6.82	4.76	3.93	3.46	3.15	2.93	2.77	2.64	2.54	2.45	2.38	2.32	2.26	2.21	2.17
140	6.82	4.76	3.92	3.46	3.15	2.93	2.77	2.64	2.54	2.45	2.38	2.31	2.26	2.21	2.17
141	6.82	4.76	3.92	3.46	3.15	2.93	2.77	2.64	2.54	2.45	2.38	2.31	2.26	2.21	2.17
142	6.82	4.76	3.92	3.45	3.15	2.93	2.77	2.64	2.53	2.45	2.38	2.31	2.26	2.21	2.17
143	6.82	4.76	3.92	3.45	3.15	2.93	2.77	2.64	2.53	2.45	2.37	2.31	2.26	2.21	2.17
144	6.81	4.76	3.92	3.45	3.15	2.93	2.77	2.64	2.53	2.45	2.37	2.31	2.26	2.21	2.17
145	6.81	4.75	3.92	3.45	3.15	2.93	2.76	2.64	2.53	2.45	2.37	2.31	2.26	2.21	2.16
146	6.81	4.75	3.92	3.45	3.15	2.93	2.76	2.64	2.53	2.44	2.37	2.31	2.25	2.21	2.16
147	6.81	4.75	3.92	3.45	3.14	2.93	2.76	2.63	2.53	2.44	2.37	2.31	2.25	2.21	2.16
148	6.81	4.75	3.92	3.45	3.14	2.93	2.76	2.63	2.53	2.44	2.37	2.31	2.25	2.20	2.16
149	6.81	4.75	3.92	3.45	3.14	2.93	2.76	2.63	2.53	2.44	2.37	2.31	2.25	2.20	2.16
150	6.81	4.75	3.91	3.45	3.14	2.92	2.76	2.63	2.53	2.44	2.37	2.31	2.25	2.20	2.16
151	6.81	4.75	3.91	3.45	3.14	2.92	2.76	2.63	2.53	2.44	2.37	2.30	2.25	2.20	2.16
152	6.80	4.75	3.91	3.45	3.14	2.92	2.76	2.63	2.53	2.44	2.37	2.30	2.25	2.20	2.16
153	6.80	4.75	3.91	3.44	3.14	2.92	2.76	2.63	2.53	2.44	2.37	2.30	2.25	2.20	2.16
154	6.80	4.75	3.91	3.44	3.14	2.92	2.76	2.63	2.52	2.44	2.36	2.30	2.25	2.20	2.16
155	6.80	4.74	3.91	3.44	3.14	2.92	2.76	2.63	2.52	2.44	2.36	2.30	2.25	2.20	2.16
156	6.80	4.74	3.91	3.44	3.14	2.92	2.76	2.63	2.52	2.44	2.36	2.30	2.25	2.20	2.16
157	6.80	4.74	3.91	3.44	3.14	2.92	2.76	2.63	2.52	2.44	2.36	2.30	2.25	2.20	2.15
158	6.80	4.74	3.91	3.44	3.14	2.92	2.75	2.63	2.52	2.43	2.36	2.30	2.24	2.20	2.15
159	6.80	4.74	3.91	3.44	3.13	2.92	2.75	2.62	2.52	2.43	2.36	2.30	2.24	2.20	2.15
160	6.80	4.74	3.91	3.44	3.13	2.92	2.75	2.62	2.52	2.43	2.36	2.30	2.24	2.20	2.15
161	6.79	4.74	3.91	3.44	3.13	2.92	2.75	2.62	2.52	2.43	2.36	2.30	2.24	2.19	2.15
162	6.79	4.74	3.90	3.44	3.13	2.92	2.75	2.62	2.52	2.43	2.36	2.30	2.24	2.19	2.15
163	6.79	4.74	3.90	3.44	3.13	2.91	2.75	2.62	2.52	2.43	2.36	2.30	2.24	2.19	2.15
164	6.79	4.74	3.90	3.44	3.13	2.91	2.75	2.62	2.52	2.43	2.36	2.29	2.24	2.19	2.15
165	6.79	4.74	3.90	3.43	3.13	2.91	2.75	2.62	2.52	2.43	2.36	2.29	2.24	2.19	2.15
166	6.79	4.74	3.90	3.43	3.13	2.91	2.75	2.62	2.52	2.43	2.36	2.29	2.24	2.19	2.15
167	6.79	4.73	3.90	3.43	3.13	2.91	2.75	2.62	2.52	2.43	2.36	2.29	2.24	2.19	2.15
168	6.79	4.73	3.90	3.43	3.13	2.91	2.75	2.62	2.51	2.43	2.35	2.29	2.24	2.19	2.15
169	6.79	4.73	3.90	3.43	3.13	2.91	2.75	2.62	2.51	2.43	2.35	2.29	2.24	2.19	2.15
170	6.79	4.73	3.90	3.43	3.13	2.91	2.75	2.62	2.51	2.43	2.35	2.29	2.24	2.19	2.15
171	6.79	4.73	3.90	3.43	3.13	2.91	2.75	2.62	2.51	2.43	2.35	2.29	2.24	2.19	2.15
172	6.78	4.73	3.90	3.43	3.13	2.91	2.74	2.62	2.51	2.43	2.35	2.29	2.24	2.19	2.14
173	6.78	4.73	3.90	3.43	3.12	2.91	2.74	2.62	2.51	2.42	2.35	2.29	2.23	2.19	2.14
174	6.78	4.73	3.90	3.43	3.12	2.91	2.74	2.61	2.51	2.42	2.35	2.29	2.23	2.19	2.14
175	6.78	4.73	3.90	3.43	3.12	2.91	2.74	2.61	2.51	2.42	2.35	2.29	2.23	2.19	2.14
176	6.78	4.73	3.89	3.43	3.12	2.91	2.74	2.61	2.51	2.42	2.35	2.29	2.23	2.18	2.14
177	6.78	4.73	3.89	3.43	3.12	2.91	2.74	2.61	2.51	2.42	2.35	2.29	2.23	2.18	2.14
178	6.78	4.73	3.89	3.43	3.12	2.90	2.74	2.61	2.51	2.42	2.35	2.29	2.23	2.18	2.14
179	6.78	4.73	3.89	3.43	3.12	2.90	2.74	2.61	2.51	2.42	2.35	2.29	2.23	2.18	2.14
180	6.78	4.73	3.89	3.43	3.12	2.90	2.74	2.61	2.51	2.42	2.35	2.28	2.23	2.18	2.14

Titik Persentase Distribusi F untuk Probabilita = 0,01

df untuk penyebut (N2)	df untuk pembilang (N1)														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
181	6.78	4.72	3.89	3.42	3.12	2.90	2.74	2.61	2.51	2.42	2.35	2.28	2.23	2.18	2.14
182	6.78	4.72	3.89	3.42	3.12	2.90	2.74	2.61	2.51	2.42	2.35	2.28	2.23	2.18	2.14
183	6.78	4.72	3.89	3.42	3.12	2.90	2.74	2.61	2.51	2.42	2.35	2.28	2.23	2.18	2.14
184	6.77	4.72	3.89	3.42	3.12	2.90	2.74	2.61	2.51	2.42	2.35	2.28	2.23	2.18	2.14
185	6.77	4.72	3.89	3.42	3.12	2.90	2.74	2.61	2.50	2.42	2.34	2.28	2.23	2.18	2.14
186	6.77	4.72	3.89	3.42	3.12	2.90	2.74	2.61	2.50	2.42	2.34	2.28	2.23	2.18	2.14
187	6.77	4.72	3.89	3.42	3.12	2.90	2.74	2.61	2.50	2.42	2.34	2.28	2.23	2.18	2.14
188	6.77	4.72	3.89	3.42	3.12	2.90	2.74	2.61	2.50	2.42	2.34	2.28	2.23	2.18	2.14
189	6.77	4.72	3.89	3.42	3.12	2.90	2.74	2.61	2.50	2.42	2.34	2.28	2.23	2.18	2.13
190	6.77	4.72	3.89	3.42	3.11	2.90	2.73	2.61	2.50	2.42	2.34	2.28	2.22	2.18	2.13
191	6.77	4.72	3.89	3.42	3.11	2.90	2.73	2.61	2.50	2.41	2.34	2.28	2.22	2.18	2.13
192	6.77	4.72	3.89	3.42	3.11	2.90	2.73	2.61	2.50	2.41	2.34	2.28	2.22	2.18	2.13
193	6.77	4.72	3.88	3.42	3.11	2.90	2.73	2.60	2.50	2.41	2.34	2.28	2.22	2.18	2.13
194	6.77	4.72	3.88	3.42	3.11	2.90	2.73	2.60	2.50	2.41	2.34	2.28	2.22	2.17	2.13
195	6.77	4.72	3.88	3.42	3.11	2.90	2.73	2.60	2.50	2.41	2.34	2.28	2.22	2.17	2.13
196	6.77	4.72	3.88	3.42	3.11	2.90	2.73	2.60	2.50	2.41	2.34	2.28	2.22	2.17	2.13
197	6.77	4.71	3.88	3.42	3.11	2.89	2.73	2.60	2.50	2.41	2.34	2.28	2.22	2.17	2.13
198	6.76	4.71	3.88	3.42	3.11	2.89	2.73	2.60	2.50	2.41	2.34	2.28	2.22	2.17	2.13
199	6.76	4.71	3.88	3.41	3.11	2.89	2.73	2.60	2.50	2.41	2.34	2.28	2.22	2.17	2.13
200	6.76	4.71	3.88	3.41	3.11	2.89	2.73	2.60	2.50	2.41	2.34	2.27	2.22	2.17	2.13
201	6.76	4.71	3.88	3.41	3.11	2.89	2.73	2.60	2.50	2.41	2.34	2.27	2.22	2.17	2.13
202	6.76	4.71	3.88	3.41	3.11	2.89	2.73	2.60	2.50	2.41	2.34	2.27	2.22	2.17	2.13
203	6.76	4.71	3.88	3.41	3.11	2.89	2.73	2.60	2.50	2.41	2.34	2.27	2.22	2.17	2.13
204	6.76	4.71	3.88	3.41	3.11	2.89	2.73	2.60	2.50	2.41	2.34	2.27	2.22	2.17	2.13
205	6.76	4.71	3.88	3.41	3.11	2.89	2.73	2.60	2.49	2.41	2.34	2.27	2.22	2.17	2.13
206	6.76	4.71	3.88	3.41	3.11	2.89	2.73	2.60	2.49	2.41	2.33	2.27	2.22	2.17	2.13
207	6.76	4.71	3.88	3.41	3.11	2.89	2.73	2.60	2.49	2.41	2.33	2.27	2.22	2.17	2.13
208	6.76	4.71	3.88	3.41	3.11	2.89	2.73	2.60	2.49	2.41	2.33	2.27	2.22	2.17	2.13
209	6.76	4.71	3.88	3.41	3.11	2.89	2.73	2.60	2.49	2.41	2.33	2.27	2.22	2.17	2.13
210	6.76	4.71	3.88	3.41	3.11	2.89	2.73	2.60	2.49	2.41	2.33	2.27	2.22	2.17	2.13
211	6.76	4.71	3.88	3.41	3.11	2.89	2.72	2.60	2.49	2.41	2.33	2.27	2.22	2.17	2.12
212	6.76	4.71	3.88	3.41	3.10	2.89	2.72	2.60	2.49	2.41	2.33	2.27	2.21	2.17	2.12
213	6.76	4.71	3.87	3.41	3.10	2.89	2.72	2.60	2.49	2.41	2.33	2.27	2.21	2.17	2.12
214	6.75	4.71	3.87	3.41	3.10	2.89	2.72	2.60	2.49	2.40	2.33	2.27	2.21	2.17	2.12
215	6.75	4.71	3.87	3.41	3.10	2.89	2.72	2.59	2.49	2.40	2.33	2.27	2.21	2.17	2.12
216	6.75	4.70	3.87	3.41	3.10	2.89	2.72	2.59	2.49	2.40	2.33	2.27	2.21	2.17	2.12
217	6.75	4.70	3.87	3.41	3.10	2.89	2.72	2.59	2.49	2.40	2.33	2.27	2.21	2.16	2.12
218	6.75	4.70	3.87	3.41	3.10	2.89	2.72	2.59	2.49	2.40	2.33	2.27	2.21	2.16	2.12
219	6.75	4.70	3.87	3.41	3.10	2.89	2.72	2.59	2.49	2.40	2.33	2.27	2.21	2.16	2.12
220	6.75	4.70	3.87	3.41	3.10	2.88	2.72	2.59	2.49	2.40	2.33	2.27	2.21	2.16	2.12
221	6.75	4.70	3.87	3.41	3.10	2.88	2.72	2.59	2.49	2.40	2.33	2.27	2.21	2.16	2.12
222	6.75	4.70	3.87	3.40	3.10	2.88	2.72	2.59	2.49	2.40	2.33	2.27	2.21	2.16	2.12
223	6.75	4.70	3.87	3.40	3.10	2.88	2.72	2.59	2.49	2.40	2.33	2.27	2.21	2.16	2.12
224	6.75	4.70	3.87	3.40	3.10	2.88	2.72	2.59	2.49	2.40	2.33	2.26	2.21	2.16	2.12
225	6.75	4.70	3.87	3.40	3.10	2.88	2.72	2.59	2.49	2.40	2.33	2.26	2.21	2.16	2.12

Titik Persentase Distribusi F

Probabilita = 0.05

Diproduksi oleh: Junaidi
http://junaidichaniago.wordpress.com

Titik Persentase Distribusi F untuk Probabilita = 0,05

df untuk penyebut (N2)	df untuk pembilang (N1)														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	161	199	216	225	230	234	237	239	241	242	243	244	245	245	246
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40	19.40	19.41	19.42	19.42	19.43
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.76	8.74	8.73	8.71	8.70
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.94	5.91	5.89	5.87	5.86
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.70	4.68	4.66	4.64	4.62
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.03	4.00	3.98	3.96	3.94
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.60	3.57	3.55	3.53	3.51
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.31	3.28	3.26	3.24	3.22
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.10	3.07	3.05	3.03	3.01
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.94	2.91	2.89	2.86	2.85
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.82	2.79	2.76	2.74	2.72
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.72	2.69	2.66	2.64	2.62
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.63	2.60	2.58	2.55	2.53
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.57	2.53	2.51	2.48	2.46
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.51	2.48	2.45	2.42	2.40
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.46	2.42	2.40	2.37	2.35
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.41	2.38	2.35	2.33	2.31
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.37	2.34	2.31	2.29	2.27
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.34	2.31	2.28	2.26	2.23
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.31	2.28	2.25	2.22	2.20
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.28	2.25	2.22	2.20	2.18
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.26	2.23	2.20	2.17	2.15
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.24	2.20	2.18	2.15	2.13
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.22	2.18	2.15	2.13	2.11
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24	2.20	2.16	2.14	2.11	2.09
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.18	2.15	2.12	2.09	2.07
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	2.20	2.17	2.13	2.10	2.08	2.06
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19	2.15	2.12	2.09	2.06	2.04
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18	2.14	2.10	2.08	2.05	2.03
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.13	2.09	2.06	2.04	2.01
31	4.16	3.30	2.91	2.68	2.52	2.41	2.32	2.25	2.20	2.15	2.11	2.08	2.05	2.03	2.00
32	4.15	3.29	2.90	2.67	2.51	2.40	2.31	2.24	2.19	2.14	2.10	2.07	2.04	2.01	1.99
33	4.14	3.28	2.89	2.66	2.50	2.39	2.30	2.23	2.18	2.13	2.09	2.06	2.03	2.00	1.98
34	4.13	3.28	2.88	2.65	2.49	2.38	2.29	2.23	2.17	2.12	2.08	2.05	2.02	1.99	1.97
35	4.12	3.27	2.87	2.64	2.49	2.37	2.29	2.22	2.16	2.11	2.07	2.04	2.01	1.99	1.96
36	4.11	3.26	2.87	2.63	2.48	2.36	2.28	2.21	2.15	2.11	2.07	2.03	2.00	1.98	1.95
37	4.11	3.25	2.86	2.63	2.47	2.36	2.27	2.20	2.14	2.10	2.06	2.02	2.00	1.97	1.95
38	4.10	3.24	2.85	2.62	2.46	2.35	2.26	2.19	2.14	2.09	2.05	2.02	1.99	1.96	1.94
39	4.09	3.24	2.85	2.61	2.46	2.34	2.26	2.19	2.13	2.08	2.04	2.01	1.98	1.95	1.93
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.04	2.00	1.97	1.95	1.92
41	4.08	3.23	2.83	2.60	2.44	2.33	2.24	2.17	2.12	2.07	2.03	2.00	1.97	1.94	1.92
42	4.07	3.22	2.83	2.59	2.44	2.32	2.24	2.17	2.11	2.06	2.03	1.99	1.96	1.94	1.91
43	4.07	3.21	2.82	2.59	2.43	2.32	2.23	2.16	2.11	2.06	2.02	1.99	1.96	1.93	1.91
44	4.06	3.21	2.82	2.58	2.43	2.31	2.23	2.16	2.10	2.05	2.01	1.98	1.95	1.92	1.90
45	4.06	3.20	2.81	2.58	2.42	2.31	2.22	2.15	2.10	2.05	2.01	1.97	1.94	1.92	1.89

Titik Persentase Distribusi F untuk Probabilita = 0,05

df untuk penyebut (N2)	df untuk pembilang (N1)														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
46	4.05	3.20	2.81	2.57	2.42	2.30	2.22	2.15	2.09	2.04	2.00	1.97	1.94	1.91	1.89
47	4.05	3.20	2.80	2.57	2.41	2.30	2.21	2.14	2.09	2.04	2.00	1.96	1.93	1.91	1.88
48	4.04	3.19	2.80	2.57	2.41	2.29	2.21	2.14	2.08	2.03	1.99	1.96	1.93	1.90	1.88
49	4.04	3.19	2.79	2.56	2.40	2.29	2.20	2.13	2.08	2.03	1.99	1.96	1.93	1.90	1.88
50	4.03	3.18	2.79	2.56	2.40	2.29	2.20	2.13	2.07	2.03	1.99	1.95	1.92	1.89	1.87
51	4.03	3.18	2.79	2.55	2.40	2.28	2.20	2.13	2.07	2.02	1.98	1.95	1.92	1.89	1.87
52	4.03	3.18	2.78	2.55	2.39	2.28	2.19	2.12	2.07	2.02	1.98	1.94	1.91	1.89	1.86
53	4.02	3.17	2.78	2.55	2.39	2.28	2.19	2.12	2.06	2.01	1.97	1.94	1.91	1.88	1.86
54	4.02	3.17	2.78	2.54	2.39	2.27	2.18	2.12	2.06	2.01	1.97	1.94	1.91	1.88	1.86
55	4.02	3.16	2.77	2.54	2.38	2.27	2.18	2.11	2.06	2.01	1.97	1.93	1.90	1.88	1.85
56	4.01	3.16	2.77	2.54	2.38	2.27	2.18	2.11	2.05	2.00	1.96	1.93	1.90	1.87	1.85
57	4.01	3.16	2.77	2.53	2.38	2.26	2.18	2.11	2.05	2.00	1.96	1.93	1.90	1.87	1.85
58	4.01	3.16	2.76	2.53	2.37	2.26	2.17	2.10	2.05	2.00	1.96	1.92	1.89	1.87	1.84
59	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.26	2.17	2.10	2.04	2.00	1.96	1.92	1.89	1.86	1.84
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.95	1.92	1.89	1.86	1.84
61	4.00	3.15	2.76	2.52	2.37	2.25	2.16	2.09	2.04	1.99	1.95	1.91	1.88	1.86	1.83
62	4.00	3.15	2.75	2.52	2.36	2.25	2.16	2.09	2.03	1.99	1.95	1.91	1.88	1.85	1.83
63	3.99	3.14	2.75	2.52	2.36	2.25	2.16	2.09	2.03	1.98	1.94	1.91	1.88	1.85	1.83
64	3.99	3.14	2.75	2.52	2.36	2.24	2.16	2.09	2.03	1.98	1.94	1.91	1.88	1.85	1.83
65	3.99	3.14	2.75	2.51	2.36	2.24	2.15	2.08	2.03	1.98	1.94	1.90	1.87	1.85	1.82
66	3.99	3.14	2.74	2.51	2.35	2.24	2.15	2.08	2.03	1.98	1.94	1.90	1.87	1.84	1.82
67	3.98	3.13	2.74	2.51	2.35	2.24	2.15	2.08	2.02	1.98	1.93	1.90	1.87	1.84	1.82
68	3.98	3.13	2.74	2.51	2.35	2.24	2.15	2.08	2.02	1.97	1.93	1.90	1.87	1.84	1.82
69	3.98	3.13	2.74	2.50	2.35	2.23	2.15	2.08	2.02	1.97	1.93	1.90	1.86	1.84	1.81
70	3.98	3.13	2.74	2.50	2.35	2.23	2.14	2.07	2.02	1.97	1.93	1.89	1.86	1.84	1.81
71	3.98	3.13	2.73	2.50	2.34	2.23	2.14	2.07	2.01	1.97	1.93	1.89	1.86	1.83	1.81
72	3.97	3.12	2.73	2.50	2.34	2.23	2.14	2.07	2.01	1.96	1.92	1.89	1.86	1.83	1.81
73	3.97	3.12	2.73	2.50	2.34	2.23	2.14	2.07	2.01	1.96	1.92	1.89	1.86	1.83	1.81
74	3.97	3.12	2.73	2.50	2.34	2.22	2.14	2.07	2.01	1.96	1.92	1.89	1.85	1.83	1.80
75	3.97	3.12	2.73	2.49	2.34	2.22	2.13	2.06	2.01	1.96	1.92	1.88	1.85	1.83	1.80
76	3.97	3.12	2.72	2.49	2.33	2.22	2.13	2.06	2.01	1.96	1.92	1.88	1.85	1.82	1.80
77	3.97	3.12	2.72	2.49	2.33	2.22	2.13	2.06	2.00	1.96	1.92	1.88	1.85	1.82	1.80
78	3.96	3.11	2.72	2.49	2.33	2.22	2.13	2.06	2.00	1.95	1.91	1.88	1.85	1.82	1.80
79	3.96	3.11	2.72	2.49	2.33	2.22	2.13	2.06	2.00	1.95	1.91	1.88	1.85	1.82	1.79
80	3.96	3.11	2.72	2.49	2.33	2.21	2.13	2.06	2.00	1.95	1.91	1.88	1.84	1.82	1.79
81	3.96	3.11	2.72	2.48	2.33	2.21	2.12	2.05	2.00	1.95	1.91	1.87	1.84	1.82	1.79
82	3.96	3.11	2.72	2.48	2.33	2.21	2.12	2.05	2.00	1.95	1.91	1.87	1.84	1.81	1.79
83	3.96	3.11	2.71	2.48	2.32	2.21	2.12	2.05	1.99	1.95	1.91	1.87	1.84	1.81	1.79
84	3.95	3.11	2.71	2.48	2.32	2.21	2.12	2.05	1.99	1.95	1.90	1.87	1.84	1.81	1.79
85	3.95	3.10	2.71	2.48	2.32	2.21	2.12	2.05	1.99	1.94	1.90	1.87	1.84	1.81	1.79
86	3.95	3.10	2.71	2.48	2.32	2.21	2.12	2.05	1.99	1.94	1.90	1.87	1.84	1.81	1.78
87	3.95	3.10	2.71	2.48	2.32	2.20	2.12	2.05	1.99	1.94	1.90	1.87	1.83	1.81	1.78
88	3.95	3.10	2.71	2.48	2.32	2.20	2.12	2.05	1.99	1.94	1.90	1.86	1.83	1.81	1.78
89	3.95	3.10	2.71	2.47	2.32	2.20	2.11	2.04	1.99	1.94	1.90	1.86	1.83	1.80	1.78
90	3.95	3.10	2.71	2.47	2.32	2.20	2.11	2.04	1.99	1.94	1.90	1.86	1.83	1.80	1.78

Titik Persentase Distribusi F untuk Probabilita = 0,05

df untuk penyebut (N2)	df untuk pembilang (N1)														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
91	3.95	3.10	2.70	2.47	2.31	2.20	2.11	2.04	1.98	1.94	1.90	1.86	1.83	1.80	1.78
92	3.94	3.10	2.70	2.47	2.31	2.20	2.11	2.04	1.98	1.94	1.89	1.86	1.83	1.80	1.78
93	3.94	3.09	2.70	2.47	2.31	2.20	2.11	2.04	1.98	1.93	1.89	1.86	1.83	1.80	1.78
94	3.94	3.09	2.70	2.47	2.31	2.20	2.11	2.04	1.98	1.93	1.89	1.86	1.83	1.80	1.77
95	3.94	3.09	2.70	2.47	2.31	2.20	2.11	2.04	1.98	1.93	1.89	1.86	1.82	1.80	1.77
96	3.94	3.09	2.70	2.47	2.31	2.19	2.11	2.04	1.98	1.93	1.89	1.85	1.82	1.80	1.77
97	3.94	3.09	2.70	2.47	2.31	2.19	2.11	2.04	1.98	1.93	1.89	1.85	1.82	1.80	1.77
98	3.94	3.09	2.70	2.46	2.31	2.19	2.10	2.03	1.98	1.93	1.89	1.85	1.82	1.79	1.77
99	3.94	3.09	2.70	2.46	2.31	2.19	2.10	2.03	1.98	1.93	1.89	1.85	1.82	1.79	1.77
100	3.94	3.09	2.70	2.46	2.31	2.19	2.10	2.03	1.97	1.93	1.89	1.85	1.82	1.79	1.77
101	3.94	3.09	2.69	2.46	2.30	2.19	2.10	2.03	1.97	1.93	1.88	1.85	1.82	1.79	1.77
102	3.93	3.09	2.69	2.46	2.30	2.19	2.10	2.03	1.97	1.92	1.88	1.85	1.82	1.79	1.77
103	3.93	3.08	2.69	2.46	2.30	2.19	2.10	2.03	1.97	1.92	1.88	1.85	1.82	1.79	1.76
104	3.93	3.08	2.69	2.46	2.30	2.19	2.10	2.03	1.97	1.92	1.88	1.85	1.82	1.79	1.76
105	3.93	3.08	2.69	2.46	2.30	2.19	2.10	2.03	1.97	1.92	1.88	1.85	1.81	1.79	1.76
106	3.93	3.08	2.69	2.46	2.30	2.19	2.10	2.03	1.97	1.92	1.88	1.84	1.81	1.79	1.76
107	3.93	3.08	2.69	2.46	2.30	2.18	2.10	2.03	1.97	1.92	1.88	1.84	1.81	1.79	1.76
108	3.93	3.08	2.69	2.46	2.30	2.18	2.10	2.03	1.97	1.92	1.88	1.84	1.81	1.78	1.76
109	3.93	3.08	2.69	2.45	2.30	2.18	2.09	2.02	1.97	1.92	1.88	1.84	1.81	1.78	1.76
110	3.93	3.08	2.69	2.45	2.30	2.18	2.09	2.02	1.97	1.92	1.88	1.84	1.81	1.78	1.76
111	3.93	3.08	2.69	2.45	2.30	2.18	2.09	2.02	1.97	1.92	1.88	1.84	1.81	1.78	1.76
112	3.93	3.08	2.69	2.45	2.30	2.18	2.09	2.02	1.96	1.92	1.88	1.84	1.81	1.78	1.76
113	3.93	3.08	2.68	2.45	2.29	2.18	2.09	2.02	1.96	1.92	1.87	1.84	1.81	1.78	1.76
114	3.92	3.08	2.68	2.45	2.29	2.18	2.09	2.02	1.96	1.91	1.87	1.84	1.81	1.78	1.75
115	3.92	3.08	2.68	2.45	2.29	2.18	2.09	2.02	1.96	1.91	1.87	1.84	1.81	1.78	1.75
116	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.18	2.09	2.02	1.96	1.91	1.87	1.84	1.81	1.78	1.75
117	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.18	2.09	2.02	1.96	1.91	1.87	1.84	1.80	1.78	1.75
118	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.18	2.09	2.02	1.96	1.91	1.87	1.84	1.80	1.78	1.75
119	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.18	2.09	2.02	1.96	1.91	1.87	1.83	1.80	1.78	1.75
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.18	2.09	2.02	1.96	1.91	1.87	1.83	1.80	1.78	1.75
121	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.17	2.09	2.02	1.96	1.91	1.87	1.83	1.80	1.77	1.75
122	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.17	2.09	2.02	1.96	1.91	1.87	1.83	1.80	1.77	1.75
123	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.17	2.08	2.01	1.96	1.91	1.87	1.83	1.80	1.77	1.75
124	3.92	3.07	2.68	2.44	2.29	2.17	2.08	2.01	1.96	1.91	1.87	1.83	1.80	1.77	1.75
125	3.92	3.07	2.68	2.44	2.29	2.17	2.08	2.01	1.96	1.91	1.87	1.83	1.80	1.77	1.75
126	3.92	3.07	2.68	2.44	2.29	2.17	2.08	2.01	1.95	1.91	1.87	1.83	1.80	1.77	1.75
127	3.92	3.07	2.68	2.44	2.29	2.17	2.08	2.01	1.95	1.91	1.86	1.83	1.80	1.77	1.75
128	3.92	3.07	2.68	2.44	2.29	2.17	2.08	2.01	1.95	1.91	1.86	1.83	1.80	1.77	1.75
129	3.91	3.07	2.67	2.44	2.28	2.17	2.08	2.01	1.95	1.90	1.86	1.83	1.80	1.77	1.74
130	3.91	3.07	2.67	2.44	2.28	2.17	2.08	2.01	1.95	1.90	1.86	1.83	1.80	1.77	1.74
131	3.91	3.07	2.67	2.44	2.28	2.17	2.08	2.01	1.95	1.90	1.86	1.83	1.80	1.77	1.74
132	3.91	3.06	2.67	2.44	2.28	2.17	2.08	2.01	1.95	1.90	1.86	1.83	1.79	1.77	1.74
133	3.91	3.06	2.67	2.44	2.28	2.17	2.08	2.01	1.95	1.90	1.86	1.83	1.79	1.77	1.74
134	3.91	3.06	2.67	2.44	2.28	2.17	2.08	2.01	1.95	1.90	1.86	1.83	1.79	1.77	1.74
135	3.91	3.06	2.67	2.44	2.28	2.17	2.08	2.01	1.95	1.90	1.86	1.82	1.79	1.77	1.74

Titik Persentase Distribusi F untuk Probabilita = 0,05

df untuk penyebut (N2)	df untuk pembilang (N1)														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
136	3.91	3.06	2.67	2.44	2.28	2.17	2.08	2.01	1.95	1.90	1.86	1.82	1.79	1.77	1.74
137	3.91	3.06	2.67	2.44	2.28	2.17	2.08	2.01	1.95	1.90	1.86	1.82	1.79	1.76	1.74
138	3.91	3.06	2.67	2.44	2.28	2.16	2.08	2.01	1.95	1.90	1.86	1.82	1.79	1.76	1.74
139	3.91	3.06	2.67	2.44	2.28	2.16	2.08	2.01	1.95	1.90	1.86	1.82	1.79	1.76	1.74
140	3.91	3.06	2.67	2.44	2.28	2.16	2.08	2.01	1.95	1.90	1.86	1.82	1.79	1.76	1.74
141	3.91	3.06	2.67	2.44	2.28	2.16	2.08	2.00	1.95	1.90	1.86	1.82	1.79	1.76	1.74
142	3.91	3.06	2.67	2.44	2.28	2.16	2.07	2.00	1.95	1.90	1.86	1.82	1.79	1.76	1.74
143	3.91	3.06	2.67	2.43	2.28	2.16	2.07	2.00	1.95	1.90	1.86	1.82	1.79	1.76	1.74
144	3.91	3.06	2.67	2.43	2.28	2.16	2.07	2.00	1.95	1.90	1.86	1.82	1.79	1.76	1.74
145	3.91	3.06	2.67	2.43	2.28	2.16	2.07	2.00	1.94	1.90	1.86	1.82	1.79	1.76	1.74
146	3.91	3.06	2.67	2.43	2.28	2.16	2.07	2.00	1.94	1.90	1.85	1.82	1.79	1.76	1.74
147	3.91	3.06	2.67	2.43	2.28	2.16	2.07	2.00	1.94	1.90	1.85	1.82	1.79	1.76	1.73
148	3.91	3.06	2.67	2.43	2.28	2.16	2.07	2.00	1.94	1.90	1.85	1.82	1.79	1.76	1.73
149	3.90	3.06	2.67	2.43	2.27	2.16	2.07	2.00	1.94	1.89	1.85	1.82	1.79	1.76	1.73
150	3.90	3.06	2.66	2.43	2.27	2.16	2.07	2.00	1.94	1.89	1.85	1.82	1.79	1.76	1.73
151	3.90	3.06	2.66	2.43	2.27	2.16	2.07	2.00	1.94	1.89	1.85	1.82	1.79	1.76	1.73
152	3.90	3.06	2.66	2.43	2.27	2.16	2.07	2.00	1.94	1.89	1.85	1.82	1.79	1.76	1.73
153	3.90	3.06	2.66	2.43	2.27	2.16	2.07	2.00	1.94	1.89	1.85	1.82	1.78	1.76	1.73
154	3.90	3.05	2.66	2.43	2.27	2.16	2.07	2.00	1.94	1.89	1.85	1.82	1.78	1.76	1.73
155	3.90	3.05	2.66	2.43	2.27	2.16	2.07	2.00	1.94	1.89	1.85	1.82	1.78	1.76	1.73
156	3.90	3.05	2.66	2.43	2.27	2.16	2.07	2.00	1.94	1.89	1.85	1.81	1.78	1.76	1.73
157	3.90	3.05	2.66	2.43	2.27	2.16	2.07	2.00	1.94	1.89	1.85	1.81	1.78	1.76	1.73
158	3.90	3.05	2.66	2.43	2.27	2.16	2.07	2.00	1.94	1.89	1.85	1.81	1.78	1.75	1.73
159	3.90	3.05	2.66	2.43	2.27	2.16	2.07	2.00	1.94	1.89	1.85	1.81	1.78	1.75	1.73
160	3.90	3.05	2.66	2.43	2.27	2.16	2.07	2.00	1.94	1.89	1.85	1.81	1.78	1.75	1.73
161	3.90	3.05	2.66	2.43	2.27	2.16	2.07	2.00	1.94	1.89	1.85	1.81	1.78	1.75	1.73
162	3.90	3.05	2.66	2.43	2.27	2.15	2.07	2.00	1.94	1.89	1.85	1.81	1.78	1.75	1.73
163	3.90	3.05	2.66	2.43	2.27	2.15	2.07	2.00	1.94	1.89	1.85	1.81	1.78	1.75	1.73
164	3.90	3.05	2.66	2.43	2.27	2.15	2.07	2.00	1.94	1.89	1.85	1.81	1.78	1.75	1.73
165	3.90	3.05	2.66	2.43	2.27	2.15	2.07	1.99	1.94	1.89	1.85	1.81	1.78	1.75	1.73
166	3.90	3.05	2.66	2.43	2.27	2.15	2.07	1.99	1.94	1.89	1.85	1.81	1.78	1.75	1.73
167	3.90	3.05	2.66	2.43	2.27	2.15	2.06	1.99	1.94	1.89	1.85	1.81	1.78	1.75	1.73
168	3.90	3.05	2.66	2.43	2.27	2.15	2.06	1.99	1.94	1.89	1.85	1.81	1.78	1.75	1.73
169	3.90	3.05	2.66	2.43	2.27	2.15	2.06	1.99	1.94	1.89	1.85	1.81	1.78	1.75	1.73
170	3.90	3.05	2.66	2.42	2.27	2.15	2.06	1.99	1.94	1.89	1.85	1.81	1.78	1.75	1.73
171	3.90	3.05	2.66	2.42	2.27	2.15	2.06	1.99	1.93	1.89	1.85	1.81	1.78	1.75	1.73
172	3.90	3.05	2.66	2.42	2.27	2.15	2.06	1.99	1.93	1.89	1.84	1.81	1.78	1.75	1.72
173	3.90	3.05	2.66	2.42	2.27	2.15	2.06	1.99	1.93	1.89	1.84	1.81	1.78	1.75	1.72
174	3.90	3.05	2.66	2.42	2.27	2.15	2.06	1.99	1.93	1.89	1.84	1.81	1.78	1.75	1.72
175	3.90	3.05	2.66	2.42	2.27	2.15	2.06	1.99	1.93	1.89	1.84	1.81	1.78	1.75	1.72
176	3.89	3.05	2.66	2.42	2.27	2.15	2.06	1.99	1.93	1.88	1.84	1.81	1.78	1.75	1.72
177	3.89	3.05	2.66	2.42	2.27	2.15	2.06	1.99	1.93	1.88	1.84	1.81	1.78	1.75	1.72
178	3.89	3.05	2.66	2.42	2.26	2.15	2.06	1.99	1.93	1.88	1.84	1.81	1.78	1.75	1.72
179	3.89	3.05	2.66	2.42	2.26	2.15	2.06	1.99	1.93	1.88	1.84	1.81	1.78	1.75	1.72
180	3.89	3.05	2.65	2.42	2.26	2.15	2.06	1.99	1.93	1.88	1.84	1.81	1.77	1.75	1.72

Titik Persentase Distribusi F untuk Probabilita = 0,05

df untuk penyebut (N2)	df untuk pembilang (N1)														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
181	3.89	3.05	2.65	2.42	2.26	2.15	2.06	1.99	1.93	1.88	1.84	1.81	1.77	1.75	1.72
182	3.89	3.05	2.65	2.42	2.26	2.15	2.06	1.99	1.93	1.88	1.84	1.81	1.77	1.75	1.72
183	3.89	3.05	2.65	2.42	2.26	2.15	2.06	1.99	1.93	1.88	1.84	1.81	1.77	1.75	1.72
184	3.89	3.05	2.65	2.42	2.26	2.15	2.06	1.99	1.93	1.88	1.84	1.81	1.77	1.75	1.72
185	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.15	2.06	1.99	1.93	1.88	1.84	1.80	1.77	1.75	1.72
186	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.15	2.06	1.99	1.93	1.88	1.84	1.80	1.77	1.75	1.72
187	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.15	2.06	1.99	1.93	1.88	1.84	1.80	1.77	1.74	1.72
188	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.15	2.06	1.99	1.93	1.88	1.84	1.80	1.77	1.74	1.72
189	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.15	2.06	1.99	1.93	1.88	1.84	1.80	1.77	1.74	1.72
190	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.15	2.06	1.99	1.93	1.88	1.84	1.80	1.77	1.74	1.72
191	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.15	2.06	1.99	1.93	1.88	1.84	1.80	1.77	1.74	1.72
192	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.15	2.06	1.99	1.93	1.88	1.84	1.80	1.77	1.74	1.72
193	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.15	2.06	1.99	1.93	1.88	1.84	1.80	1.77	1.74	1.72
194	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.15	2.06	1.99	1.93	1.88	1.84	1.80	1.77	1.74	1.72
195	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.15	2.06	1.99	1.93	1.88	1.84	1.80	1.77	1.74	1.72
196	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.15	2.06	1.99	1.93	1.88	1.84	1.80	1.77	1.74	1.72
197	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.14	2.06	1.99	1.93	1.88	1.84	1.80	1.77	1.74	1.72
198	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.14	2.06	1.99	1.93	1.88	1.84	1.80	1.77	1.74	1.72
199	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.14	2.06	1.99	1.93	1.88	1.84	1.80	1.77	1.74	1.72
200	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.14	2.06	1.98	1.93	1.88	1.84	1.80	1.77	1.74	1.72
201	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.14	2.06	1.98	1.93	1.88	1.84	1.80	1.77	1.74	1.72
202	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.14	2.06	1.98	1.93	1.88	1.84	1.80	1.77	1.74	1.72
203	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.14	2.05	1.98	1.93	1.88	1.84	1.80	1.77	1.74	1.72
204	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.14	2.05	1.98	1.93	1.88	1.84	1.80	1.77	1.74	1.72
205	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.14	2.05	1.98	1.93	1.88	1.84	1.80	1.77	1.74	1.72
206	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.14	2.05	1.98	1.93	1.88	1.84	1.80	1.77	1.74	1.72
207	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.14	2.05	1.98	1.93	1.88	1.84	1.80	1.77	1.74	1.71
208	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.14	2.05	1.98	1.93	1.88	1.83	1.80	1.77	1.74	1.71
209	3.89	3.04	2.65	2.41	2.26	2.14	2.05	1.98	1.92	1.88	1.83	1.80	1.77	1.74	1.71
210	3.89	3.04	2.65	2.41	2.26	2.14	2.05	1.98	1.92	1.88	1.83	1.80	1.77	1.74	1.71
211	3.89	3.04	2.65	2.41	2.26	2.14	2.05	1.98	1.92	1.88	1.83	1.80	1.77	1.74	1.71
212	3.89	3.04	2.65	2.41	2.26	2.14	2.05	1.98	1.92	1.88	1.83	1.80	1.77	1.74	1.71
213	3.89	3.04	2.65	2.41	2.26	2.14	2.05	1.98	1.92	1.88	1.83	1.80	1.77	1.74	1.71
214	3.89	3.04	2.65	2.41	2.26	2.14	2.05	1.98	1.92	1.88	1.83	1.80	1.77	1.74	1.71
215	3.89	3.04	2.65	2.41	2.26	2.14	2.05	1.98	1.92	1.87	1.83	1.80	1.77	1.74	1.71
216	3.88	3.04	2.65	2.41	2.26	2.14	2.05	1.98	1.92	1.87	1.83	1.80	1.77	1.74	1.71
217	3.88	3.04	2.65	2.41	2.26	2.14	2.05	1.98	1.92	1.87	1.83	1.80	1.77	1.74	1.71
218	3.88	3.04	2.65	2.41	2.26	2.14	2.05	1.98	1.92	1.87	1.83	1.80	1.77	1.74	1.71
219	3.88	3.04	2.65	2.41	2.26	2.14	2.05	1.98	1.92	1.87	1.83	1.80	1.77	1.74	1.71
220	3.88	3.04	2.65	2.41	2.26	2.14	2.05	1.98	1.92	1.87	1.83	1.80	1.76	1.74	1.71
221	3.88	3.04	2.65	2.41	2.25	2.14	2.05	1.98	1.92	1.87	1.83	1.80	1.76	1.74	1.71
222	3.88	3.04	2.65	2.41	2.25	2.14	2.05	1.98	1.92	1.87	1.83	1.80	1.76	1.74	1.71
223	3.88	3.04	2.65	2.41	2.25	2.14	2.05	1.98	1.92	1.87	1.83	1.80	1.76	1.74	1.71
224	3.88	3.04	2.64	2.41	2.25	2.14	2.05	1.98	1.92	1.87	1.83	1.80	1.76	1.74	1.71
225	3.88	3.04	2.64	2.41	2.25	2.14	2.05	1.98	1.92	1.87	1.83	1.80	1.76	1.74	1.71

Lampiran 3. Tabel Durbin Watson (Evans, 2016)

Durbin-Watson Statistic: 5 Per Cent Significance Points of dL and dU

	k'*=1		k'=2		k'=3		k'=4		k'=5		k'=6		k'=7		k'=8		k'=9		k'=10	
n	dL	dU	dL	dU	dL	dU	dL	dU	dL	dU	dL	dU	dL	dU	dL	dU	dL	dU	dL	dU
6	0.610	1.400	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------
7	0.700	1.356	0.467	1.896	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------
8	0.763	1.332	0.559	1.777	0.367	2.287	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------
9	0.824	1.320	0.629	1.699	0.455	2.128	0.296	2.588	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------
10	0.879	1.320	0.697	1.641	0.525	2.016	0.376	2.414	0.243	2.822	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------
11	0.927	1.324	0.758	1.604	0.595	1.928	0.444	2.283	0.315	2.645	0.203	3.004	------	------	------	------	------	------	------	------
12	0.971	1.331	0.812	1.579	0.658	1.864	0.512	2.177	0.380	2.506	0.268	2.832	0.171	3.149	------	------	------	------	------	------
13	1.010	1.340	0.861	1.562	0.715	1.816	0.574	2.094	0.444	2.390	0.328	2.692	0.230	2.985	0.147	3.266	------	------	------	------
14	1.045	1.350	0.905	1.551	0.767	1.779	0.632	2.030	0.505	2.296	0.389	2.572	0.286	2.848	0.200	3.111	0.127	3.360	------	------
15	1.077	1.361	0.946	1.543	0.814	1.750	0.685	1.977	0.562	2.220	0.447	2.471	0.343	2.727	0.251	2.979	0.175	3.216	0.111	3.438
16	1.106	1.371	0.982	1.539	0.857	1.728	0.734	1.935	0.615	2.157	0.502	2.388	0.398	2.624	0.304	2.860	0.222	3.090	0.155	3.304
17	1.133	1.381	1.015	1.536	0.897	1.710	0.779	1.900	0.664	2.104	0.554	2.318	0.451	2.537	0.356	2.757	0.272	2.975	0.198	3.184
18	1.158	1.391	1.046	1.535	0.933	1.696	0.820	1.872	0.710	2.060	0.603	2.258	0.502	2.461	0.407	2.668	0.321	2.873	0.244	3.073
19	1.180	1.401	1.074	1.536	0.967	1.685	0.859	1.848	0.752	2.023	0.649	2.206	0.549	2.396	0.456	2.589	0.369	2.783	0.290	2.974
20	1.201	1.411	1.100	1.537	0.998	1.676	0.894	1.828	0.792	1.991	0.691	2.162	0.595	2.339	0.502	2.521	0.416	2.704	0.336	2.885
21	1.221	1.420	1.125	1.538	1.026	1.669	0.927	1.812	0.829	1.964	0.731	2.124	0.637	2.290	0.546	2.461	0.461	2.633	0.380	2.806
22	1.239	1.429	1.147	1.541	1.053	1.664	0.958	1.797	0.863	1.940	0.769	2.090	0.677	2.246	0.588	2.407	0.504	2.571	0.424	2.735
23	1.257	1.437	1.168	1.543	1.078	1.660	0.986	1.785	0.895	1.920	0.804	2.061	0.715	2.208	0.628	2.360	0.545	2.514	0.465	2.670
24	1.273	1.446	1.188	1.546	1.101	1.656	1.013	1.775	0.925	1.902	0.837	2.035	0.750	2.174	0.666	2.318	0.584	2.464	0.506	2.613
25	1.288	1.454	1.206	1.550	1.123	1.654	1.038	1.767	0.953	1.886	0.868	2.013	0.784	2.144	0.702	2.280	0.621	2.419	0.544	2.560
26	1.302	1.461	1.224	1.553	1.143	1.652	1.062	1.759	0.979	1.873	0.897	1.992	0.816	2.117	0.735	2.246	0.657	2.379	0.581	2.513
27	1.316	1.469	1.240	1.556	1.162	1.651	1.084	1.753	1.004	1.861	0.925	1.974	0.845	2.093	0.767	2.216	0.691	2.342	0.616	2.470
28	1.328	1.476	1.255	1.560	1.181	1.650	1.104	1.747	1.028	1.850	0.951	1.959	0.874	2.071	0.798	2.188	0.723	2.309	0.649	2.431
29	1.341	1.483	1.270	1.563	1.198	1.650	1.124	1.743	1.050	1.841	0.975	1.944	0.900	2.052	0.826	2.164	0.753	2.278	0.681	2.396
30	1.352	1.489	1.284	1.567	1.214	1.650	1.143	1.739	1.071	1.833	0.998	1.931	0.926	2.034	0.854	2.141	0.782	2.251	0.712	2.363
31	1.363	1.496	1.297	1.570	1.229	1.650	1.160	1.735	1.090	1.825	1.020	1.920	0.950	2.018	0.879	2.120	0.810	2.226	0.741	2.333
32	1.373	1.502	1.309	1.574	1.244	1.650	1.177	1.732	1.109	1.819	1.041	1.909	0.972	2.004	0.904	2.102	0.836	2.203	0.769	2.306
33	1.383	1.508	1.321	1.577	1.258	1.651	1.193	1.730	1.127	1.813	1.061	1.900	0.994	1.991	0.927	2.085	0.861	2.181	0.796	2.281
34	1.393	1.514	1.333	1.580	1.271	1.652	1.208	1.728	1.144	1.808	1.079	1.891	1.015	1.978	0.950	2.069	0.885	2.162	0.821	2.257
35	1.402	1.519	1.343	1.584	1.283	1.653	1.222	1.726	1.160	1.803	1.097	1.884	1.034	1.967	0.971	2.054	0.908	2.144	0.845	2.236
36	1.411	1.525	1.354	1.587	1.295	1.654	1.236	1.724	1.175	1.799	1.114	1.876	1.053	1.957	0.991	2.041	0.930	2.127	0.868	2.216
37	1.419	1.530	1.364	1.590	1.307	1.655	1.249	1.723	1.190	1.795	1.131	1.870	1.071	1.948	1.011	2.029	0.951	2.112	0.891	2.197
38	1.427	1.535	1.373	1.594	1.318	1.656	1.261	1.722	1.204	1.792	1.146	1.864	1.088	1.939	1.029	2.017	0.970	2.098	0.912	2.180
39	1.435	1.540	1.382	1.597	1.328	1.658	1.273	1.722	1.218	1.789	1.161	1.859	1.104	1.932	1.047	2.007	0.990	2.085	0.932	2.164
40	1.442	1.544	1.391	1.600	1.338	1.659	1.285	1.721	1.230	1.786	1.175	1.854	1.120	1.924	1.064	1.997	1.008	2.072	0.952	2.149
45	1.475	1.566	1.430	1.615	1.383	1.666	1.336	1.720	1.287	1.776	1.238	1.835	1.189	1.895	1.139	1.958	1.089	2.022	1.038	2.088
50	1.503	1.585	1.462	1.628	1.421	1.674	1.378	1.721	1.335	1.771	1.291	1.822	1.246	1.875	1.201	1.930	1.156	1.986	1.110	2.044
55	1.528	1.601	1.490	1.641	1.452	1.681	1.414	1.724	1.374	1.768	1.334	1.814	1.294	1.861	1.253	1.909	1.212	1.959	1.170	2.010
60	1.549	1.616	1.514	1.652	1.480	1.689	1.444	1.727	1.408	1.767	1.372	1.808	1.335	1.850	1.298	1.894	1.260	1.939	1.222	1.984
65	1.567	1.629	1.536	1.662	1.503	1.696	1.471	1.731	1.438	1.767	1.404	1.805	1.370	1.843	1.336	1.882	1.301	1.923	1.266	1.964
70	1.583	1.641	1.554	1.672	1.525	1.703	1.494	1.735	1.464	1.768	1.433	1.802	1.401	1.838	1.369	1.874	1.337	1.910	1.305	1.948
75	1.598	1.652	1.571	1.680	1.543	1.709	1.515	1.739	1.487	1.770	1.458	1.801	1.428	1.834	1.399	1.867	1.369	1.901	1.339	1.935
80	1.611	1.662	1.586	1.688	1.560	1.715	1.534	1.743	1.507	1.772	1.480	1.801	1.453	1.831	1.425	1.861	1.397	1.893	1.369	1.925
85	1.624	1.671	1.600	1.696	1.575	1.721	1.550	1.747	1.525	1.774	1.500	1.801	1.474	1.829	1.448	1.857	1.422	1.886	1.396	1.916
90	1.635	1.679	1.612	1.703	1.589	1.726	1.566	1.751	1.542	1.776	1.518	1.801	1.494	1.827	1.469	1.854	1.445	1.881	1.420	1.909
95	1.645	1.687	1.623	1.709	1.602	1.732	1.579	1.755	1.557	1.778	1.535	1.802	1.512	1.827	1.489	1.852	1.465	1.877	1.442	1.903
100	1.654	1.694	1.634	1.715	1.613	1.736	1.592	1.758	1.571	1.780	1.550	1.803	1.528	1.826	1.506	1.850	1.484	1.874	1.462	1.898
150	1.720	1.747	1.706	1.760	1.693	1.774	1.679	1.788	1.665	1.802	1.651	1.817	1.637	1.832	1.622	1.846	1.608	1.862	1.593	1.877
200	1.758	1.779	1.748	1.789	1.738	1.799	1.728	1.809	1.718	1.820	1.707	1.831	1.697	1.841	1.686	1.852	1.675	1.863	1.665	1.874

*k' is the number of regressors excluding the intercept

	$k'^{*}=11$		$k'=12$		$k'=13$		$k'=14$		$k'=15$		$k'=16$		$k'=17$		$k'=18$		$k'=19$		$k'=20$	
n	dL	dU	dL	dU	dL	dU	dL	dU	dL	dU	dL	dU	dL	dU	dL	dU	dL	dU	dL	dU
16	0.098	3.503	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
17	0.138	3.378	0.087	3.557	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
18	0.177	3.265	0.123	3.441	0.078	3.603	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
19	0.220	3.159	0.160	3.335	0.111	3.496	0.070	3.642	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
20	0.263	3.063	0.200	3.234	0.145	3.395	0.100	3.542	0.063	3.676	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
21	0.307	2.976	0.240	3.141	0.182	3.300	0.132	3.448	0.091	3.583	0.058	3.705	—	—	—	—	—	—	—	—
22	0.349	2.897	0.281	3.057	0.220	3.211	0.166	3.358	0.120	3.495	0.083	3.619	0.052	3.731	—	—	—	—	—	—
23	0.391	2.826	0.322	2.979	0.259	3.128	0.202	3.272	0.153	3.409	0.110	3.535	0.076	3.650	0.048	3.753	—	—	—	—
24	0.431	2.761	0.362	2.908	0.297	3.053	0.239	3.193	0.186	3.327	0.141	3.454	0.101	3.572	0.070	3.678	0.044	3.773	—	—
25	0.470	2.702	0.400	2.844	0.335	2.983	0.275	3.119	0.221	3.251	0.172	3.376	0.130	3.494	0.094	3.604	0.065	3.702	0.041	3.790
26	0.508	2.649	0.438	2.784	0.373	2.919	0.312	3.051	0.256	3.179	0.205	3.303	0.160	3.420	0.120	3.531	0.087	3.632	0.060	3.724
27	0.544	2.600	0.475	2.730	0.409	2.859	0.348	2.987	0.291	3.112	0.238	3.233	0.191	3.349	0.149	3.460	0.112	3.563	0.081	3.658
28	0.578	2.555	0.510	2.680	0.445	2.805	0.383	2.928	0.325	3.050	0.271	3.168	0.222	3.283	0.178	3.392	0.138	3.495	0.104	3.592
29	0.612	2.515	0.544	2.634	0.479	2.755	0.418	2.874	0.359	2.992	0.305	3.107	0.254	3.219	0.208	3.327	0.166	3.431	0.129	3.528
30	0.643	2.477	0.577	2.592	0.512	2.708	0.451	2.823	0.392	2.937	0.337	3.050	0.286	3.160	0.238	3.266	0.195	3.368	0.156	3.465
31	0.674	2.443	0.608	2.553	0.545	2.665	0.484	2.776	0.425	2.887	0.370	2.996	0.317	3.103	0.269	3.208	0.224	3.309	0.183	3.406
32	0.703	2.411	0.638	2.517	0.576	2.625	0.515	2.733	0.457	2.840	0.401	2.946	0.349	3.050	0.299	3.153	0.253	3.252	0.211	3.348
33	0.731	2.382	0.668	2.484	0.606	2.588	0.546	2.692	0.488	2.796	0.432	2.899	0.379	3.000	0.329	3.100	0.283	3.198	0.239	3.293
34	0.758	2.355	0.695	2.454	0.634	2.554	0.575	2.654	0.518	2.754	0.462	2.854	0.409	2.954	0.359	3.051	0.312	3.147	0.267	3.240
35	0.783	2.330	0.722	2.425	0.662	2.521	0.604	2.619	0.547	2.716	0.492	2.813	0.439	2.910	0.388	3.005	0.340	3.099	0.295	3.190
36	0.808	2.306	0.748	2.398	0.689	2.492	0.631	2.586	0.575	2.680	0.520	2.774	0.467	2.868	0.417	2.961	0.369	3.053	0.323	3.142
37	0.831	2.285	0.772	2.374	0.714	2.464	0.657	2.555	0.602	2.646	0.548	2.738	0.495	2.829	0.445	2.920	0.397	3.009	0.351	3.097
38	0.854	2.265	0.796	2.351	0.739	2.438	0.683	2.526	0.628	2.614	0.575	2.703	0.522	2.792	0.472	2.880	0.424	2.968	0.378	3.054
39	0.875	2.246	0.819	2.329	0.763	2.413	0.707	2.499	0.653	2.585	0.600	2.671	0.549	2.757	0.499	2.843	0.451	2.929	0.404	3.013
40	0.896	2.228	0.840	2.309	0.785	2.391	0.731	2.473	0.678	2.557	0.626	2.641	0.575	2.724	0.525	2.808	0.477	2.829	0.430	2.974
45	0.988	2.156	0.938	2.225	0.887	2.296	0.838	2.367	0.788	2.439	0.740	2.512	0.692	2.586	0.644	2.659	0.598	2.733	0.553	2.807
50	1.064	2.103	1.019	2.163	0.973	2.225	0.927	2.287	0.882	2.350	0.836	2.414	0.792	2.479	0.747	2.544	0.703	2.610	0.660	2.675
55	1.129	2.062	1.087	2.116	1.045	2.170	1.003	2.225	0.961	2.281	0.919	2.338	0.877	2.396	0.836	2.454	0.795	2.512	0.754	2.571
60	1.184	2.031	1.145	2.079	1.106	2.127	1.068	2.177	1.029	2.227	0.990	2.278	0.951	2.330	0.913	2.382	0.874	2.434	0.836	2.487
65	1.231	2.006	1.195	2.049	1.160	2.093	1.124	2.138	1.088	2.183	1.052	2.229	1.016	2.276	0.980	2.323	0.944	2.371	0.908	2.419
70	1.272	1.987	1.239	2.026	1.206	2.066	1.172	2.106	1.139	2.148	1.105	2.189	1.072	2.232	1.038	2.275	1.005	2.318	0.971	2.362
75	1.308	1.970	1.277	2.006	1.247	2.043	1.215	2.080	1.184	2.118	1.153	2.156	1.121	2.195	1.090	2.235	1.058	2.275	1.027	2.315
80	1.340	1.957	1.311	1.991	1.283	2.024	1.253	2.059	1.224	2.093	1.195	2.129	1.165	2.165	1.136	2.201	1.106	2.238	1.076	2.275
85	1.369	1.946	1.342	1.977	1.315	2.009	1.287	2.040	1.260	2.073	1.232	2.105	1.205	2.139	1.177	2.172	1.149	2.206	1.121	2.241
90	1.395	1.937	1.369	1.966	1.344	1.995	1.318	2.025	1.292	2.055	1.266	2.085	1.240	2.116	1.213	2.148	1.187	2.179	1.160	2.211
95	1.418	1.930	1.394	1.956	1.370	1.984	1.345	2.012	1.321	2.040	1.296	2.068	1.271	2.097	1.247	2.126	1.222	2.156	1.197	2.186
100	1.439	1.923	1.416	1.948	1.393	1.974	1.371	2.000	1.347	2.026	1.324	2.053	1.301	2.080	1.277	2.108	1.253	2.135	1.229	2.164
150	1.579	1.892	1.564	1.908	1.550	1.924	1.535	1.940	1.519	1.956	1.504	1.972	1.489	1.989	1.474	2.006	1.458	2.023	1.443	2.040
200	1.654	1.885	1.643	1.896	1.632	1.908	1.621	1.919	1.610	1.931	1.599	1.943	1.588	1.955	1.576	1.967	1.565	1.979	1.554	1.991

***K' is the number of regressors excluding the intercept**